

1のように表現したほうが子どもの学力の内実がよく見える。

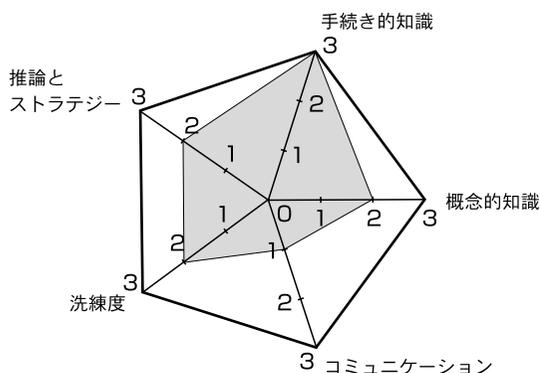


図 1

5.

PAは私たちの日常の実践にとってどんな意味があるだろうか？ 私は「年に1回、1題の問題についてでよからPAに取り組む」ことを提案したい。

問題は前出のPA問題に望まれる性格を持っているに越したことはないが、直ちにそうはできないこともあるだろう。その場合、「状況の中に」位置

づけられて「数学化する」過程を必要とすること、あるいは「現実的な」問題であることや複数のアプローチがあり得ることをとりあえず重視してはどうだろうか。「状況の中に」「現実的な」といっても教科書の章末問題にあるような「学校文化的な」文章問題から現実世界のナマの問題まで様々なレベルがある。しかしとりあえずは「問題が初めから数学の問題として形式的に出来上がっていない」という位のことからでもいいとは思っている。

大事なことは、ルーブリックを仕上げるための複数の教師による討論である。この中で様々な学力感・教材観がぶつかわされ、それを多次元的なルーブリックに仕上げて行く議論そのものに大きな意味がある。そしてPAによって子どもの学力、平たくいえば「わかり方やわからなさの実態」が具体的に見えるようになってくると思う。一口でいえば、私たちの「子どものアタマの中を見る眼」を豊かにしてくれるのである（雑誌「教育」05.5月号 松下論文参照）。

高校生ラボ Laboratory

2次近似式を図で示そう

滋賀県立膳所高等学校 萩原 広一郎

教科書には、1次近似式 $h \neq 0$ のとき $f(a+h) \approx f(a) + hf'(a)$ について、次のようなわかりやすい図が示してある。

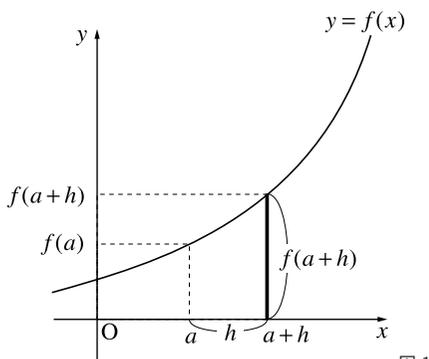


図 1

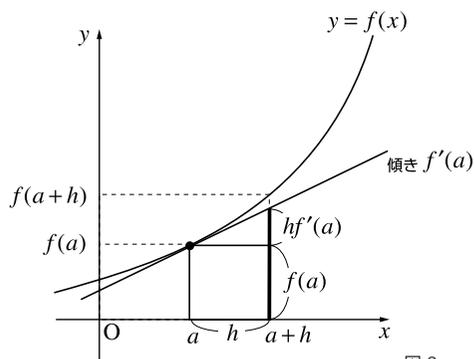


図 2

$y = f(x)$ は、区間 $a \leq x \leq a+h$ ($a > 0, h > 0$) において、 x 軸の上方にあって、下に凸であり、単調増加する曲線を表す関数である。

図1の太い線分の長さ、図2の太い線分の長さは、 h の値を小さくするとほぼ等しくなる。
すなわち、 $h \rightarrow 0$ のとき $f(a+h) \doteq f(a) + hf'(a)$ である。
以上のように、1次近似式については直感的理解を促す図があるのだが、2次近似式 $h \rightarrow 0$ のとき $f(a+h) \doteq f(a) + hf'(a) + \frac{h^2}{2}f''(a)$ については載っていない。ただ単に「1次近似式よりも精度が高い」とだけ書いてある。なぜ、 $+\frac{h^2}{2}f''(a)$ を加えると精度が上がるのだろうか。
その理由を直感的に理解するため、次のような図を考案した。

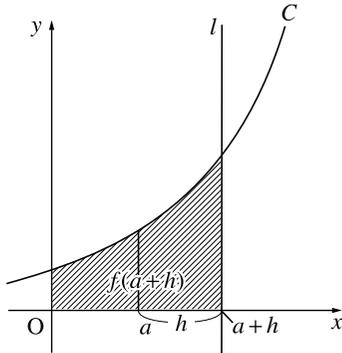


図3

\doteq

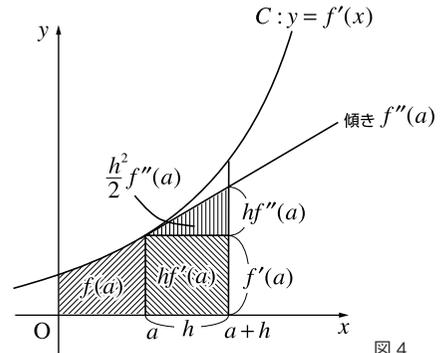


図4

C は、区間 $a \leq x \leq a+h$ ($a > 0, h > 0$) において、 x 軸上の上方にあって、下に凸であり、単調増加する曲線である。曲線 C と x 軸、 y 軸および y 軸に平行な直線 l で囲まれる部分の面積 S は直線 l と x 軸の交点の座標を変数とする関数だと考えられるので、 $S = f(x)$ と表せる。

図3の網掛けの面積と、図4の網掛けの面積は、 h の値を小さくするとほぼ等しくなる。

すなわち、 $h \rightarrow 0$ のとき $f(a+h) \doteq f(a) + hf'(a) + \frac{h^2}{2}f''(a)$ である。

この図を用いると、長方形の面積 $hf'(a)$ を用いたのが1次近似、そこでさらに三角形の面積 $\frac{h^2}{2}f''(a)$ を用いて精度を上げたものが2次近似だと直感的に理解できる。

しばらくして気がついたのだが、このようにして面積を近似していく作業は、初期の積分のそれとほぼ同じである。まさに、近似とは微分から積分へとつながる架け橋ではないだろうか。



萩原さんが「1次近似式にはわかりやすい図があるのに、2次近似式は参考書に式が書いてあるだけで図がないんですが、何かわかりやすい図はありませんか。」と私に質問したとき「そういえば、見たことないね。考えておくよ。」と返事をしたまま放置しておきました。すると2、3日して彼が「先生わかりました。面積で考えればいいんですよ。」とうれしそうに説明をはじめたので、「すごいね、それ。今まで聞いたことないよ。紙に書いてきてよ。」と私が頼んで、彼が書いてきてくれたのが今回の原稿です。

「学ぶ」上で大切な「なぜ？」という発想、そして「わからないことをわかりたい」と思う熱意、さらに、わかったときの「喜び」が今回の彼の取り組みにはすべて現れています。少しでも多くの生徒さんが彼のような熱意を持ち、喜びを感じてくれることに何か手助けができればよいのですが、皮肉にも、今回は私の怠慢が彼に「自分で何とかしよう」という気持ちを強くさせたのかもしれない。

(滋賀県立膳所高等学校教諭 北川欽也)