

特別企画 緊急座談会 ～新学習指導要領「数学 A」について～

前回（じっきょう数学資料 No.59）に引き続き、新学習指導要領の数学がどのようなものになり、どのような準備をする必要があるのかについて、ベテランの先生3人（A先生、B先生、C先生）と若手の先生（d先生、e先生）、大学の先生（ω教授）に集まっていたいただき、座談会を行った。

今回は、新しい内容「整数の性質」が加わった「数学 A」を中心に、各先生の本音を語ってもらった。
（司会：実教出版編集部）

司会）今回は「数学 A」についてですが、注目すべきは新しく扱うことになった「整数の性質」です。

「整数の性質」という名前だけ聞くととても易しく感じますが、実際の学習指導要領や解説の中身を見ますと、取り上げようと思えば上限がないくらい内容が豊富で、入試でも幅広い問題が出題できるように思えます。

また、これまであまり聞いたことのない「ユークリッドの互除法」や「部屋割り論法」などが出てくることは、先生方にとっても非常に気になるところではないでしょうか。そこで、新しく扱う内容や、その内容を高等学校1年生に指導することについてのご意見などお願いします。

◆「整数の性質」について

e先生）私は、「ユークリッドの互除法」や「不定方程式」などまったく習わないで大学に行ってしまう、いまだに「ユークリッドの互除法」のアルゴリズムを見た際には、割り算の順番などを一瞬迷うことがあります。ですので、授業時に間違わずに板書や指導ができるか、非常に不安です。

d先生）私も、この分野を指導する自信が無くて正直困っています。「数学 I」では統計も入ってきますし、「数学 A」では「整数の性質」も入ってくるので、いろいろと勉強をしなければなりません。

時間がある時に書店で整数の本を探してみたのですが、難しい参考書の一部のページに難易度の高い大学入試の問題が少しある程度で、簡単に書いてあるものがなかなか見つかりませんでした。そのため、定期試験の問題作成などで結構苦労するのではないかと頭を悩ませています。

C先生）私は今回の学習指導要領に「整数の性質」が入ってきたのは非常に良かったと思います。

例えば、学習指導要領の解説に載っている「部屋割り論法」※¹は、日常会話や生活の中で無意識のうちに使っているはずのものですので、それを改めて気づかせるという意味では、数学を身近に感じる良い機会ではないかと思います。授業で行うのは難しいかもしれませんが、数学全体としては良い流れになると期待しています。

※1 部屋割り論法

「鳩の巣原理」「引き出し論法」などの呼び名がある。

鳩が $n+1$ 羽いて、鳩の巣が n 個であったなら、必ずどれか1つの巣には2羽以上の鳩が入ることになる。

例えば、人が13人がいれば、同じ月に生まれた人が2人以上はいることになる。

（13人の人が鳩、12ヶ月が巣と考える）

d先生）この内容、面白いとは思いますが、授業にどう採り入れるかがイメージしにくいんですよ。今後、いろいろと研究が必要だと思います。

◆約数と倍数について

司会) 新しい学習指導要領の解説で「ア 約数と倍数」の記述を見ると、約数や倍数・倍数の判定などの理解を深めることに加えて『虫食い算や覆面算を扱い、楽しみながら整数の性質の理解を深めさせる』とあります。やや唐突な印象もありますが、この虫食い算や覆面算に関してはいかがでしょうか。

A 先生) 私たちの世代は中学校1年でやりましたが、こうした内容であればむしろ中学校の学習内容のような気がします。

B 先生) 私も A 先生の意見に賛成で、虫食い算などであれば高等学校ではなく、中学校などで学習する方が良いと思います。中学校からどんどん数学嫌が増えていきますし、それを食い止めるためにも、遊ばせながら学習させ、数学を身近なものとして感じさせる工夫ができると思うのですが。

ω教授) ただ、虫食い算は、必ずしも楽しくできるという側面ばかりではないことに注意してほしいと思います。

以前、ある大学で小学校4年生に中学校3年生の内容を教える研究授業があり、私もオブザーバーとしてその授業を見ておりました。中学校の先生が1から9まで数を使い、全てが空欄の3桁+3桁=3桁の虫食い算をやらせていました。空欄には、1から9までの数字が1つずつ入りますが、各数字は1回ずつしか使えません。小町虫食い算といわれているものです。

子供たちが試行錯誤しているのを見ていたのですが、彼らは、和の各位の数を足すと、必ず18になることに気づいてしまったのです^{※2}。私は、この理由を解説してくださいと頼まれるのではないかと思います、とても気を揉みました。

※2 小町虫食い算の解答例

$$\begin{array}{r} \square\square\square \\ +\square\square\square \\ \hline \square\square\square \end{array} \rightarrow \begin{array}{r} 216 \\ +378 \\ \hline 594 \end{array}$$

和の各位の数を足すと $5 + 9 + 4 = 18$ になる。

ω教授) 整数の性質においては、活動としては面白い内容でも、「なぜそうなるのか説明する・証明する」となると非常に難しくなってしまうものが含まれます。この問題の和における性質も、中学校の数学で証明することは極めて難しい。

そういったこともありますので、仮に高校で「生徒に楽しませる・活動させる」という目的で問題を設定しても、生徒が意外な性質に気づいたり、ハッとさせられるような疑問を投げかけてくることは十分に考えられます。ですから、楽しませながら活動させる場面を作るのであれば、その内容について教える側が十分に勉強しておかないと、困ったことになるかもしれません。

また、そういった背景から、大学入試の問題では非常に難しいものまで出題可能になってしまうことが考えられます。

d 先生) ちょっとここで整理したいのですが、「整数の性質」は

- ア 約数と倍数
- イ ユークリッドの互除法
- ウ 整数の性質の活用

と、3つの項目で構成されていますよね。

私那不勉強なだけかもしれませんが、アに含まれている約数と倍数を学習することと、イに含まれている二元一次不定方程式との話がどうしても結びつかず、全く違うものに思えます。もちろん、整数というくりであることは確かなのですが、「場合の数と確率」のように、順列・組合せの学習と確率との関係のようにはなっていないように感じます。

ω教授) 日本は中学校で「連立一次方程式」を学習するにあたって、伝統的に「二元一次不定方程式」から入ります。これは解がたくさんあるものですが、もう1つ条件があると答えが定まり連立方程式が解けます。その後、引き続いて一次関数を学習していきます。

この流れだと約数や倍数とあまりかわりのない分野につながっていくことになるため、d 先生が言うように、つながりが意識し辛いのではないかと思います。

◆ユークリッドの互除法と不定方程式について

司会) 学習指導要領の解説では『二元一次不定方程式の解の意味について理解し、(中略) 解を求めるに当たっては、ユークリッドの互除法を活用し(後略)』とあります。

e 先生) これ、サラリと記述されていますけど、すごく高度なことを要求しているように思えるのですが……。

C 先生) 私はユークリッドの互除法を学ぶこと自体はいいと思います。しかし、不定方程式の解を求めることについては、あまり深入りしない方がいいのではないかと思います。もちろん、ユークリッドの互除法を使えば1組の解を必ず求められますが、「互除法を使うこともできる」くらいで留めておくようにした方がいい。

ω 教授) 例えば、二元一次不定方程式 $5x+3y=1$ について考えてみましょう。この整数解 x, y をどのようにして求めていくか、ということなんですけど、この例のように x と y の係数が5と3ぐらいの簡単な数字であれば、互除法なんかを使わずに、適当に試行錯誤して見つけたほうが十分早いです。 $x=-1, y=2$ が1組の解ですよ。

d 先生) そうですよ、互除法を活用するとかえって複雑になってしまう。mod を使うことに関してはどうでしょう？

C 先生) mod を使えれば楽に解けるような種類の問題もあるので、そうした観点からは mod を普通に使えるように教えておくと良いと思います。大学入試や数学オリンピックなどでも、mod を使って解ける問題が結構ありますよね。

ω 教授) 大学入試といえば、前の東大の入試問題にありましたが、mod を使ってしまうと逆に計算が複雑になってしまうタイプの問題でした。あれは非常に意地悪な問題でしたね。

B 先生) そういった例外はありますが、実際に大学入試で使えるといろいろと便利です。ユークリッドの互除法を深く学習するには mod の知識が必須になるので、mod の導入にあたる簡単な知識を覚えておくのが良いと思います。

A 先生) 日常的なもので mod を用いた例としては、カレンダーを使ったもの、先生の年齢がいくつなのかを当てるようなゲーム形式のものが良いかと思います。こうした内容は中学校でやるようなものですが、「数学 A」を学習するにあたって、もう一度学習してもいいのではないのでしょうか。

e 先生) こうした身近なものが題材だと楽しみながら学習できそうですが、実際に参考になる本などでは、凄く難しいものか簡単ものしか無く、試験の問題を作るのは大変そうですね。

◆ n 進法について

司会) 先ほど話題に挙がったように、新しい学習指導要領の「数学 A」の「整数の性質」の項目には「ア 約数と倍数」、「イ ユークリッドの互除法」、「ウ 整数の性質の活用」と、3つ含まれております。

最後の「整数の性質の活用」についてはいかがでしょうか。部屋割り論法についてはすでに議論してきましたので、 n 進法あたりについてですが。

ω 教授) 新しい学習指導要領解説の「整数の性質」の「ウ 整数の性質の活用」を読んでもみると、「三進法」の記述があります。「三進法」をやると生徒たちに誤解を与えてしまうのではないかと私は思っています。なぜ、あえて扱う必要があるのかな、という疑問が残ります。

A 先生) 私も「三進法」をやるより、「二進法」をきちんとやれば進数の仕組みが理解できると思います。コンピュータへの応用もありますからね。「三進法」の記述は、なぜ入っているのでしょうか。よくわからない部分があります。

B 先生) その分野に詳しい先生が、相当に力をいれてプッシュしたのではないのでしょうか。私個人としてもやはり、かなり違和感がありますね。

ω 教授) 例えば、進学校と呼ばれているような、力のある生徒さんが多い学校では、この分野について幅広く指導していいと思いますし、「三進法」についても数の理解を深めることにつながると思います。しかし、当たり前のことですが、学

習指導要領は進学校の指導案ではなく、全国津々浦々の学校に影響を与えるものです。数学が苦手な生徒さんにあえて三進法を考えさせることの意義というのがどうしてもわかりづらい。

d先生) 今見直してみると、穿った見方かもしれませんが、この「整数の性質」の学習内容は、そういった進学校の生徒さんばかりを想定して作られている？ようにも読めてしまいますね。

◆内容の選択と大学入試の範囲について

d先生) 新しい学習指導要領における「数学A」は、内容を適宜選択して指導することになってますよね？

ω教授) そうです。「場合の数と確率」、「整数の性質」、「図形の性質」から適宜選択します。ですから、これまで話題にしてきた「整数の性質」をまったく扱わない学校もあるでしょう。数学が苦手な生徒さんが多い学校では、「場合の数と確率」だけじっくりと時間をかけて授業して「数学A」は終わり、ということも考えられますね。

e先生) 理系の大学への進学を目指す生徒が多い学校では、どう選択・指導すればよいでしょうか。

ω教授) やはり全部教えるしかないのではないのでしょうか。「整数の性質」は大学入試を考えればやらないわけにもいきません。大学が「整数の性質を出題範囲からはずします」と言うとは、ちょっと考えられません。

一方、「図形の性質」ですが、空間図形の内容が組み込まれました。最近の生徒さんは空間図形が非常に苦手ですから、これもやらないわけにはいかないでしょう。「数学B」の空間ベクトルにつながる内容ですからね。

全部指導する、ということになると、新しい学習指導要領における「数学A」は、実質的には3単位くらいの時間が必要ではないかと思います。

e先生) やはりそうなってしまいますか。今回の座談会ではあまり挙がりませんでした。図形の性質も内容が多いですね。これまでの内容に加えて作図と空間図形が追加されましたから……。

ω教授) 円周角の定理の逆に加えて方べきの定理なども、中学校でやらせてしまってもいいと思いますけどね。接線と弦のなす角についてとか。

◆その他の科目について

司会) さて、ちょっと脇道にそれて、「数学Ⅲ」などの話題に簡単に触れたいと思うのですが、よろしいでしょうか。

ω教授) 急ですね(笑)

司会) 読んでいただいている現場の先生から「数学Ⅲ」の話までやってほしい、という要望があるので、お願いいたします。

「数学C」がなくなった関係で、行列は「数学活用」へ、二次曲線は「数学Ⅲ」へ移りました。複素数平面が復活し、やはり「数学Ⅲ」に入りました。「数学I」、「数学A」を除くと、変化が大きいのは「数学Ⅲ」ですね。

ω教授) 行列が「数学活用」に移ったとはいえ、行列の計算ではなく、あくまで表現としての扱いでしょう。これまで「数学C」で扱っていたような行列の内容はなくなった、と考えざるをえません。正直、大学で数学を教えている身としては、高校でしっかり行列を学んでほしい、というのが本音です。

B先生) なるほど。逆に、私の知っている大学の先生は、これまで高校で教える行列が中途半端だったから、むしろなくなって大学で一からしっかり教えられる、と喜んでおりました。

C先生) 私はあまり行列に愛着がなかったから、気にならないですけどね。高校でやっても大学でやっても、どちらでもよいと思います。

B先生) 私は高校生のときに複素数平面を学んでいません。しかも、これまでの教員生活で、偶然にも複素数平面を授業する機会がなかった。だから、ちょっと不安なんです(笑)

e先生) 私たちの世代は、複素数平面を学習しました。代わりに、行列で一次変換をやらなかった。

d先生) 先生の年代によってあっちを学んでない、こっちを学んでないというのは、あまりいいこと

でないと思います。複素数平面と行列は、いつもあっちが立てばこっちが立たず、みたいな関係ですよね。なぜこのようなことが起きてしまうのでしょうか。

A 先生) 結局、複素数平面を学んだ世代の先生が中心になって学習指導要領を作れば複素数平面が盛り込まれるし、行列を中心に学んだ世代の先生が中心になって学習指導要領を作れば行列が盛り込まれるような感じだと思います。だから、10年後には行列がまた復活するのではないのでしょうか(笑)

◆最後に

司会) 今回の学習指導要領の改訂で、全体的に歯止め規定がなくなりました。今後、学力格差が広がるのか、それともある程度格差が無くなっていくのか……、新しい学習指導要領についてや今後の教育への思いなどがありましたらご意見をお聞かせください。

C 先生) 先ほど d 先生が言ったように、複素数平面と行列のような問題はありますが、私は、学習指導要領の改訂があるたびに先生方が指導内容を見直すことで勉強することになるため、改訂があること自体は良いことではないかと思えます。しかし、学習内容が充実することで、学力格差がさらに広がり、できる子はさらにできるようになって、興味・関心が低い子はある程度で満足してしまっていて、それ以上学習しなくなってしまうことが心配です。

ω 教授) いろいろな意見があるとは思いますが、やはり数学は少し難しいほうが良いのではないかと思います。全員が数学者になるわけではありませんが、そうすることでみんな理解しようと工夫し、教えるほうも工夫する。工夫により教科書の内容もさらに良くなる、というこというも期待できます。これまでは授業時間が少なかったので、工夫も足りてなかったし、工夫しきれていなかったのではないかと思います。

d 先生) 授業時間数と学習内容が増えて学力が向上するのであればそれはそれで良いことですが、家庭学習の時間はどんどん減っているじゃないですか。二極化といいますか、経済的に余裕がある家の子は塾で勉強し、そうじゃない家の子は携帯・ゲームなどで遊ぶようになっている。

家庭の教育力・地域の教育力と言われるように、学校での学習内容だけにとどまらずに、全体を向上していかななくてはいけないと思います。学校や教員ももちろん努力しますが、特に学習そのものへの動機づけなどは、家庭や地域社会の影響を決して無視できない。

A 先生) 新しい学習指導要領で、内容が充実し、結果学力が向上するのであれば喜ばしいことです。学習内容が青天井になるのは良くありません。学習指導要領は、「最低必修」ではなくある程度の「歯止め」であって欲しいと思います。そのバランスを取って上手くやってきたのが、これまでの日本の教育だったはずですよ。

ω 教授) 最後に、あえて過激な言い方をします。日本の教育はここ 30 年間、家庭の力・社会の力・学校の力といったものを壊し続けてきたと私は感じています。これを立て直すことは決して容易なことではありません。今回の学習指導要領の改訂を通して、内容の充実だけでなく、それに伴う授業の改善、家庭・地域の意識改革を通じた学力の回復を期待したいものです。日本の教育を立て直す第一歩になることを願ってやみません。

司会) 本日はお忙しい中弊社にお越しいただき、多くの議論が行われ、新しい学習指導要領に向けた教科書編修においても非常に有益な情報をいただくことができました。先生方、本当にありがとうございました。