

「流体力学」 第2章 問題の解答

2-1 ドリル問題

問題1 200 kPa (ゲージ圧) を kgf/cm^2 で表すと幾らになるか。

ゲージ圧および大気圧 $p_a = 100\text{kPa}$ である場合の絶対圧で答えよ。

略解：2-1-2 項で説明したように

$$1\text{kgf/cm}^2 = 98.0665\text{kPa} \text{ であるから,}$$

$$200\text{kPa} = 200/98.0665 = 2.04\text{kgf/cm}^2 \quad (\text{答})$$

200 kPa (ゲージ圧) を絶対圧で表すには、大気圧を加えればよいから、
 $200+100=300\text{kPa}$ となる。したがって、

$$300\text{kPa} = 300/98.0665 = 3.06\text{kgf/cm}^2 \quad (\text{答})$$

問題2 図2-5の水圧機において、ピストンAの質量は1.0 kg、面積は $A_0 = 3.0\text{ cm}^2$ である。ピストンBの面積は $A_1 = 300\text{ cm}^2$ である。ピストンAおよびBに力を加えない状態で釣り合っているとすれば、ピストンBの質量はいくらか。ただし、ピストンとシリンダー間の摩擦力は考えなくとも良いとする。

略解：式2-3より

$$F_1 = F_0 (A_1 / A_0) = 1\text{kg} \times 9.8\text{m/s}^2 \times (300\text{cm}^2 / 3\text{cm}^2) = 980\text{N}$$

よって、ピストンBの質量は $F_1/9.8=100\text{kg}$

になる。 (答)

問題3 地球上における最深地点はマリアナ海溝にあり、海面下約10900 mである。この地点における圧力はいくらか。ただし、海水の比重は1.04で一定とする。

略解：ゲージ圧で求める。1-1-4項の式1-2と2-1-4項の式2-6より

$$\begin{aligned} p &= \rho g (z_0 - z) = \rho g h = s \times 1000\text{kg/m}^3 \times g h \\ &= 1.04 \times 1000\text{kg/m}^3 \times 9.8\text{m/s}^2 \times 10900\text{m} \\ &= 1.1 \times 10^8 \text{Pa} = 0.11\text{GPa} \end{aligned}$$

問題4 容器内に入れた液体の自由表面の傾斜角で加速度を計測する装置がある。その計測器を水平方向に一定加速度で動かしたとき、計測器内の液体の自由表面が水平面に対して45度の角度をなした場合、加速度を求めよ。

略解：2-1-5項の例題（一定加速度で移動する容器内の水面）の略解より、
加速度 α は $\alpha = g \tan \theta$ であるから、

$$\alpha = 9.8\text{m/s}^2 \times \tan 45^\circ = 9.8\text{m/s}^2 \text{ となる。} \quad (\text{答})$$

問題5 図2-11に示すように内径1.0 m、高さ2.0 mの円筒容器に水を入れる。この容器を中心軸まわりに80 rpmで回転させたとき、図のように水面が回転放物面状になった。水面の最高位置Aと最低位置Cの距離Hを求めよ。

略解：2-1-5項の例題（回転容器内の液体）の略解から

$$z = (\omega^2 r^2) / (2g) + C$$

であるから、容器の中心 $r = 0$ での水面の位置を z_0 とすると、 $C = z_0$ となる。容器の半径を R とし、そこでの水面の位置を z_R とすると、

$$\begin{aligned} H = z_R - z_0 &= \frac{\omega^2 R^2}{2g} + z_0 - z_0 \\ &= (\omega^2 R^2) / (2g) = (80 \times 2 \times \pi / 60 \text{ rad/s})^2 \times (0.5 \text{ m})^2 / (2 \times 9.8 \text{ m/s}^2) \\ &= 0.89 \text{ m} \quad (\text{答}) \end{aligned}$$

2-2 ドリル問題

問題1 水銀柱50mmは何Paに相当するか。

ここで、水銀の密度は $1.3595 \times 10^4 \text{ kg/m}^3$ 、重力加速度は 9.8 m/s^2 とする。

略解：式2-15より、

$$\begin{aligned} p_A = \rho g h &= 1.3595 \times 10^4 \text{ kg/m}^3 \times 9.8 \text{ m/s}^2 \times 50 \times 10^{-3} \text{ m} \\ &= 6661.55 \text{ Pa} = 6.7 \text{ kPa} \quad (\text{答}) \end{aligned}$$

問題2 図2-5に示すように、水が満たされた管Aの圧力 p_A を片方が大気圧 p_a に開放されたU字管マンオメーターで測定する。 p_A をゲージ圧と絶対圧で求めよ。

ここで、 $h_1 = 30 \text{ cm}$ 、 $h = 15 \text{ cm}$ 、 $p_a = 101.3 \text{ kPa}$ 、水の密度 $\rho_1 = 1000 \text{ kg/m}^3$ 、水銀の密度 $\rho = 13.6 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ とする。

略解：ゲージ圧であらわせば、式2-18より

$$\begin{aligned} p_A &= \rho g h - \rho_1 g h_1 \\ &= 13.6 \times 10^3 \text{ kg/m}^3 \times 9.8 \text{ m/s}^2 \times 15 \times 10^{-2} \text{ m} - 1000 \text{ kg/m}^3 \times 9.8 \text{ m/s}^2 \times 30 \times 10^{-2} \text{ m} \\ &= 17.052 \text{ kPa} = 17 \text{ kPa} \end{aligned}$$

式2-17より絶対圧では

$$\begin{aligned} p_A &= p_a + \rho g h - \rho_1 g h_1 \\ &= 101.3 \text{ kPa} + 17.052 \text{ kPa} = 118.35 \text{ kPa} = 1.2 \times 10^2 \text{ kPa} \end{aligned}$$

となる。 (答)

問題3 水が満たされたタンク A, B の圧力差 $p_A - p_B$ を U 字管形示差マンノメーターで測定したところ、図 2-20 のようになった。 $h = 0.7\text{m}$ のとき、 $p_A - p_B$ を求めよ。

ここで、水の密度 $\rho = 1000\text{kg/m}^3$ 、水銀の密度 $\rho_g = 13.6 \times 10^3\text{kg/m}^3$ とする。

略解：式 2-20 より、この問題の場合に記号を変えると

$$\begin{aligned} p_A - p_B &= \rho_g gh + \rho g(H - h) - \rho gH \\ &= \rho_g gh - \rho gh = gh(\rho_g - \rho) \\ &= 9.8\text{m/s}^2 \times 0.7\text{m} \times (13.6 \times 10^3\text{kg/m}^3 - 1000\text{kg/m}^3) = 86\text{kPa} \quad (\text{答}) \end{aligned}$$

問題4 図 2-21 に示すタンク A, B の圧力差を逆 U 字管形示差マンノメーターで測定したところ、上部の油の差が $h = 30\text{cm}$ であった。圧力差 $p_A - p_B$ を求めよ。ただし、水の密度を $\rho = 1000\text{kg/m}^3$ 、油の密度を $\rho_0 = 930\text{kg/m}^3$ とする。

略解：2-2-3 項の例題（逆 U 字管形示差マンノメーターによる圧力測定）の略解より、この問題の場合に記号を変えると

$$\begin{aligned} p_A - p_B &= \rho gh_1 - \rho gh_2 + \rho_0 gh \\ &= \rho g(h_1 - h_2) + \rho_0 gh \\ &= 1000\text{kg/m}^3 \times 9.8\text{m/s}^2 \times (100 - 180) \times 10^{-2}\text{m} \\ &\quad + 930\text{kg/m}^3 \times 9.8\text{m/s}^2 \times 30 \times 10^{-2}\text{m} = -5.1\text{kPa} \quad (\text{答}) \end{aligned}$$

2-3 ドリル問題

問題1 高さ 6 m、幅 5 m の長方形ゲートが水で満たされた長方形開放水槽の側面に垂直に取り付けられている（図 2-22 参照）。ゲートの上縁 A は水面下 3 m である。ゲートの下縁 B はちょうつがい回転できるようになっている。ゲートに対して垂直な力 F をゲートの上縁に加えてゲートを閉めておきたい。必要な力 F の大きさを求めよ。

略解：全圧力 P は式 2-23 から、圧力中心位置の深さは式 2-28 から与えられるので $a = 6.0\text{m}$ 、 $b = 5.0\text{m}$ 、 $h = 3.0\text{m}$ を代入すると、

$$\begin{aligned} P &= \rho gab \left(h + \frac{a}{2} \right) \\ &= 1000\text{kg/m}^3 \times 9.8\text{m/s}^2 \times 6.0\text{m} \times 5.0\text{m} \times \left(3.0\text{m} + \frac{6.0}{2}\text{m} \right) = 1764000\text{N} \\ z_c &= \left(h + \frac{a}{2} \right) + \frac{a^2}{12(h + a/2)} = \left(3\text{m} + \frac{6}{2}\text{m} \right) + \frac{6^2\text{m}^2}{12(3\text{m} + \frac{6}{2}\text{m})} = 6.5\text{m} \end{aligned}$$

下縁 B でのモーメントが釣り合えばよいので、

$$P \times (a + h - z_c) = F \times a$$

$$1764000\text{N} \times (6 + 3 - 6.5)\text{m} = F \times 6\text{m} \quad \text{より} \quad F = 735000\text{N} = 735\text{kN} \quad (\text{答})$$

問題2 図2-27のように水平軸まわりに回転できる円形弁がある。中心軸までの水深は1 m, 円形弁の直径は60 cmである。軸まわりにモーメントを加え、弁を閉じておきたい。必要なモーメントを求めよ。

略解：2-3-2 項の例題（円形弁に作用する力）の略解より、水圧による中心軸まわりの回転モーメント M は

$$M = \frac{\rho g \pi d^4}{64} = \frac{1000 \text{kg/m}^3 \times 9.8 \text{m/s}^2 \times 3.14 \times (0.6 \text{m})^4}{64} = 62.31 \text{Nm}$$

2-4 ドリル問題

問題1 比重 s の海水に浮かんでいる。海水の比重を $s = 1.025$ であるとすれば、海面下の氷の体積が 3m^3 の時、どれくらいの浮力を受けるか。アルキメデスの原理より計算せよ。水の密度 ρ_w を 1000kg/m^3 とする。

略解：アルキメデスの原理より、静止した流体中の物体は、その物体が排除した流体の重量に等しい大きさで浮力を受けるので、

海面下の氷の体積を V_{in} とすれば、氷に働く浮力 F は

$$F = \rho_w s V_{\text{in}} g$$

となり、数値を代入すると

$$F = 1000 \text{kg/m}^3 \times 1.025 \times 3 \text{m}^3 \times 9.8 \text{m/s}^2 = 30135 \text{N} = 30 \text{kN} \quad \text{になる。}$$

問題2 海面上に出ている氷の体積は 100m^3 である。氷の全質量を求めよ。ここで、氷および海水の比重はそれぞれ $s_i = 0.92$, $s = 1.025$ であるとする。

略解：2-4-1 項の例題（氷に働く浮力）より、

氷の全体積 V は、海面上の体積を V_{out} , 海面下の体積を V_{in} とすると、

$$V = V_{\text{in}} \frac{s}{s_i} = (V - V_{\text{out}}) \frac{s}{s_i} = V \frac{s}{s_i} - V_{\text{out}} \frac{s}{s_i}$$

$$\therefore V = V_{\text{out}} / (1 - s_i / s) = 100 \text{m}^3 / (1 - 0.92 / 1.025) = 976.19 \text{m}^3$$

$$\text{全質量は、} 0.92 \times 1000 \text{kg/m}^3 \times 976.19 \text{m}^3 = 898094 \text{kg} = 90 \times 10^4 \text{kg} \quad (\text{答})$$

2章 演習問題

1. 図 2-32 のような底面の面積が等しい(a)から(d)の 4 種類の容器に同じ水を同じ深さだけ満たした。各容器の底面が受ける圧力による力について比較・考察せよ。

略解：4 種類とも深さが同じであるから、式 2-6 より底面での圧力は等しい。したがって、底面の面積も等しいので圧力による力も等しい。 (答)

2. 図 2-33 に示すように、タンク内に比重 0.800 の油が貯蔵されている。タンク上部は空気の層があり、その圧力は水銀（比重：13.57）を用いた U 字管マンノメーターで測定する。液柱高さの差が 250 mm であるとき、タンク内の油面から深さ 5000 mm の A 位置における圧力は幾らになるか。ゲージ圧で答えよ。

略解：空気室の圧力を p_a 、水銀の密度を ρ_{Hg} とすると

$$p_a + \rho_{Hg}g250\text{mm} = 0$$

一方、点 A の圧力を p_A 、油の密度を ρ_o とすると

$$p_A = p_a + \rho_o g 5000\text{mm}$$

式 1-2 から、ある流体の密度は、その流体の比重に $1000\text{kg}/\text{m}^3$ を乗じたものであることを考慮して、上の二式から

$$\begin{aligned} p_A &= p_a + \rho_o g 5000\text{mm} = -\rho_{Hg}g250\text{mm} + \rho_o g 5000\text{mm} \\ &= -13570\text{kg}/\text{m}^3 \times 9.8\text{m}/\text{s}^2 \times 0.25\text{m} + 800\text{kg}/\text{m}^3 \times 9.8\text{m}/\text{s}^2 \times 5\text{m} \\ &= 5953.5\text{Pa} = 6.0\text{kPa} \end{aligned}$$

となる。 (答)

3. 空気が流れる二つの管 A, B の圧力差 $p_A - p_B$ を図 2-34 に示す傾斜マンノメーターで測定した。傾斜マンノメーターのタンク内径は 50 mm, 管の内径は 5 mm, 傾斜角 $\alpha = 30^\circ$, マノメーター液としては比重 0.822 のアルコールを用いている。 $L = 400\text{mm}$ の場合, $p_A - p_B$ を求めよ。

略解：タンクの内径を d_t , 管の内径を d_p , マノメーター液の密度を ρ とすると

$$\begin{aligned} \frac{\pi}{4}d_t^2\Delta H &= \frac{\pi}{4}d_p^2L \\ p_B + \rho g L \sin \alpha + \rho g \Delta H &= p_A \\ \therefore p_A - p_B &= \rho g L \left(\sin \alpha + \frac{\Delta H}{L} \right) = \rho g L \left\{ \sin \alpha + \left(\frac{d_p}{d_t} \right)^2 \right\} \\ &= 0.822 \times 1000\text{kg}/\text{m}^3 \times 9.8\text{m}/\text{s}^2 \times 0.4\text{m} \times \left\{ \sin 30^\circ + \left(\frac{5}{50} \right)^2 \right\} = 1643.34\text{Pa} = 1.6\text{kPa} \end{aligned}$$

となる。 (答)

4. 図 2-35 に示す水圧機で、それぞれのピストン直径は $D_1 = 30 \text{ cm}$, $D_2 = 300 \text{ cm}$ であるとする。大口径ピストンに質量 $M = 500 \text{ kg}$ の自動車が乗せてある。この自動車を押し上げるためには小口径ピストンに幾らの力 F を加えなくてはならないか。また、大口径ピストンに乗せられた自動車を 10 mm 押し上げるためには小口径ピストンをどれほど押し下げなくてはならないか。

略解：式 2-3 より

$$F = Mg(D_1/D_2)^2 = 500\text{kg} \times 9.8\text{m/s}^2 \times (30/300)^2 = 49\text{N} \quad (\text{答})$$

小口径ピストンを押し下げる距離を x とすると

$$xD_1^2 = 10\text{mm} \times D_2^2$$

よって、 $x = 10\text{mm} \times (300/30)^2 = 1\text{m}$ となる。 (答)

5. 図 2-36 は液体を超高圧加圧する際に用いられるポンプの概略図である。中央部にある断面積 A_1 の大口径ピストンを油圧で左方向に駆動する。大口径ピストンの左端には断面積 A_2 の小口径ピストンが接続されており、小口径シリンダーに加圧する液体を入れる。大口径シリンダー左右の圧力はそれぞれ $p_0 (= 0 \text{ MPa})$, p_1 , 小口径シリンダー内の圧力は p_2 の時、 p_1 と p_2 との関係式を求めよ。

また、 $p_1 = 20 \text{ MPa}$, $A_1 = 20 \text{ cm}^2$, $A_2 = 1 \text{ cm}^2$ である場合、 p_2 を求めよ。ただしピストンとシリンダー間などの摩擦力などは無視してよい。

略解：ピストンが受ける力が釣り合っているとすると、

$$P_2 A_2 + p_0 (A_1 - A_2) = p_1 A_1 \quad \text{となる。}$$

さらに、 $p_0 = 0$ とすると

$$P_2 A_2 = p_1 A_1 \quad (\text{答})$$

となる。数値を代入すると、

$$P_2 = p_1 A_1 / A_2 = 20\text{MPa} \times 20\text{cm}^2 / 1\text{cm}^2 = 400\text{MPa} \quad (\text{答})$$

2章 巻末問題

1. 図1の水圧機において、ピストンAの質量を20kg増加させた場合、ピストンBに作用する力はどれほど増加するか。ここで、 $A_0 = 5\text{cm}^2$ 、 $A_1 = 500\text{cm}^2$ とする。

略解：ピストンAの質量増加 m による圧力増加を Δp とすれば、

$$\Delta p = mg/A_0$$

パスカルの原理によってピストンBに加わる圧力も Δp 増加する。

従ってピストンBに作用する力の増加 F は

$$\begin{aligned} F &= \Delta p \times A_1 = mg \times (A_1 / A_0) \\ &= 20\text{kg} \times 9.8\text{m/s}^2 \times (500/5) = 19.6\text{kN} \quad (\text{答}) \end{aligned}$$

2. 図2に示すようなU字管マンオメータにより、大気圧（絶対圧） p_a を求めよ。
ただし、 p_A は絶対圧で0.10MPaであり、水の比重を1.0、 CCl_4 の比重を1.6とする。

略解：水と CCl_4 の密度を ρ_w 、 ρ_{CCl_4} とすると

$$\text{点 B での圧力は } p_a + \rho_w g \times 70 \times 10^{-3} \text{ Pa}$$

$$\text{点 C での圧力は } p_A + \rho_{\text{CCl}_4} g \times 200 \times 10^{-3} \text{ Pa}$$

であり、両者が等しいので

$$p_a + \rho_w g \times 70 \times 10^{-3} = p_A + \rho_{\text{CCl}_4} g \times 200 \times 10^{-3}$$

$$\begin{aligned} \therefore p_a &= p_A + g(\rho_{\text{CCl}_4} \times 200 - \rho_w \times 70) \times 10^{-3} \\ &= p_A + g\rho_w (\rho_{\text{CCl}_4} / \rho_w \times 200 - 70) \times 10^{-3} \\ &= 0.1 \times 10^6 + 9.8 \times 1000(1.6 \times 200 - 70) \times 10^{-3} \\ &= 102450\text{Pa} = 102\text{kPa} \quad (\text{答}) \end{aligned}$$

3. 図3において、点AとBの圧力を求めよ。ただし、油の比重を0.85とする。

略解：油の密度を ρ_0 とすると、ゲージ圧で点Aの圧力 p_A は

$$p_A = -\rho_0 g \times 1.1\text{m} = -850\text{kg/m}^3 \times 9.8\text{m/s}^2 \times 1.1\text{m} = -916\text{Pa} = -0.916\text{kPa}$$

$$\begin{aligned} p_B &= p_A + \rho_0 g \times 0.9\text{m} \\ &= -916\text{Pa} + 850\text{kg/m}^3 \times 9.8\text{m/s}^2 \times 0.9\text{m} \\ &= -1666\text{Pa} = -1.666\text{kPa} \quad (\text{答}) \end{aligned}$$

4. 図4で点A, Bの間の圧力差 ($p_B - p_A$) を求めよ。ただし, 水の比重を 1.0, CCl_4 の比重を 1.6, 水銀の比重を 13.6 とする。

略解: 点A, Bでの圧力を p_A, p_B , さらに水, CCl_4 , 水銀の密度を $\rho_w, \rho_{\text{CCl}_4}, \rho_{\text{Hg}}$ とすると

$$\text{点Cでの圧力 } p_C \text{ は } p_C = p_A + \rho_w \times g \times 0.1\text{m} + \rho_{\text{Hg}} \times g \times 0.2\text{m}$$

$$\text{点Dでの圧力 } p_D \text{ は } p_D = p_B + \rho_{\text{CCl}_4} \times g \times 0.3\text{m}$$

となり両者は等しいので

$$p_A + \rho_w \times g \times 0.1\text{m} + \rho_{\text{Hg}} \times g \times 0.2\text{m} = p_B + \rho_{\text{CCl}_4} \times g \times 0.3\text{m}$$

$$\begin{aligned} \therefore p_B - p_A &= -\rho_{\text{CCl}_4} \times g \times 0.3\text{m} + \rho_w \times g \times 0.1\text{m} + \rho_{\text{Hg}} \times g \times 0.2\text{m} \\ &= g(-0.3\rho_{\text{CCl}_4} + 0.1\rho_w + 0.2\rho_{\text{Hg}}) \\ &= 9.8\text{m/s}^2 \times (-0.3\text{m} \times 1600\text{kg/m}^3 + 0.1\text{m} \times 1000\text{kg/m}^3 + 0.2\text{m} \times 13600\text{kg/m}^3) \\ &= 22932\text{Pa} = 22.9\text{kPa} \quad (\text{答}) \end{aligned}$$

5. 図5に示すように垂直な壁 AB が両側に貯められた水から力を受けている。両側の水から受ける全圧力の合力 P_t と作用位置 z を示せ。

ただし、水の密度を $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ とする。

略解：式 2-23 で $h=0$ とおくと全圧力 P は

$$P = \rho g a b \frac{a}{2} = \frac{1}{2} \rho g a^2 b$$

となる。

一方、式 2-28 より圧力中心の水面からの座標は

$$z_c = \frac{a}{2} + \frac{a^2}{12(a/2)} = \frac{2}{3} a \quad \text{となる。}$$

従って、左側の水から受ける全圧力 p_1 は

$$P_1 = \frac{1}{2} \rho g a_1^2 b \quad \text{となり、右側の水から受ける全圧力 } p_2 \text{ は}$$

$$P_2 = \frac{1}{2} \rho g a_2^2 b \quad \text{となる。従って、合力 } P_t \text{ は次のようになる。}$$

$$P_t = P_1 - P_2 = \frac{1}{2} \rho g b (a_1^2 - a_2^2)$$

$a_1 = 2.0 \text{ m}$, $a_2 = 1.5 \text{ m}$, $b = 1 \text{ m}$, $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$, $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ の数値を代入すると、

$$P_t = \frac{1}{2} 1000 \times 9.8 \times 1 \times (2.0^2 - 1.5^2) = 8575 \text{ N} = 8.6 \text{ kN} \quad (\text{答})$$

点 B でのモーメントの釣り合いから

$$P_t \times z = P_1 \times z_1 - P_2 \times z_2 = P_1 \times \frac{1}{3} a_1 - P_2 \times \frac{1}{3} a_2$$

$$\begin{aligned} \therefore z &= \frac{1}{3} (a_1^3 - a_2^3) / (a_1^2 - a_2^2) = \frac{1}{3} (a_1 - a_2)(a_1^2 + a_1 a_2 + a_2^2) / (a_1^2 - a_2^2) \\ &= \frac{1}{3} (a_1^2 + a_1 a_2 + a_2^2) / (a_1 + a_2) \end{aligned}$$

となり、数値を代入すると

$$\begin{aligned} z &= \frac{1}{3} (a_1^2 + a_1 a_2 + a_2^2) / (a_1 + a_2) \\ &= \frac{1}{3} (2.0^2 + 2.0 \times 1.5 + 1.5^2) / (2.0 + 1.5) \\ &= 0.88 \text{ m} \end{aligned}$$

となる。 (答)