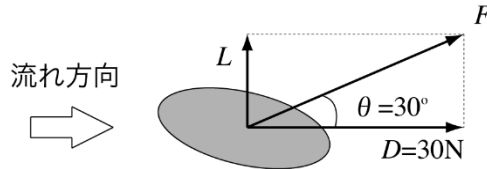


「流体力学」 第7章 問題の解答

7-1 ドリル問題

問題1 一様な空気流に置かれた物体に作用する流体力の方向が流れ方向と  $\theta = 30^\circ$  の角度をなしている。抗力が  $D=30\text{N}$  であるとき揚力  $L$  と流体力  $F$  を求めよ。

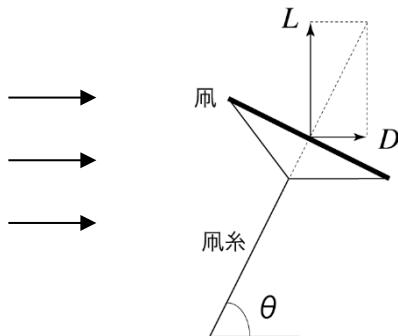


略解：

$$L = D \tan \theta = 30 \times \frac{1}{\sqrt{3}} = 10\sqrt{3} = 17.3\text{N} \quad (\text{答})$$

$$F = \frac{D}{\cos \theta} = 30 \times \frac{2}{\sqrt{3}} = 20\sqrt{3} = 34.6\text{N} \quad (\text{答}) \quad \ast F = \sqrt{D^2 + L^2} \text{ で求めてもよい}$$

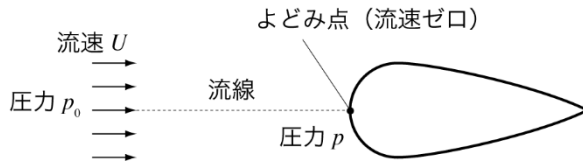
問題2 河原で凧揚げを行った。凧糸がたるまずに水平方向と  $\theta = 60^\circ$  の角度をなした状態で凧が上空に静止した。このとき、凧に作用している抗力  $D$  と揚力  $L$  の比を求めよ。



略解： 流体力と抗力のなす角が  $\theta = 60^\circ$  となるので、抗力と揚力の比は  $\tan \theta$  となる。

$$\frac{L}{D} = \tan \theta = \tan 60^\circ = \sqrt{3} = 1.7 \quad (\text{答})$$

問題3 流れに置かれた物体の前方には流速がゼロとなる「よどみ点」が存在する。物体の上流で圧力  $p_0 = 101.36\text{kPa}$ ，流速  $U = 30\text{m/s}$  のときのよどみ点の圧力  $p$  を求めよ。流れは水平方向であるとし，流体の密度を  $\rho = 1.2\text{kg/m}^3$  とする。



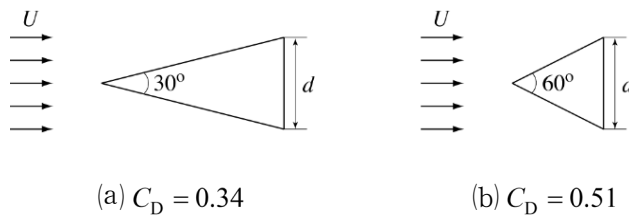
略解：ベルヌーイの定理により上流とよどみ点との間に次の関係が成り立つ。

$$p_0 + \frac{1}{2}\rho U^2 = p$$

よって，よどみ点圧力は次のように求められる。

$$p = 101.3 + \frac{1}{2} \times 1.2 \times (30)^2 \times 10^{-3} = 101.3 + 2.16 = 103.5\text{kPa} \quad (\text{答})$$

問題4 底面の直径が  $d = 30\text{mm}$  の円錐物体が流速  $U = 5.0\text{m/s}$  の空気流（密度  $\rho = 1.2\text{kg/m}^3$ ）から受ける抗力を求めよ。ただし，(a)の場合の抗力係数は  $C_D = 0.34$ ，(b)の場合の抗力係数は  $C_D = 0.51$ である。また，同一の流速において(a)と(b)の場合の抗力が等しくなるためには，(b)の円錐底面の直径を(a)の何倍にすればよいか計算せよ。



略解：流れ方向投影面積  $S$  は次のように求められる。

$$S = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi \times (30 \times 10^{-3})^2}{4} = 7.07 \times 10^{-4} \text{m}^2$$

よって，抗力は次のように計算できる。

$$(a) \quad D = C_D \frac{\rho U^2 S}{2} = 0.34 \times \frac{1.2 \times 5.0^2 \times (7.07 \times 10^{-4})}{2} = 36.1 \times 10^{-4} \text{N} \quad (\text{答})$$

$$(b) \quad D = C_D \frac{\rho U^2 S}{2} = 0.51 \times \frac{1.2 \times 5.0^2 \times (7.07 \times 10^{-4})}{2} = 54.1 \times 10^{-4} \text{N} \quad (\text{答})$$

また，等しくなるためには次の関係が成り立てばよい（添え字は(a)と(b)を表している）

$$C_{D(a)} \left( \frac{\pi d_{(a)}^2}{4} \right) \frac{\rho U^2}{2} = C_{D(b)} \left( \frac{\pi d_{(b)}^2}{4} \right) \frac{\rho U^2}{2}$$

よって，次のように(b)の円錐の半径を(a)の 0.82 倍にすればよいことがわかる。

$$\frac{d_{(b)}}{d_{(a)}} = \sqrt{\frac{C_{D(a)}}{C_{D(b)}}} = \sqrt{\frac{0.34}{0.51}} = 0.82 \quad (\text{答})$$

問題5 流れ方向投影面積が  $S = 0.01\text{m}^2$ 、抗力係数が  $C_D = 0.48$  の物体を一樣な水流中に置いて、抗力を測定したところ  $D = 60\text{N}$  であった。このとき流速を求めよ。また、この流速と等しい速度をもつ空気流で同様の実験を行うと、抗力  $D$  がいくらになるか計算せよ。ただし、水の密度は  $\rho_w = 1000\text{kg/m}^3$ 、空気の密度は  $\rho_a = 1.2\text{kg/m}^3$  とする。

略解：抗力の計算式を流速について整理し、値を代入すればよい。

$$U = \sqrt{\frac{2D}{C_D \rho_w S}} = \frac{2 \times 60}{0.48 \times 1000 \times 0.01} = 5.0\text{m/s} \quad (\text{答})$$

また、空気の場合については、次のように計算できる。

$$D = C_D \frac{\rho_a U^2 S}{2} = 0.48 \times \frac{1.2 \times 5.0^2 \times 0.01}{2} = 7.2 \times 10^{-2}\text{N} \quad (\text{答})$$

問題6 上部投影面積が  $S = 1.0\text{m}^2$  の板状物体を流速  $U = 10.0\text{m/s}$  の空気流の中に設置し揚力を測定したところ、 $L = 39\text{N}$  であった。上部投影面積を基準とする揚力係数  $C_L$  を求めよ。次に、流速を増加させたところ揚力が 1.5 倍になった。このときの流速  $U$  を求めよ。ただし、空気の密度は  $\rho = 1.2\text{kg/m}^3$  とする。

略解：揚力の計算式から次のように揚力係数を求めることができる。

$$C_L = \frac{2L}{\rho U^2 S} = \frac{2 \times 39}{1.2 \times 10.0^2 \times 1.0} = 0.65 \quad (\text{答})$$

揚力が 1.5 倍になったときの流速は次のように求められる。

$$U = \sqrt{\frac{2(1.5 \times L)}{C_L \rho S}} = \sqrt{\frac{2(1.5 \times 39)}{0.65 \times 1.2 \times 1}} = \sqrt{150} = 12\text{m/s} \quad (\text{答})$$

問題7 図7-13のように糸に吊るした直径  $d = 50\text{mm}$ 、質量  $m = 25\text{g}$  の球に水平方向の空気流（密度  $\rho = 1.2\text{kg/m}^3$ ）を流速  $U = 10.0\text{m/s}$  で当てたところ、鉛直方向に対して  $\theta$  の角度をなして釣り合いの状態になった。抗力  $D$  と角度  $\theta$  を求めよ。ただし、球の抗力係数は  $C_D = 0.40$  とし、重力加速度は  $g = 9.8\text{m/s}^2$  とする。

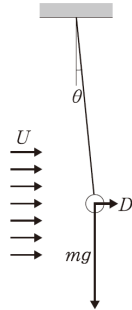


図7-13

略解：流れ方向投影面積  $S$  は次のように計算できる。

$$S = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi \times (50 \times 10^{-3})^2}{4} = 1.96 \times 10^{-3} \text{m}^2$$

球に作用する重力  $W$  は次のようになる。

$$W = mg = 0.025 \times 9.8 = 0.245\text{N}$$

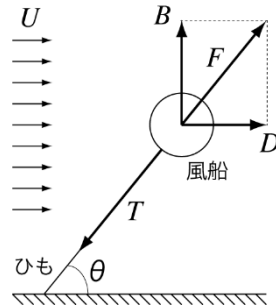
抗力は次のように計算できる。

$$D = C_D \frac{\rho U^2 S}{2} = 0.4 \times \frac{1.2 \times 10^2 \times 1.96 \times 10^{-3}}{2} = 0.047\text{N} \quad (\text{答})$$

よって、角度は次のように計算できる。

$$\theta = \tan^{-1} \left( \frac{D}{W} \right) = \tan^{-1} \left( \frac{0.047}{0.245} \right) = 11^\circ \quad (\text{答})$$

問題8 空気よりも軽いヘリウムガスを充填した直径  $d=30\text{cm}$  の球形の風船にひもを付けて床に固定した。これに一樣な風を当てたところ抗力を受けて、ひもが水平方向から  $\theta=50^\circ$  の角度をなした状態で静止した。ひものたるみは無く、風船の質量は無視できるとして、風速  $U$  およびロープの張力  $T$  を求めよ。なお、空気の密度は  $\rho=1.2\text{kg/m}^3$ 、重力加速度は  $g=9.8\text{m/s}^2$  とし、風船の抗力係数は  $C_D=0.40$  とする。



略解：風船の体積  $V$  は次のように計算できる。

$$V = \frac{\pi d^3}{6} = \frac{\pi \times 0.3^3}{6} = 0.0141\text{m}^3$$

よって、浮力  $B$  は次のようになる。

$$B = \rho V g = 1.2 \times 0.0141 \times 9.8 = 0.166\text{N}$$

ひもが水平となす角は浮力と抗力の合力が水平となす角に等しくなるので、抗力  $D$  は次のように求められる。

$$D = \frac{B}{\tan \theta} = \frac{0.166}{\tan 50^\circ} = 0.139\text{N}$$

流れ方向投影面積  $S$  は

$$S = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi \times 0.3^2}{4} = 0.0707\text{m}^2$$

と求められることから、この抗力が発生するときの流速は次のように求められる。

$$U = \sqrt{\frac{2D}{C_D \rho S}} = \sqrt{\frac{2 \times 0.139}{0.4 \times 1.2 \times 0.0707}} = 2.9\text{m/s} \quad (\text{答})$$

張力については、浮力と抗力の合力  $F$  とつり合うので、次のように計算できる。

$$T = \sqrt{B^2 + D^2} = \sqrt{(0.166)^2 + (0.139)^2} = 0.22\text{N} \quad (\text{答})$$

## 7-2 ドリル問題

問題1 理想流体の流れ（ポテンシャル流れ）に関する理論によると，密度  $\rho$ ，圧力  $p_0$ ，流速  $U$  の一様な流れに置かれた円柱の表面上の速度  $v_\theta$  は角度  $\theta$  の関数として次のように表される。ただし， $\theta$  は図 7-16 の右図のように置く。

$$v_\theta = 2U \sin \theta$$

このとき，円柱表面上の圧力  $p$  の分布を表す圧力係数  $C_p$  を求めよ。ただし，位置エネルギーの差は無視できる程度であると仮定する。

$$C_p = \frac{p - p_0}{\rho U^2 / 2}$$

また，角度による圧力係数の変化を表すグラフを作成せよ（角度の範囲は  $0^\circ \sim 180^\circ$  とする）。

略解：一様な流れである上流と円柱表面上についてベルヌーイの定理を適用すると，次の関係式が得られる。

$$\frac{p_0}{\rho} + \frac{U^2}{2} = \frac{p}{\rho} + \frac{v_\theta^2}{2}$$

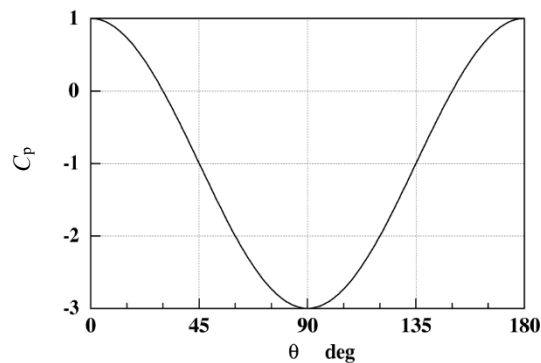
ここで，圧力について整理すると次式が得られる。

$$p - p_0 = \frac{\rho}{2}(U^2 - v_\theta^2) = \frac{\rho}{2}\{U^2 - (2U \sin \theta)^2\} = \frac{\rho U^2}{2}(1 - 4\sin^2 \theta)$$

これを圧力係数の定義式に代入すると圧力係数の分布を表す関係式が得られる。

$$C_p = \frac{p - p_0}{\rho U^2 / 2} = \frac{2(p - p_0)}{\rho U^2} = \frac{2}{\rho U^2} \times \frac{\rho U^2}{2}(1 - 4\sin^2 \theta) = 1 - 4\sin^2 \theta$$

これを図示すると次のようになる。



(答)

問題2 一様な流速  $U=3.2\text{m/s}$  の空気の流れの中に置かれた直径  $d=20\text{mm}$  , 長さ  $L=120\text{mm}$  の円柱に作用する力を求めよ。空気の密度を  $\rho=1.2\text{kg/m}^3$  , 動粘度を  $\nu=16\times 10^{-6}\text{m}^2/\text{s}$  とする。抗力係数は図 7-17 から読み取ればよい。

略解：円柱の直径を代表長さとするレイノルズ数を計算すると次のようになる。

$$Re = \frac{Ud}{\nu} = \frac{3.2 \times 20 \times 10^{-3}}{16 \times 10^{-6}} = 4000$$

図 7-17 から抗力係数  $C_D$  を求める。

$$C_D = 1$$

流れ方向投影面積  $S$  は次のように計算される。

$$S = d \times L = (20 \times 10^{-3}) \times (120 \times 10^{-3}) = 2.4 \times 10^{-3} \text{m}^2$$

よって、抗力は次のように計算される。

$$D = C_D \frac{\rho U^2 S}{2} = 1 \times \frac{1.2 \times 3.2^2 \times (2.4 \times 10^{-3})}{2} = 1.5 \times 10^{-2} \text{N} \quad (\text{答})$$

問題3 流速  $U=1.1\text{m/s}$  の川の底に直径  $d=400\text{mm}$  の円柱の杭が水流に垂直になるように打ち込んである。水深は  $h=2.0\text{m}$  である。水流を一様な流れとして杭に作用する抗力を求めよ。水の密度は  $\rho=1000\text{kg/m}^3$  , 動粘度を  $\nu=1.1 \times 10^{-6}\text{m}^2/\text{s}$  とする。抗力係数は図 7-17 から読み取ればよい。

略解：円柱の直径を代表長さとするレイノルズ数を計算する。

$$Re = \frac{Ud}{\nu} = \frac{1.1 \times 400 \times 10^{-3}}{1.1 \times 10^{-6}} = 4.0 \times 10^5$$

図 7-17 から抗力係数  $C_D$  を求める。

$$C_D = 0.3$$

流れ方向投影面積は次のように計算される。

$$S = d \times h = 0.4 \times 2 = 0.8 \text{m}^2$$

よって、抗力は次のように計算される。

$$D = C_D \frac{\rho U^2 S}{2} = 0.3 \times \frac{1000 \times 1.1^2 \times 0.8}{2} = 145 \text{N} \quad (\text{答})$$

問題4 プロ野球の投手が投げる球速  $U=150\text{km/h}$  のボールに作用する抗力を求めよ。ただし、ボールは直径  $d=72\text{mm}$  の球と仮定し、回転は無いとする。抗力係数は図7-18から求めよ。空気の密度を  $\rho=1.2\text{kg/m}^3$ 、動粘度を  $\nu=15\times 10^{-6}\text{m}^2/\text{s}$  とする。

略解：ボールの直径を代表長さとするレイノルズ数を計算する。

$$Re = \frac{Ud}{\nu} = \frac{150 \times \frac{1000}{3600} \times 72 \times 10^{-3}}{15 \times 10^{-6}} = 2.0 \times 10^5$$

図7-18から抗力係数を読み取る。

$$C_D = 0.4$$

流れ方向投影面積は次のように計算できる。

$$S = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi \times (72 \times 10^{-3})^2}{4} = 4.07 \times 10^{-3} \text{m}^2$$

よって、ボールに作用する抗力は次のように求められる。

$$D = C_D \frac{\rho U^2 S}{2} = 0.4 \times \frac{1.2 \times \left(150 \times \frac{1000}{3600}\right)^2 \times 4.07 \times 10^{-3}}{2} = 1.7\text{N} \quad (\text{答})$$

問題5 ストークスの抵抗法則

密度が  $\rho$  の流体の速度  $U$  の一様な流れに置かれた球について、直径  $d$  を代表長さとするレイノルズ数  $Re$  が1よりも十分に小さいときには、球に作用する抗力  $D$  が次のように求められることが知られている。 $\mu$  は流体の粘度である。

$$D = 3\pi\mu Ud$$

このとき、球の抗力係数  $C_D$  が次のようにレイノルズ数  $Re$  の関数として表されることを示せ。

$$C_D = \frac{24}{Re}$$

略解：球に作用する抗力は次のようになる。

$$D = C_D \frac{\rho U^2 S}{2} = C_D \frac{\rho U^2}{2} \left( \frac{\pi d^2}{4} \right) = C_D \frac{\pi \rho U^2 d^2}{8} = 3\pi\mu Ud$$

これを抗力係数について整理する。

$$C_D = 3\pi\mu Ud \frac{8}{\pi \rho U^2 d^2} = 24 \left( \frac{\mu}{\rho Ud} \right)$$

ここで、レイノルズ数  $Re$  の定義から上式の括弧内がレイノルズ数の逆数であることが分かる。

$$Re = \frac{Ud}{\nu} = \frac{\rho Ud}{\mu}$$

よって、抗力係数は次のように表される。

$$C_D = \frac{24}{Re} \quad (\text{答})$$

問題 6 水の流れの中に直径  $d=10\text{mm}$  の円柱を置き、円柱の下流の圧力を記録したところ  $f=100\text{Hz}$  の周波数の変動が見られた。圧力変動の周波数が渦の発生周波数と一致するとして、このときの水の流速  $U$  を求めよ。ただし、ストローハル数は  $St=0.2$  とする。

略解：ストローハル数の定義式から流速  $U$  を求めることができる。

$$U = \frac{fd}{St} = \frac{100 \times 10 \times 10^{-3}}{0.2} = 5.0\text{m/s} \quad (\text{答})$$

問題 7 流れ方向投影面積が  $S=1.25\text{m}^2$ 、抗力係数が  $C_D=0.28$  のレーシングカーが  $U=100\text{km/h}$  のスピードで走行する際の抗力を計算せよ。また、 $10\text{m/s}$  の風速の向かい風が吹いている場合の抗力を計算せよ。空気の密度は  $\rho=1.2\text{kg/m}^3$  とする。

略解：

$$D = C_D \frac{\rho U^2 S}{2} = 0.28 \times \frac{1.2 \times \left(100 \times \frac{1000}{3600}\right)^2 \times 1.25}{2} = 162\text{N} \quad (\text{答})$$

向かい風が吹いている場合については、車速に風速を加えたものが正味の速度となるので、抗力は次のように計算できる。

$$D = C_D \frac{\rho U^2 S}{2} = 0.28 \times \frac{1.2 \times \left(100 \times \frac{1000}{3600} + 10\right)^2 \times 1.25}{2} = 300\text{N} \quad (\text{答})$$

問題 8 海底探査のために無線潜水艇を開発している。予め模型実験を実施して抗力係数が  $C_D=0.35$  であることが分かっており、実物の流れ方向投影面積が  $S=0.3\text{m}^2$  である。この潜水艇が海中を  $U=20\text{km/h}$  一定で航行するために必要な動力を計算せよ。海水の密度は  $\rho=1100\text{kg/m}^3$  とする。海水は静止していると仮定してよい。

略解：潜水艇の抗力  $D$  を求めると次のようになる。

$$D = C_D \frac{\rho U^2 S}{2} = 0.35 \times \frac{1100 \times \left(20 \times \frac{1000}{3600}\right)^2 \times 0.3}{2} = 1782\text{N}$$

推進に必要な動力  $P$  は抗力  $D$  と航行速度  $U$  との積として計算できるので、次のように求められる。

$$P = DU = 1782 \times \left(20 \times \frac{1000}{3600}\right) = 9902\text{N} \cdot \text{m/s} = 9.9\text{kW} \quad (\text{答})$$

問題9 直径  $d=5\text{mm}$  の鉄球がグリセリンの中を一定速度  $U$  で落下している。ストークスの抵抗法則が成り立つと仮定し、落下速度  $U$ 、抗力  $D$ 、レイノルズ数  $Re$  を計算せよ。グリセリンの密度は  $\rho=1300\text{kg/m}^3$ 、粘度は  $\mu=2.5\text{Pas}$  であり、鉄の密度は  $\rho_s=7800\text{kg/m}^3$  とする。重力加速度は  $g=9.8\text{m/s}^2$  とする。

略解：7-2-2 項の例題（粘性流体中の落下運動の速度）から、球の落下速度  $U$  は次のように表される。

$$U = \frac{(\rho_s - \rho)d^2g}{18\mu}$$

これに数値を代入すると落下速度  $U$  が求められる。

$$U = \frac{(\rho_s - \rho)d^2g}{18\mu} = \frac{(7800 - 1300) \times (5.0 \times 10^{-3})^2 \times 9.8}{18 \times 2.5} = 35.4 \times 10^{-3} \text{m/s} \quad (\text{答})$$

また、ドリル問題 7-2 の問題 5 のストークスの抵抗法則より、このときの抗力  $D$  は次のように求められる。

$$D = 3\pi\mu Ud = 3\pi \times 2.5 \times (35.4 \times 10^{-3}) \times 5.0 \times 10^{-3} = 4.2 \times 10^{-3} \text{N} \quad (\text{答})$$

レイノルズ数  $Re$  は次のように求められる。

$$Re = \frac{\rho Ud}{\mu} = \frac{1300 \times 35.4 \times 10^{-3} \times 5.0 \times 10^{-3}}{2.5} = 92 \times 10^{-3} \quad (\text{答})$$

よって、レイノルズ数が 1 よりも十分小さいのでストークスの抵抗法則が使用できることが確認された。

### 7-3 ドリル問題

問題1 翼面積  $S = 20\text{m}^2$  の飛行機が速度  $300\text{km/h}$  で飛行するときの揚力を計算せよ。ただし揚力係数は  $C_L = 0.48$ ，空気の密度は  $\rho = 1.2\text{kg/m}^3$  とする。

略解：

$$L = C_L \frac{\rho U^2 S}{2} = 0.48 \times \frac{1.2 \times \left(300 \times \frac{1000}{3600}\right)^2 \times 20}{2} = 4.0 \times 10^4 \text{N} = 40\text{kN} \quad (\text{答})$$

問題2 翼幅が  $48\text{cm}$ ，翼弦長が  $12\text{cm}$  の長方形の翼模型を用いて風速が  $U = 45\text{m/s}$  のときの揚力と抗力を計測したところ，揚力が  $L = 25\text{N}$ ，抗力が  $D = 3\text{N}$  であった。揚力係数  $C_L$  と抗力係数  $C_D$  を求めよ。空気の密度は  $\rho = 1.2\text{kg/m}^3$  とする。

略解

$$C_L = \frac{2L}{\rho U^2 S} = \frac{2 \times 25}{1.2 \times 45^2 \times 48 \times 12 \times 10^{-4}} = 0.36 \quad (\text{答})$$

$$C_D = \frac{2D}{\rho U^2 S} = \frac{2 \times 3}{1.2 \times 45^2 \times 48 \times 12 \times 10^{-4}} = 0.043 \quad (\text{答})$$

問題3 平板翼の揚力係数は迎え角を  $\alpha$  とすると次式で与えられることが知られている。

$$C_L = 2\pi \sin \alpha$$

翼面積  $S = 10\text{m}^2$  の平板翼について，速度  $U = 180\text{km/h}$  で  $L = 4\text{kN}$  の揚力を得るための迎え角の大きさを求めよ。空気の密度は  $\rho = 1.2\text{kg/m}^3$  とする。

略解：

$$U = 180\text{km/h} = 180 \times \frac{1000}{3600} \text{m/s} = 50\text{m/s}$$

$$\begin{aligned} \alpha &= \sin^{-1} \left( \frac{C_L}{2\pi} \right) = \sin^{-1} \left( \frac{1}{2\pi} \times \frac{2L}{\rho U^2 S} \right) \\ &= \sin^{-1} \left( \frac{L}{\pi \rho U^2 S} \right) = \sin^{-1} \left\{ \frac{4000}{\pi \times 1.2 \times 50^2 \times 10} \right\} = 2.43^\circ \quad (\text{答}) \end{aligned}$$

問題4 乗務員を含む搭乗定員が500人の旅客機がある。乗務員と乗客を除いた総質量は370tであり(1t=1000kg)、主翼面積は $S=540\text{m}^2$ である。満席の状態でのこの旅客機が900km/h一定で水平に飛行しているときの主翼の揚力係数 $C_L$ を求めよ。ただし、乗務員と乗客の平均質量を60kgとし、揚力は全て主翼で担うものと仮定する。なお、空気の密度は $\rho=1.2\text{kg/m}^3$ 、重力加速度は $g=9.8\text{m/s}^2$ として計算せよ。

略解：揚力は重力とつり合っていることから計算できる。

$$L = mg = (370 \times 10^3 + 500 \times 60) \times 9.8 = 3920\text{kN}$$

飛行速度を換算すると

$$U = 900 \times \frac{1000}{3600} = 250\text{m/s}$$

これより揚力係数は次のように計算できる。

$$C_L = \frac{2L}{\rho U^2 S} = \frac{2 \times 3920 \times 10^3}{1.2 \times 250^2 \times 540} = 0.194 \quad (\text{答})$$

問題5 一様な速度 $U=5.0\text{m/s}$ の空気流中に直径 $d=50\text{mm}$ 、長さ $H=200\text{mm}$ の円柱を設置して $n=600\text{rpm}$ で回転させる。円柱に作用する揚力を求めよ。空気の密度は $\rho=1.2\text{kg/m}^3$ とする。

略解：角速度を求めると次のようになる。

$$\omega = \frac{2\pi n}{60} = \frac{2\pi \times 600}{60} = 20\pi = 62.8\text{rad/s}$$

円柱表面の速度(周速度)は次のようになる。

$$v = \omega \frac{d}{2} = 20\pi \times \frac{0.05}{2} = \frac{\pi}{2} = 1.57\text{m/s}$$

よって、式7-20から円柱表面の循環を計算することができる。

$$\Gamma = \pi d v = \pi \times 0.05 \times \frac{\pi}{2} = 0.2467\text{m}^2/\text{s}$$

クッタ・ジューコフスキーの定理(式7-21)から、円柱に生じる単位長さ当たりの揚力を求めることができるので、それに円柱の長さを掛けることで揚力が得られる。

$$L = \rho U \Gamma \times H = 1.2 \times 5.0 \times 0.2467 \times 0.2 = 0.3\text{N} \quad (\text{答})$$

問題6 レーシングカーは高速で走行するため、接地性を良くするために下向きの揚力(通称ダウンフォース)を得ることが重要となる。流れ方向投影面積(代表面積)が $S=1.4\text{m}^2$ 、揚力係数が $C_L=3.6$ のフォーミュラカーが $U=180\text{km/h}$ で走行する際のダウンフォースを求めよ。空気の密度は $\rho=1.2\text{kg/m}^3$ とする。

略解：

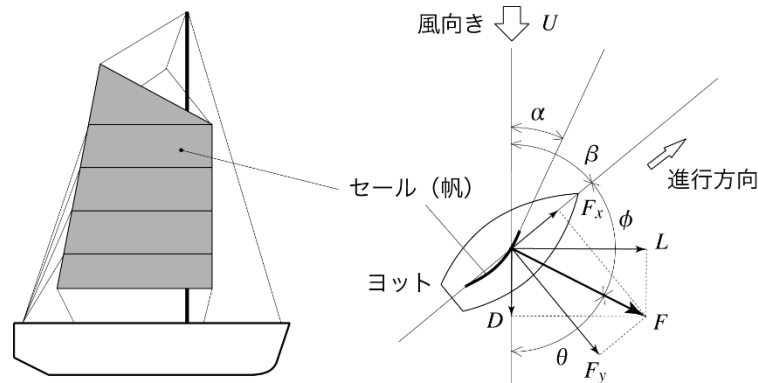
$$L = C_L \frac{\rho U^2 S}{2} = 3.6 \times \frac{1.2 \times \left(180 \times \frac{1000}{3600}\right)^2 \times 1.4}{2} = 7560\text{N} \quad (\text{答})$$

問題7 流れ方向投影面積（代表面積）が  $S=1.4\text{m}^2$  のフォーミュラーカーが  $U=300\text{km/h}$  で走行する際に  $L=20\text{kN}$  のダウンフォースが必要とされている。揚力係数  $C_L$  がいくらであればよいか計算せよ。空気の密度は  $\rho=1.2\text{kg/m}^3$  とする。

略解：

$$C_L = \frac{2L}{\rho U^2 S} = \frac{2 \times 20 \times 10^3}{1.2 \times \left(300 \times \frac{1000}{3600}\right)^2 \times 1.4} = 3.43 \quad (\text{答})$$

問題8 図に示すようにヨットはセール（帆）が風からうける力を利用して推進する。面積  $S=30\text{m}^2$  のセールが速度  $U=5\text{m/s}$  の風を受けているときの揚力  $L$  と抗力  $D$  を求めよ。また、ヨットの進行方向が風となす角度を  $\beta=45^\circ$  であるときの推進力  $F_x$  を計算せよ。ただし、セール面積を代表面積とする揚力係数は  $C_L=1.0$ 、抗力係数は  $C_D=0.3$  であり、空気の密度は  $\rho=1.2\text{kg/m}^3$  とする。



略解：揚力と抗力は次のように計算できる。

$$L = C_L \frac{\rho U^2 S}{2} = 1.0 \times \frac{1.2 \times 5.0^2 \times 30}{2} = 450\text{N} \quad (\text{答})$$

$$D = C_D \frac{\rho U^2 S}{2} = 0.3 \times \frac{1.2 \times 5.0^2 \times 30}{2} = 135\text{N} \quad (\text{答})$$

これらの合力である流体力は次のようになる。

$$F = \sqrt{L^2 + D^2} = \sqrt{450^2 + 135^2} = 470\text{N}$$

流体力が風の方となす角度は次のように求められる。

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{L}{D}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{450}{135}\right) = 73.3^\circ$$

したがって、ヨットの進行方向と流体力がなす角度は次のようになる。

$$\phi = 180^\circ - \beta - \theta = 180^\circ - 45^\circ - 73.3^\circ = 61.7^\circ$$

以上より進行方向の力（推進力）は次のように求められる。

$$F_x = F \cos \phi = 470 \times \cos(61.7^\circ) = 223\text{N}$$

## 第7章 演習問題

1. 風揚げを行ったところ、風糸に作用する張力が  $T=10\text{N}$ 、風糸が水平となす角度が  $\theta=60^\circ$  となった（風が水平となす角度は  $30^\circ$ ）。風は縦  $h=40\text{cm}$ 、横  $b=30\text{cm}$  の長方形平板である。風糸のたるみは無いとし、風は軽く質量は無視できるものとする。以下の問いに答えよ。

- (1) 抗力  $D$  と揚力  $L$  を求めよ。
- (2) 上空の空気が水平方向の一様流れであると仮定し、その速度  $U$  を求めよ。風の抗力係数は  $C_D=1.2$ （流れ方向投影面積基準）であり、空気の密度は  $\rho=1.2\text{kg/m}^3$  とする。
- (3) 揚力係数  $C_L$ （流れ方向投影面積基準）を求めよ。

略解：

- (1) 風に作用する流体力  $F$  が風糸の張力とつり合うことから、流体力  $F$  の分力として抗力  $D$  と揚力  $L$  を求めることができる。

$$D = F \cos \theta = 10 \times \cos 60^\circ = 5\text{N} \quad (\text{答})$$

$$L = F \sin \theta = 10 \times \sin 60^\circ = 5\sqrt{3} = 8.7\text{N} \quad (\text{答})$$

- (2) 風は水平方向と  $30^\circ$  の角度をなしていることから、流れ方向投影面積  $S$  は次のようになる。

$$S = hb \sin 30^\circ = 0.4 \times 0.3 \times 0.5 = 0.06\text{m}^2$$

よって、抗力  $D$  の計算式から流速  $U$  を求めることができる。

$$U = \sqrt{\frac{2D}{C_D \rho S}} = \sqrt{\frac{2 \times 5}{1.2 \times 1.2 \times 0.06}} = 10.8\text{m/s} \quad (\text{答})$$

- (3) 流速  $U$  が計算されたので揚力係数  $C_L$  は次のように求められる。

$$C_L = \frac{2L}{\rho U^2 S} = \frac{2 \times 5\sqrt{3}}{1.2 \times 10.8^2 \times 0.06} = 2.1 \quad (\text{答})$$

2. ある箱形の乗用車が  $U=50\text{km/h}$  で走行する際に受ける全抵抗力を測定したところ  $300\text{N}$  であることがわかった。詳細な解析の結果、抗力の割合が  $80\%$  であった。この乗用車の抗力係数を求めよ。流れ方向投影面積は  $S=4.0\text{m}^2$  である。空気の密度は  $\rho=1.2\text{kg/m}^3$ 、粘度は  $\mu=18 \times 10^{-6}\text{Pa}\cdot\text{s}$  とする。

略解：抗力が全抵抗力  $300\text{N}$  の  $80\%$  であることから、抗力は  $D=240\text{N}$  であることがわかる。

よって、抗力係数は次のように計算できる。

$$C_D = \frac{2D}{\rho U^2 S} = \frac{2 \times 240}{1.2 \times \left(50 \times \frac{1000}{3600}\right)^2 \times 4.0} = 0.52 \quad (\text{答})$$

3. 長さ  $b=1.8\text{m}$ , 幅  $h=0.9\text{m}$  の板状物体を流速  $U=5\text{m/s}$  の空気流の中に設置し揚力を測定したところ,  $L=40\text{N}$  であった。以下の問いに答えよ。空気の密度は  $\rho=1.2\text{kg/m}^3$ , 粘度は  $\mu=18\times 10^{-6}\text{Pa}\cdot\text{s}$  とする。

- (1) この物体の揚力係数  $C_L$  (物体の面積基準) を求めよ。
- (2) この物体の抗力係数は  $C_D=0.15$  (物体の面積基準) である。抗力  $D$  を求めよ。
- (3) 流体力の大きさと流体力が流れ方向となす角度を求めよ。

略解:

$$(1) C_L = \frac{2L}{\rho U^2 S} = \frac{2 \times 40}{1.2 \times 5.0^2 \times 1.8 \times 0.9} = 1.65$$

$$(2) D = C_D \frac{\rho U^2 S}{2} = 0.15 \times \frac{1.2 \times 5.0^2 \times 1.8 \times 0.9}{2} = 3.6\text{N}$$

$$(3) F = \sqrt{D^2 + L^2} = \sqrt{3.7^2 + 40^2} = 40.2\text{N}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{L}{D}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{40}{3.7}\right) = 85^\circ$$

4. パラシュートを利用して降下する運動を考える。降下後に十分な時間が経過すると重力と抗力が釣り合って一定速度  $U$  で落下運動をするようになる。人とパラシュートの質量の合計が  $m=80\text{kg}$  であるとき, 落下時の衝撃が, パラシュート無しで空気抵抗を無視できる条件で  $h=1\text{m}$  の落差を飛び降りる (抵抗無しの自由落下) ときの衝撃と同じになるようにパラシュートを設計したい。パラシュートは半球形状とし抗力係数は  $C_D=1.3$  とする。パラシュートの直径  $d$  をいくらにすればよいか計算せよ。なお, 無風状態を仮定し, 空気の密度は  $\rho=1.2\text{kg/m}^3$ , 重力加速度は  $g=9.8\text{m/s}^2$  とする。

略解: 着地時の衝撃を落差  $1\text{m}$  の自由落下と等しくするには, 着地時の速度が自由落下の速度と等しくなればよい。その速度  $U$  は次のように計算できる。

$$U = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 9.8 \times 1.0} = 4.43\text{m/s}$$

重力  $mg$  と抗力  $D$  が釣りあうので, 次の関係が成り立つ。

$$mg = C_D \frac{\rho U^2 S}{2}$$

これより流れ方向投影面積  $S$  が次のように計算できる。

$$S = \frac{2mg}{C_D \rho U^2} = \frac{2 \times 80 \times 9.8}{1.3 \times 1.2 \times 4.43^2} = 51.2\text{m}^2$$

投影面は直径  $d$  の円であることから, 直径  $d$  を次のように求めることができる。

$$d = \sqrt{\frac{4S}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \times 51.2}{\pi}} = 8.1\text{m} \quad (\text{答})$$

5. 直径  $d=50\text{mm}$ ，長さ  $h=100\text{mm}$  の円柱を用いて，円柱まわりの流れの可視化を行うための実験装置の製作を検討している。以下の問いに答えよ。空気の密度は  $\rho=1.2\text{kg/m}^3$ ，粘度は  $\mu=18\times 10^{-6}\text{Pa}\cdot\text{s}$  とする。

- (1) 実験可能なレイノルズ数（直径基準）の範囲を  $4.0\times 10^3 \leq Re \leq 1.2\times 10^5$  としたい。この実験装置の風速操作範囲の仕様を決定せよ。
- (2) 円柱を固定する部品の強度を決定したい。どの程度の最大荷重が想定されるか計算せよ。

略解：

- (1) レイノルズ数と流速は比例するので，レイノルズ数の最小値  $Re_{\min}=4.0\times 10^3$  と最大値  $Re_{\max}=1.2\times 10^5$  から流速の範囲を決定することができる。

$$U_{\min} = \frac{\mu}{\rho d} Re_{\min} = \frac{18\times 10^{-6}}{1.2\times 0.05} \times 4.0\times 10^3 = 1.2\text{m/s}$$

$$U_{\max} = \frac{\mu}{\rho d} Re_{\max} = \frac{18\times 10^{-6}}{1.2\times 0.05} \times 1.2\times 10^5 = 36.0\text{m/s}$$

よって，流速の範囲は次の通りとなる。

$$1.2\text{m/s} \leq U \leq 36.0\text{m/s} \quad (\text{答})$$

- (2) 図 7-17 より，このレイノルズ数の範囲では，抗力係数に極端な変化はない。おおむね  $C_D=1.5$  程度として抗力を見積もれば余裕のある設計となる。これに基づいて最大流速のときの抗力  $D_{\max}$  を計算すれば，これが最大荷重に相当する。

$$D_{\max} = C_D \frac{\rho U_{\max}^2 S}{2} = C_D \frac{\rho U_{\max}^2 dH}{2} = 1.5 \times \frac{1.2 \times 36^2 \times 0.05 \times 0.1}{2} = 5.83\text{N}$$

6. 高速増殖炉の冷却には液体ナトリウムが使用される。パイプの中を流れる  $500^\circ\text{C}$  程度の液体ナトリウムの温度を測定するために外径  $d=10\text{mm}$ ，長さ  $H=150\text{mm}$  の円筒形保護管をもつ熱電対を用意し，流れに垂直となるように設置することを計画している。液体ナトリウムの流速が  $U=1.0\text{m/s}$  であるとき，以下の問いに答えよ。液体ナトリウムの密度は  $\rho=832\text{kg/m}^3$ ，粘度は  $\mu=2.46\times 10^{-4}\text{Pa}\cdot\text{s}$ ，水の密度は  $\rho_w=1000\text{kg/m}^3$ ，粘度を  $\mu_w=1.0\times 10^{-3}\text{Pa}\cdot\text{s}$  とする。

- (1) 熱電対まわりのナトリウムの流れのレイノルズ数  $Re$ （外径基準）を計算せよ。
- (2) 熱電対に作用する抗力を求めよ。抗力係数は  $C_D=1.2$  とする。

略解：

$$(1) \quad Re = \frac{\rho U d}{\mu} = \frac{832 \times 1.0 \times 0.01}{2.46 \times 10^{-4}} = 3.38 \times 10^4 \quad (\text{答})$$

$$(2) \quad D = C_D \frac{\rho U^2 S}{2} = C_D \frac{\rho U^2 dH}{2} = 1.2 \times \frac{832 \times 1.0^2 \times 0.01 \times 0.15}{2} = 0.75\text{N} \quad (\text{答})$$

7. 翼幅 2.0m, 翼弦長 0.5m の主翼が 2 枚取り付けられた質量 50kg の無人飛行機が水平飛行している。主翼の揚力係数が  $C_L = 0.45$ , 抗力係数が  $C_D = 0.08$  である。機体を浮上させる力は主翼に作用する揚力のみであり, 空気抵抗も主翼に作用する抗力のみであると仮定する。飛行速度と飛行に必要な動力を求めよ。主翼の代表面積は翼幅×翼弦長とし, 空気の密度は  $\rho = 1.2\text{kg/m}^3$  とする。

略解：飛行速度を  $U$  とすると, 主翼 2 枚に作用する揚力を求めると次のようになる。

$$L = 2 \times C_L \frac{\rho U^2 S}{2} = 0.45 \times 1.2 \times U^2 \times (2.0 \times 0.5) = 0.54U^2$$

この揚力が重力とつりあうことから, 飛行速度  $U$  は次のように求められる。

$$L = mg$$

$$0.54U^2 = 50 \times 9.8$$

$$U^2 = 907.407$$

$$U = \sqrt{907.407} = 30.12\text{m/s} \quad (\text{答})$$

主翼 2 枚に作用する抗力を求めると次のようになる。

$$L = 2 \times C_D \frac{\rho U^2 S}{2} = 0.08 \times 1.2 \times 907.407 \times (2.0 \times 0.5) = 87.111\text{N}$$

推進力  $F$  は抗力  $D$  とつり合うので

$$F = D = 87.111\text{N}$$

飛行に必要なとなる動力  $P$  は, 推進力  $F$  と飛行速度  $U$  より, 次のように求められる。

$$P = FU = 87.111 \times 30.12 = 2624\text{W} = 2.64\text{kW} \quad (\text{答})$$

8. 速度 2.0m/s で鉛直上方に流れる上昇気流中の水滴が直径  $d = 5.0\mu\text{m}$  の球と仮定できるとき, 水滴が上昇するか降下するかを判定せよ。水と空気の物性値は次の通りである。水の密度  $\rho_w = 999.8\text{kg/m}^3$ , 空気の密度  $\rho_a = 1.112\text{kg/m}^3$ , 空気の粘性係数  $\mu_a = 1.765 \times 10^{-5}\text{Pa}\cdot\text{s}$

略解：まず, 水滴の体積  $V$  と質量  $m$  を求めると次のようになる。

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi \left(\frac{d}{2}\right)^3 = \frac{\pi d^3}{6} = \frac{\pi}{6} \times (5.0 \times 10^{-6})^3 = 6.54498 \times 10^{-17}\text{m}^3$$

$$m = \rho_w V = 999.8 \times 6.54498 \times 10^{-17} = 6.54368 \times 10^{-14}\text{kg}$$

水滴まわりの流れのレイノルズ数を求めると次のようになる。

$$Re = \frac{\rho_a U d}{\mu_a} = \frac{1.112 \times 2.0 \times 5.0 \times 10^{-6}}{1.765 \times 10^{-5}} = 0.63028$$

この結果から, 水滴に作用する抗力はストークスの抵抗法則により求めることができることがわかる。

抗力  $D$  を求めると次のようになる。

$$D = 3\pi\mu_a U d = 3\pi \times 1.765 \times 10^{-5} \times 2.0 \times 5.0 \times 10^{-6} = 1.6634 \times 10^{-9}\text{N}$$

水滴に作用する重力  $W$  を求めると次のようになる。

$$W = mg = 6.54368 \times 10^{-14} \times 9.8 = 6.4128 \times 10^{-13} \text{ N}$$

浮力  $B$  を求めると次のようになる。

$$B = \rho V g = 1.112 \times 6.54498 \times 10^{-17} \times 9.8 = 7.1325 \times 10^{-16} \text{ N}$$

以上より、抗力と浮力の和  $D+B$  と重力  $W$  の大小関係が得られる。

$$D+B > W$$

鉛直上方に作用する力の方が大きいことから、水滴は気流とともに上昇する。

(答)

## 7章 巻末問題

1. 機体質量を 80kg の人力飛行機に質量 60kg のパイロットが 2 名乗って飛行する。翼の揚力係数は  $C_L = 1.05$ 、翼面積は  $S = 54 \text{ m}^2$  である。水平飛行が可能な速度を求めよ。空気の密度を  $\rho = 1.2 \text{ kg/m}^3$  とする。

略解：水平飛行するために必要な揚力は重力と等しくなる。

$$L = mg = (80 + 60 \times 2) \times 9.8 = 1960 \text{ N}$$

よって、水平に飛行可能な速度は次のように求められる。

$$U = \sqrt{\frac{2L}{C_L \rho S}} = \sqrt{\frac{2 \times 1960}{1.05 \times 1.2 \times 54}} = 7.6 \text{ m/s} \quad (\text{答})$$

2. 学生フォーミュラー大会に出場するためのレーシングカー製作において車体の空力特性について検討している。実車の流れ方向投影面積を測定したところ  $S = 1.0 \text{ m}^2$  であった。この車が 60km/h で走行する際の抗力を求めたい。これについて以下の問いに答えよ。ただし、空気の密度は  $\rho = 1.2 \text{ kg/m}^3$ 、粘度は  $\mu = 18 \times 10^{-6} \text{ Pa} \cdot \text{s}$ 、水の密度は  $\rho_w = 1000 \text{ kg/m}^3$ 、粘度を  $\mu_w = 1.0 \times 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}$  とする。

- (1) 抗力係数を求めるために各部の寸法を  $1/2$  にした縮小模型を用いて風洞実験を行う。60km/h での走行を再現するための風洞内の気流の速度を求めよ。
- (2) (1)の速度で模型に作用する抗力が  $D = 70 \text{ N}$  であった。抗力係数  $C_D$  を求めよ。
- (3) (2)で求めた抗力係数から、実車の場合に作用する抗力を求めよ。
- (4) 実車の  $1/10$  の縮小模型を製作して水流を用いた可視化実験を行う場合には、水流の速度をいくりにすればよいか計算せよ。

略解：

- (1) レイノルズの相似則から模型を  $1/2$  に縮小しているため、流速は 2 倍になればよい。

$$U = \left( 60 \times \frac{1000}{3600} \right) \times 2 = 33 \text{ m/s} \quad (\text{答})$$

- (2) 模型の投影面積が実車の  $1/4$  になることに注意し、抗力係数の定義から計算できる。

$$C_D = \frac{2D}{\rho U^2 S} = \frac{2 \times 70}{1.2 \times 33^2 \times 0.25} = 0.43 \quad (\text{答})$$

- (3) 実車の投影面積を用いて計算すればよい。

$$D = C_D \frac{\rho U^2 S}{2} = 0.43 \times \frac{1.2 \times \left( 60 \times \frac{1000}{3600} \right)^2 \times 1.0}{2} = 72 \text{ N} \quad (\text{答})$$

- (4) 実車のレイノルズ数と水流の実験におけるレイノルズ数が一致すればよい。

$$Re = \frac{\rho U L}{\mu} = \frac{\rho_w U' (L/10)}{\mu_w}$$

$$\rightarrow U' = \frac{\rho}{\rho_w} \frac{\mu_w}{\mu} \times 10 \times \left( 60 \times \frac{1000}{3600} \right) = \frac{1.2}{1000} \times \frac{1.0 \times 10^{-3}}{18 \times 10^{-6}} \times 10 \times \left( 60 \times \frac{1000}{3600} \right) = 11 \text{ m/s} \quad (\text{答})$$