

「流体力学」第1章 問題の解答

1-1 ドリル問題

問題1 われわれの周りの流体を二つあげよ。

略解：空気や水など (答)

問題2 密度とは何か説明し，単位を示せ。

略解：単位体積当たりの質量，例えば kg/m^3 (答)

問題3 25°C ，1気圧 (101.3kPa) における水の密度を書け。

略解：表1-4より， 997.045kg/m^3 である。(答)

問題4 30°C ，1気圧 (101.3kPa) における空気の密度を書け。

略解：表1-5より， 1.1640kg/m^3 である。(答)

問題5 水 10.0m^3 の質量が 9950kg である時，密度 ρ を求めよ。

略解： $\rho = 9950\text{kg} / 10.0\text{m}^3 = 995\text{kg/m}^3$ (答)

問題6 原油 1.00L ⁽¹⁾ の重量が 8.428N である時，この原油の密度 ρ を求めよ。

略解： $\rho = 8.428\text{N} / (9.8\text{m/s}^2 \times 1.00 \times 10^{-3}\text{m}^3) = 8.6 \times 10^2\text{kg/m}^3$ (答)

脚注1 1Lは： $1\text{L} = 10^{-3}\text{m}^3$ 。リットルはSI単位でないが日常使用することが多い。

問題7 20L/min (毎分20リットル) の流量の場合，1秒間当たり何 m^3 流れるか求めよ。

略解： $20\text{L/min} = 20 \times 10^{-3}\text{m}^3 / 60\text{s} = 3.3 \times 10^{-4}\text{m}^3/\text{s}$ (答)

問題8 比重が 0.875 の油の密度を求めよ。

略解：式1-2より，油の密度 ρ は，

$$\rho[\text{kg/m}^3] = 1000\text{kg/m}^3 \times s = 1000\text{kg/m}^3 \times 0.875 = 875\text{kg/m}^3 \quad \text{となる。} \quad (\text{答})$$

問題9 密度が 13600kg/m^3 の水銀の比重を求めよ。

略解：式1-2より

$$s = \frac{13600\text{kg/m}^3}{1000\text{kg/m}^3} = 13.6 \quad (\text{答})$$

問題 10 有効数字に注意して次の計算をせよ。

$$887+0.77+48.5-3.68$$

略解：887 を基準にして、 $887+0.8+48.5-3.7=933$ となる。 (答)

問題 11 有効数字に注意して次の計算をせよ。

$$5.0 \times \pi$$

略解： $5.0 \times 3.14 = 16$ (答)

1-2 ドリル問題

問題 1 体積弾性係数の単位を示せ。

略解：Pa や MPa など圧力の単位と同じ。 (答)

問題 2 温度 20°C、圧力 0.1MPa における水の体積弾性係数を書け。

略解：表 1-6 より $2.06 \times 10^3 \text{MPa}$ (答)

問題 3 温度 14°C、体積 3.00m^3 のエチルアルコールに 2.00MPa の圧力を加えた時の体積を求めよ。

略解：表 1-6 より、温度 14°C のエチルアルコールの体積弾性係数は、 $0.97 \times 10^3 \text{MPa}$ である。

式 1-4 より

$$\Delta V = -\frac{V \Delta p}{K} = -3.00 \text{m}^3 \times 2.00 \times 10^6 \text{Pa} / (0.97 \times 10^9 \text{Pa}) = -0.00619 \text{m}^3$$

よって、圧力を加えた後の体積は、

$$3.00 \text{m}^3 - 0.00619 \text{m}^3 = 2.99 \text{m}^3 \quad (\text{答})$$

となる。

問題 4 5.00MPa の圧力をある液体に加えたとき、その体積が 0.2% 減少した。この場合の液体の体積弾性係数 K と圧縮率 β を求めよ。

略解：式 1-4 より、体積弾性係数 K は、

$$K = \frac{\Delta p}{-\Delta V / V} = \frac{5.00 \times 10^6 \text{Pa}}{-(-0.2/100)} = 250 \times 10^7 \text{Pa} = 2500 \text{MPa} = 2.50 \text{GPa} \quad (\text{答})$$

となり、圧縮率 β は式 1-4 より体積弾性係数 K の逆数であるから、

$$\beta = 1/K = 4.00 \times 10^{-10} \text{ 1/Pa} \quad (\text{答})$$

となる。

問題 5 われわれの周りで、表面張力は働いているものを書け。

略解：たとえば、コップにあふれるくらい水を入れた時の表面 (答)

問題 6 表面張力の単位を示せ。

略解：N/m など力を長さで割った単位。 (答)

問題 7 内径 1.00mm の細いガラス管が 20°C の水に鉛直に立てられている。毛管現象による水面の上昇高さ h を求めよ。水とガラスの接触角は 8° , 表面張力を 0.07275N/m, 水の密度は 1000kg/m³ とし, 重力加速度を 9.8m/s² とする。

略解 : 式 1-12 より

$$h = \frac{4\sigma \cos\alpha}{\rho g d} = \frac{4 \times 0.07275 \text{N/m} \times \cos 8^\circ}{1000 \text{kg/m}^3 \times 9.8 \text{m/s}^2 \times 1.00 \times 10^{-3} \text{m}} = 0.029 \text{m} = 29 \text{mm} \quad (\text{答})$$

問題 8 球形状の水滴の内部の圧力を外部の圧力より 0.50kPa 高くしたい。水滴の半径をどのくらいにすればよいか。水滴の温度は 20°C とし, 水滴の表面張力は 0.07275N/m とする。

略解 : 球面の場合の差圧, 表面張力と曲率半径の関係式 1-10 より,

$$R = \frac{2\sigma}{\Delta p} = \frac{2 \times 0.07275 \text{N/m}}{0.50 \times 10^3 \text{Pa}} = 2.9 \times 10^{-4} \text{m} = 0.29 \text{mm} \quad (\text{答})$$

問題 9 温度 20°C の半径 1mm の球形状の水滴の内部の圧力を求めよ。水滴の表面張力は 0.07275N/m とする。

略解 : 球面の場合の差圧, 表面張力と曲率半径の関係式 1-10 より,

$$\Delta p = \frac{2\sigma}{R} = \frac{2 \times 0.07275 \text{N/m}}{1.0 \times 10^{-3} \text{m}} = 145.5 \text{Pa} = 0.15 \text{kPa} \quad (\text{答})$$

問題 10 図 1-9 に示すような油圧シリンダがある。1 室の体積 V_1 が 18.0cm³ でピストンが静止している場合, 油が入口より $Q_1=9.00 \times 10^{-8} \text{m}^3/\text{s}$ で流入する。その時の 1 室の圧力上昇率 dp/dt より 0.01 秒間に上昇する圧力を概算せよ。油の体積弾性係数は, $1.40 \times 10^3 \text{MPa}$ とする。

略解 : 式 1-7 より, 1 室の圧力上昇率は

$$\frac{dp}{dt} = KQ/V = KQ_1/V_1 \quad \text{となる。}$$

Δt 秒間に Δp だけ圧力が変化すると,

上式より $\Delta p \doteq KQ_1\Delta t/V_1$ となり, 数値を代入すると,

$$\begin{aligned} \Delta p \doteq KQ_1\Delta t/V_1 &= 1.40 \times 10^3 \times 10^6 \text{Pa} \times 9.00 \times 10^{-8} \text{m}^3/\text{s} \times 0.01 \text{s} / (18.0 \times 10^{-6} \text{m}^3) \\ &= 70000 \text{Pa} = 0.07 \text{MPa} \quad (\text{答}) \end{aligned}$$

となる。

1-3 ドリル問題

問題1 流体力学では、流れを流体粒子が隙間無く周囲の同質の流体と連続的につながって、この個々の流体粒子の運動により流体全体の流れが生じると考える。このような近似をなんと言うか。

略解：連続体近似 (答)

問題2 粘性の影響を考慮しない流体を何と言うか。

略解：理想流体 (完全流体) (答)

問題3 粘性が無い流れでは、せん断応力は存在するか。

略解：存在しない。 (答)

問題4 密度、粘度と動粘度の関係を示せ。

略解：式1-17より粘度は、密度かける動粘度である。(答)

問題5 粘度と動粘度の単位を示せ。

略解：粘度の単位は $\text{Pa} \cdot \text{s}$ であり、動粘度の単位は m^2/s である。(答)

問題6 圧力が 101.3kPa で温度が 25°C の時の水の動粘度を計算で求めよ。

ただし、表1-7より、その時の密度は $997.045\text{kg}/\text{m}^3$ 、粘度は $0.8902\text{mPa} \cdot \text{s}$ である。

略解：式1-17より

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} = \frac{0.8902 \times 10^{-3} \text{Pa} \cdot \text{s}}{997.045 \text{kg}/\text{m}^3} = 0.8928 \times 10^{-6} \frac{\text{m}^2}{\text{s}} = 0.8928 \frac{\text{mm}^2}{\text{s}} \quad (\text{答})$$

となり、表1-7の中の値と一致する。

問題7 圧力が 101.3kPa で温度が 20°C の空気の動粘度を計算で求めよ。

ただし、表1-8より、その時の密度は $1.2039\text{kg}/\text{m}^3$ 、粘度は $118.24\mu\text{Pa} \cdot \text{s}$ である。

略解：式1-17より

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} = \frac{118.24 \times 10^{-6} \text{Pa} \cdot \text{s}}{1.2039 \text{kg}/\text{m}^3} = 15.15 \times 10^{-6} \frac{\text{m}^2}{\text{s}} = 15.15 \frac{\text{mm}^2}{\text{s}}$$

となり、表1-8中の値と一致する。 (答)

問題8 図1-14において、上の板が 3.0N の力を受けて右方向へ移動している。板の面積が 600cm^2 の場合の板が流体から受けるせん断応力を求めよ。

略解：式1-15よりせん断応力 τ は力を面積で割ったものであるから、

$$\tau = 3.0\text{N} / (600 \times 10^{-4} \text{m}^2) = 50\text{Pa} \quad (\text{答})$$

問題 9 図 1-14 において、上の板が 5cm/s (等速度) で右方向へ移動しており、下の板は静止している。上と下の板の隙間が 1mm の時の速度勾配を求めよ。

略解：速度勾配 du/dy は、速度が直線的に変化すると、上下の板の速度の違いを上下の板の隙間で割ったものであるから、

$$du/dy = 5 \times 10^{-2} \text{ m/s} / (1 \times 10^{-3} \text{ m}) = 50 \frac{1}{\text{s}} \quad (\text{答})$$

問題 10 上述の問題 9 の場合、上下の板の間には 25°C (101.3kPa) の水が流れている。下の板が受けるせん断応力と力を求めよ。下の板の面積を 600cm² とする。

略解：表 1-7 より、水の粘度 μ は 0.8902mPa·s である。

したがって、式 1-16 より

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} = 0.8902 \times 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s} \times 50 \frac{1}{\text{s}} = 0.045 \text{ Pa} \quad (\text{答})$$

となる。力 F は、せん断応力かけ面積であるから、

$$F = 0.045 \text{ Pa} \times 600 \times 10^{-4} \text{ m}^2 = 0.0027 \text{ Pa m}^2 = 0.0027 \text{ N} \quad (\text{答})$$

1 章 演習問題

1. 比重が 0.900 の油の密度を求めよ。

略解：式 1-2 より、油の密度 ρ は、

$$\rho [\text{kg/m}^3] = 1000 \text{ kg/m}^3 \times s = 1000 \text{ kg/m}^3 \times 0.900 = 900 \text{ kg/m}^3 \quad \text{となる。}$$

2. 図 1-9 に示すような油圧シリンダがある。油が入口より流量 Q_1 [m³/s] が流入し 1 室の圧力が上昇し、ピストンを右へ押し出口から流量 Q_2 [m³/s] が流出する。油の体積弾性係数は、1.40×10³MPa とする。1 室の体積 V_1 が 20.0cm³ で、油が入口より $Q_1 = 2.00 \times 10^{-6} \text{ m}^3/\text{s}$ で流入し、ピストンが速度 0.500cm/s で右方向へ移動している場合の 0.01 秒間に上昇する 1 室の圧力を概算せよ。ただし、ピストンの半径を 1.00cm とする。

略解：式 1-7 より、1 室の圧力上昇率は

$$\frac{dp}{dt} = KQ/V = KQ_1/V_1 \quad \text{となる。}$$

Δt 秒間に Δp 圧力が変化すると、上式より $\Delta p = KQ_1 \Delta t / V_1$ となる。さらに、ピストンが移動する場合は、ピストンが移動する体積だけ油が 1 室の体積 V_1 から流出する。その流量は、ピストンの移動速度×ピストンの断面積となり、

$$0.500 \times 10^{-2} \text{ m/s} \times 1 \times 10^{-4} \times \pi = 1.57 \times 10^{-6} \text{ m}^3/\text{s}$$

となる。従って、上式より

$$\begin{aligned}\Delta p &\cong K(Q_1 - 1.57 \times 10^{-6} \text{ m}^3/\text{s})\Delta t / V_1 \\ &= 1.40 \times 10^3 \times 10^6 \text{ Pa} \times (2.00 \times 10^{-6} \text{ m}^3/\text{s} - 1.57 \times 10^{-6} \text{ m}^3/\text{s}) \times 0.01 \text{ s} / (20.0 \times 10^{-6} \text{ m}^3) \\ &= 301000 \text{ Pa} = 0.301 \text{ MPa} \quad (\text{答})\end{aligned}$$

3. 小さな円形の穴から水銀が大気中（1気圧）に噴出している。噴流の直径は 0.50mm, 温度が 20°C の時の噴流内部の圧力を求めよ。ただし、噴流は直線状に噴出し、直径は変化しないとする。水銀の表面張力を 0.476N/m とする。

略解：式 1-11 より噴流の半径を R とすると

$$\Delta p = \frac{\sigma}{R} = \frac{0.476 \text{ N/m}}{0.250 \times 10^{-3} \text{ m}} = 1904 \text{ Pa} = 1.90 \text{ kPa}$$

となる。従って、内部の圧力は 1.90kPa である。 (答)

4. 大気圧（1気圧）中において、20°Cにおける直径 0.100mm の球状の水滴の内部の圧力を求めよ。表面張力は 0.07275N/m とする。

略解：式 1-10 より次のようになる。

$$\Delta p = \frac{2\sigma}{R} = \frac{2 \times 0.07275 \text{ N/m}}{0.100 \times 0.5 \times 10^{-3} \text{ m}} = 2910 \text{ Pa} = 2.91 \text{ kPa} \quad (\text{答})$$

5. 図 1-17 に示すように、軸と軸受けのすき間が流体で満たされた軸受けがある。軸に軸方向に 100N の力 F を加えると、軸は 0.1m/s の速度で移動した。300N の力を加えると軸の速度はどれぐらいになるか。ただし、流体の温度は変化しないものとする。

略解：式 1-13 より、軸が受ける力と軸の速度は比例する。従って、軸が受ける力が 100N から 300N に 3 倍になれば、軸の速度も 3 倍になり 0.3m/s になる。 (答)

6. 細いガラス管が 20°C の水に鉛直に立てられている。毛管現象により、15mm の水面の上昇を得たい。内径 d をどのくらいにしたらよいか。水とガラスの接触角は 8° , 水の密度は 1000 kg/m^3 とし、表面張力は 0.07275N/m, 重力加速度を 9.8 m/s^2 とする。

略解：式 1-12 より

$$d = \frac{4\sigma \cos \alpha}{\rho g h} = \frac{4 \times 0.07275 \text{ N/m} \times \cos 8^\circ}{1000 \text{ kg/m}^3 \times 9.8 \text{ m/s}^2 \times 15 \times 10^{-3} \text{ m}} = 0.0020 \text{ m} = 2.0 \text{ mm} \quad (\text{答})$$

1章 巻末問題

1. 原油 1.00L の重量が 8.56N である時、この原油の密度 ρ を求めよ。

略解：(重量 F) = (密度 ρ) × (体積 V) × (重力加速度 g)

であるから

$$\rho = \frac{F}{gV} = 8.56 \text{ N} / (9.8 \text{ m/s}^2 \times 1.00 \times 10^{-3} \text{ m}^3) = 87 \times 10 \text{ kg/m}^3 \quad (\text{答})$$

2. 平板の壁 ($y=0$) からの速度分布が $u=4y-y^2$ m/s で与えられる時、壁からの距離 $y=0, 1, 2$ m での速度こう配とせん断応力を求めよ。さらに、縦横 10cm の面積が受けるせん断力を計算せよ。ただし、流体の粘度を $1.0\text{Pa}\cdot\text{s}$ とする。

略解：速度こう配は、 $\frac{du}{dy}=4-2y$ となり、 $y=0, 1, 2$ m での速度こう配は、4, 2, 0 $\frac{1}{\text{s}}$

となる。せん断応力 τ は、 $\tau=\mu\frac{du}{dy}$ よりそれぞれ 4, 2, 0 Pa になる。

せん断力は、面積かけるせん断応力であるから、

$$100\times 10^{-4}\text{m}^2\times 4\text{Pa}=0.04\text{N}\text{になる。}\quad (\text{答})$$

3. ある液体に 3.00MPa の圧力を加えると、体積が 0.1% 減少した。この時の液体の体積弾性係数 K と圧縮率 β を求めよ。

略解：式 1-4 より、体積弾性係数 K は、

$$K=\frac{\Delta p}{-\Delta V/V}=\frac{3.00\times 10^6\text{Pa}}{-(-0.1/100)}=300\times 10^7\text{Pa}=3000\text{MPa}=3.00\text{GPa}\quad (\text{答})$$

となり、圧縮率 β は式 1-4 より体積弾性係数 K の逆数であるから、

$$\beta=1/K=3.33\times 10^{-10}\text{ 1/Pa}\quad (\text{答})$$

となる。

4. 20°C の水に内径 2.00mm の細いガラス管が鉛直に立てられている時、毛管現象による水面の上昇 h を求めよ。水とガラスの接触角は 8° 、水の密度は 1000kg/m^3 、表面張力は 0.073N/m とし、重力加速度を 9.8m/s^2 とする。

略解：式 1-12 より

$$h=\frac{4\sigma\cos\alpha}{\rho g d}=\frac{4\times 0.073\text{N/m}\times\cos 8^\circ}{1000\text{kg/m}^3\times 9.8\text{m/s}^2\times 2.00\times 10^{-3}\text{m}}=0.014\text{m}=14\text{mm}\quad (\text{答})$$