

数  
学  
パ  
ズ  
ル

シェラザードの魔法

数当てゲームの新作  
断片的な派生情報からの完璧な復元

岐阜富田学園 岐阜東高等学校教諭  
亀井喜久男

新作オリジナル数当てゲームの紹介をします。そのゲームは魔術的なところがあります。また数1001をこの話の基礎の部分に持ちますので千夜一夜物語の高貴なる姫のお名前を使わせていただきます。数の魔術師Aさんと、当てられる人Bさんが登場します。

A：Bさん好きな3桁の数を考えてください。私にその数は隠し通してください。そして私がいいう方法に従って数に操作を加えて得られる数を私に伝えてください。私はその数を基にBさんが隠した元の数を当てて見せます。

B：面白そうですね。考えました。Xです。では方法を教えてください。

A：三桁の数にラッキーナンバーの7をかけてください。そうしてその数の下三桁の数を記録してください。それをYとします。

次にアンラッキーナンバーで知られる13をその数にかけてください。そこでまた下三桁の数を記録してください。それをZとします。

A：参考までに2個ほどの自然数でZを求めてみましょう。元を159としてシミュレーションしてみましょう。159に7をかけると、1113です。Yはまず113になります。この数に13をかけてみましょう。1469ですね。この数の下三桁は469です。よって、 $Z = 469$   
別の数でもやってみましょう。

それでは元の数として777を使いましょう。まず7をかけます。積は5439ですね。次に千の位をカットして下三桁をとると439です。今度は439に13をかけて、5707。この下三桁の数は707です。これが777のZです。  
123でやって見て下さい。Zは193です。どうですか。分かっていただけでしたか。

B：分かりました。ではXにその手続きをしましょう。まずXに7をかけて千の位を切り落とします。Yは○○○となります。これも秘密のほうが良いでしょう。そうしてまたこの数に13をかけて□□□□。この千の位以上を切り落として下三桁でZができるのですね。できました。

A：ではその三桁の数を教えてください。

B：395です。

A：分かりました。

では呪文を唱えます。  
アブラカダブラシェラザード、  
(以下太字部分は暗算法でBには伝えない。)

下一桁で一の位は5で確定。

十の位については右の2つの数、十の位の9と一の位の5の2つの数の和 $9 + 5$ 繰り上がり有りて14、その一の位に注目して4と確定。

最後の百の位については395の左の2つの数、百の位の3と十の位の9と、上の計算の繰り上がりの1のあわせて3個の数を合計して13、その一の位が3。ゆえに3。と確定。

アブラカダブラシェラザード

呪文のパワーで見えてきました。

一の位は5、十の位は4、百の位は3

よって 345です。

B：えっ。そんなに早く分かるのですか！！！！

A：シェラザード姫の秘法の魔力です。

秘法は何故これでいいのか納得したときに秘法でなくなります。納得のためには数の類別についてと、さらに類等等式についての知識が必要ですので少し説明します。

まず数の類別です。たとえば偶数と奇数に分けるように自然数をいくつかのグループ（これを類といいます）に分けることがあります。類という言葉は共通部分がないように分けることができるときに使います。3で割ったあまりが0, 1, 2で自然数を3つの類に分割することができます。

類別の典型例があります。一年の日々に初めの日を1日として365日まで通して番号をつけることができます。その上で7で割ったあまりで類別することができます。それぞれの類に曜日が対応しています。

平成20年は、1月1日が火曜日です。**閏年です**。

1---火曜 2---水曜 3---木曜 4---金曜

5---土曜 6---日曜 0---月曜 となります。

2月15日は、1月の31日に15日足して初めから46日目です。7で割るとあまりは4。よって必ず金曜日となります。

なおこの計算の時には1月から12月までは類別のためならば7で整除してあまりを出しておいて

1月の31日は、3 2月の**29**日は、**1**

3月の31日は、3 4月の30日は、2

5月の31日は、3 6月の30日は、2

7月の31日は、3 8月の31日は、3

9月の30日は、2 10月の31日は、3

11月の30日は、2 12月の31日は、3

ただし閏年でないとき、2月は28日で0です。

よってたとえば9月15日は、8月までの合計**20**

足す15で**35**。これを7で割ったあまりは0だから、上のはじめの表により月曜日です。

類が等しいことを類等といい等号に似た類等等号を使います。～とか $\equiv$ です。 $\equiv$ の読みは合同です。普通の等号よりゆるい相等ですが線が多いのと合同の語感で強い等号と間違えられやすい記号です。私は～の方が誤解の少ない良い記号と思います。

あまりが同じ自然数の類等の時には割る自然数aを法といい(mod a)をつけます。

例を示します。

$$1007 \equiv 7 \pmod{1000}$$

$5999 \equiv 999 \pmod{1000}$  に慣れてください。

いよいよシェラザードの魔法の数学解説をします。

ある与えられた3桁の数Xについて7倍して1000で整除してあまりがYであるとき

$$7X \equiv Y \pmod{1000}$$

Yを13倍してから1000で整除してあまりがZのとき

$$13Y \equiv Z \pmod{1000}$$

さらにZに11をかけて1000で整除してあまりをVとします。

$$11Z \equiv V \pmod{1000}$$

この3つの類等等式より

$$V \equiv 11Z \pmod{1000}$$

$$\equiv 11 \times 13Y \pmod{1000}$$

$$\equiv 11 \times 13 \times 7X \pmod{1000}$$

$$\equiv 1001X \pmod{1000}$$

$$\equiv 1000X + 1X \pmod{1000}$$

$$\equiv X \pmod{1000}$$

作り方からVもXも999以下の数ですから

$$V = X$$

よってZに11をかけて1000で整除すればあまりにXが再現するということが証明されました。

なお11をかけるときは

10倍と1倍を上下に並べて筆算することで下三桁を見ていけばよいこととなります。

Z = 395のとき筆算式は次の様になります。

$$\begin{array}{r} 395 \\ \times 11 \\ \hline 395 \\ 395 \\ \hline \square\square\square 345 \end{array}$$

この筆算から呪文のときの暗算処理が正当であると理解されたらシェラザードの魔法が解けたこととなります。アブラカダブラシェラザード。