報告

PAという方法　その意義

埼玉県・自由の森学園高等学校非常勤講師　増島高敬

１．

お茶の水女子大では，21世紀COEプログラム「誕生から死までの人間発達科学」の中で「青少年期から成人期への移行についての追跡的研究」の一環としての学力調査を行ってきた（この学力調査の詳細とまとめは「JELS」という報告集（第１～５集既刊）がお茶の水女子大から刊行されている)。その調査のうち算数・数学については松下佳代氏（京都大学）がリーダーとなり，私もその一員として仕事をさせていただいた。

この算数・数学の学力調査ではAT（アチーブメント・テスト）とPA（パフォーマンス・アセスメント）という二つの方法が組み合わせて用いられた。PAが日本の大規模学力調査で実施されるのは今回が初めてである。本稿ではPAの紹介と実践的な活用の可能性について考えてみたい。

ATは比較的限定された学力を一元的な尺度（数値で表現するなど）で測定していくものである。問題の多くは算数・数学「内」的な形式的なものであり，どんな学力をみるための問題であるかはあらかじめ設定されている。従来から行われていた学力テストの多くはこれであり，これはこれで学習到達度の測定・評価方法として意味をもっている。現在は「どのような学力をみるのか」がどれくらい目的意識的に出題・採点の過程に貫かれているかは様々であるにしても，大規模学力調査から学校内での定期テストまで，基本的にはATとして行われているといってよいだろう。

しかし定期テストの中の応用問題や「実力考査」などでは，いくつかの学力要素を組み合わせて使う比較的複雑な問題を出題することがある。単純な計算問題や求答問題を「基礎・基本」といって出題するだけでは子どもの学力を捉えきれないという直観があるからである。この場合に異なった解決方法で異なった段階まで到達した解答が原理的には優劣つけ難い（比較不能な）はずなのに同じ点数に評価されたり点数で序列化されざるを得なかったりすることに心地悪さを感じたことは，私たちの多くの共通の体験であろう。また出題者が想定した学力内容とは違ったかたちで子どもが解答することもしばしば起こる。子どもたちが課題に対して何をどう活用してどう取り組んだのかを，結論だけでなく過程も含めて全体的に評価する方法が求められているといえよう。

これに対してPAは複合的な学力を多次元的な尺度で測定することに特徴がある。PAでは結果だけではなく思考の過程や数学的なコミュニケーション・表現の能力などもみるのである。実際にどこでどんな学力が発揮されているかは事後的に個人ごとに明らかになる。

両者の対比を表にするとつぎのようになるだろう（表１：お茶の水女子大・JELS第３集より引用)。

	AT	PA
評価尺度	比較的限定された学力を，一元的な尺度で，測定する	複合的な学力を，多次元的な尺度で，測定する
評価対象	主として「結果」をみる	「プロセス」をみる
評価観点の設定時期	どんな学力をみる問題かをあらかじめ決めておく	どんな学力が発揮されているかは，事後的に個人ごとに明らかになる
テストの性格	スピードテスト的性格	パワーテスト的性格
評価手段	ペーパーテスト	具体的活動，ペーパーテスト
回答形式	択一式，簡単な記述式	自由記述式（ペーパーテストの場合）

表１

ATでは，学力を部分的にしかみられないとか実際に使われた学力と問題作成者が想定した学力が

一致するとは限らないなどの難点がある。これに対して，PAはこうした難点を補うための測定手段として大きな意味を持つのである。だからといって，PAがATの代替になるわけではない。目的も何が測定できるかも違う二つの方法なのであって，相補いながら活用されるべきであろう。

2．

PAは日本でこそ耳慣れないことばであるが，すでにTIMSS（IEA調査）などの国際的な学力調査には取り入れられており，日本でも国立教育政策研究所による認知・学力研究の中では，問題解決において結論だけでなく過程を重視するようになっている。現行の学習指導要領においても，少なくとも建前はそうなっている。PAを現場の実践の中に生かしていくことは私たちの問題であろう。

現代社会においては，膨大な量の情報の中から必要なものを選択し整理して課題の解決のために再構成する，といった「力」が求められている。また地球環境問題を一例とするような「現代的な切迫した課題」に対応するための学力も模索されている。ここから,「問題解決能力」のような総合的な学力の必要が感じられるようになっている。知識・技能の獲得や蓄積だけでなく，それを活用可能やりかたで習得すること，さらにいえばそのような「学び方そのものを学ぶ」ことへの関心・必要感がたかまっており，大きな意味では教育目標そのものも再検討をせまられつつあるといえよう。こうした「総合的な学力」がどのように育っているかを測定するには，従来型のATを中心とした方法だけでは不足であり，PAのような方法が求められるのである。

そこで，PA一般について若干述べる。

まず，どのような問題が用意される必要があるのだろうか？　PAは，その趣旨からいってペーパーテストに限定されるものではないが，ここでは，学校現場の実情を考えてペーパーテストによることに限定しよう。

PA用の問題にはそれが備えていてほしいいくつかの要件がある。

(1)　状況の中に埋め込まれていて,「数学化する」過程を必要とするものであること。

いいかえれば,「現実的な」問題であることである。従来のテスト問題はあまりにも学校文化的であり数学「内」的であったのではないだろうか。それに対する反省としての，いわば「本物志向」である。

(2)　複数の解決方法があり，できれば複数の解答があること。

これは多様な習熟度に対応するために必要な条件と考えられる。現実的な問題解決の場面には習熟度の如何にかかわらず直面するのであるから，それぞれの習熟度において自己ベストの解答を考えることがなくてはならない。

(3)　数学的な条件を緩やかにして，問題にたとえば条件の過剰や不足をも許容すること。

これは解答者にとっての自由度を増すように課題を設定することである。

(4)　被験者の使った概念のレベル・数学的な習熟度が特定できること。

これは被験者の数学的な習熟度が特定できなければ，学力調査の目的に合致しないからである。

PAにおいては，上のような問題によって複合的な学力を多次元的な尺度で測定しようとするのである。

したがってPAでは，事前の解答予想や答案の実際に即した，よく準備された評価基準が必要になる。

3．

評価基準（ルーブリックという）には「一般評価基準」という総論的な枠組みと「課題別採点基準」というその問題について具体化された基準とがある。お茶の水女子大の調査にあたっては，グループの一員である鈴木京子氏（日本大学）から多くの示唆を得，同氏が開発した一般評価基準を採用した。

鈴木氏が開発した一般評価基準は「評価カテゴリー」と「スキルレベル」の２次元のものである。評価カテゴリーを私たちは「観点」とよん

だ。それは採点さいの分析視点である。概念的知識（Conceptual Knowledge），手続き的知識（Procedural Knowledge），推論とストラテジー（ReasoningandStrategies），洗練度（Maturity），コミュニケーション（Communication）の５つからなる。それぞれの観点は

(1) 概念的知識　「問題が理解できている」こと
(2) 手続き的知識　「解法の手続きを正しく実行できている」こと
(3) 推論とストラテジー　「数学的に筋道をたてた考え方をしている」こと
(4) 洗練度　「手続きが抽象的数学的になされている」こと
(5) コミュニケーション　「自分の考えを数式・ことば・図・絵などによってきちんと説明できている」こと

といった内容である。

そしてそれぞれの観点についてどんな習熟レベルにあるかを,「示されていない（0）」「低（1）」「中（2）」「高（3）」の４段階で評価するのである。具体的には，下のように評価カテゴリーとスキルレベルをたて横にとった２次元のマトリクスによって表す（表２）。

4.

この一般的な基準を個々の具体的な問題に適用して，課題別採点基準をつくる。

この基準（ルーブリック）はあらかじめ予想される解答例とともに，実際の解答に当たりながら，複数の採点者が議論を重ねてつくって行くことが重要である。実際には，まず各採点者がある数の答案をあらかじめのルーブリックによって採点してみる。その中でルーブリックの修正なども考える。それをつきあわせて議論をし，必要な修正を加える。これを数回繰り返して，ルーブリックを仕上げるのである。上のマトリクスの中に具体的に記入して採点に用いる。

例で考えて行こう。

お茶の水女子大の学力調査で，中３・高３の問題を作成するための予備調査では下のような問題が用いられた（本調査の問題は非公表であるからここには掲載しない）。

中学生の中田君はサッカーが上手で，毎日でも練習に行きたいと思っています。もちろん，毎日練習場に行けるわけではありませんが，自分が行きたいときは，できるだけ練習場に行くようにしています。今，中田君は交通費をもっと節約するためには，定期券を買うほうが得か，１回ごとに運賃を払うほうが得か，迷っています。

練習場には電車とバスを両方使って行きます。電車は190円区間をバスは300円区間を利用します。もし１ヶ月（31日間）の定期券を買うならば，電車は6760円，バスは13500円かかります。

そこで，中田君に数学を使って，どちらが得か，アドバイスをしてあげて下さい。

子どもがこの問題をどう解くか，予想してみよう。

練習場に通う日数が多ければ，定期券の割引きが効いて定期券を買ったほうが有利になるし，日数が少なければ，定期券を使わない日数分が無駄になるからそのつど切符を買ったほうが有利になるだろう。だからこの有利不利が入れ替わる境目を探せばよい。電車とバスで割引率が違うようだから，途中で一方だけ定期券を買うと有利，ということがあるかもしれない。

ここまで考えたところで，文字式を使い方程式あるいは不等式を立てて代数的に解けば（もっとも，方程式あるいは不等式を立てれば有利不利の入れ替わりがあるかどうかも計算結果からわかるのだから，事前に見当をつける必要はない）スマートな解法となる。

	概念的知識	手続き的知識	推論とストラテジー	洗練度	コミュニケーション
高（3）					
中（2）					
低（1）					
なし（0）					

表２

＊ 電車についてはx日まではその都度切符を買ったほうが有利だとすると

$$(190\times2)x\leqq6760$$
$$380x\leqq6760$$
$$x\leqq\frac{6760}{380}=17.78\cdots$$

したがって17日まではその都度切符を買ったほうが有利だが，18日より多く行けば　定期券のほうが有利。

１往復が190×２＝380（円），定期券と比較して6760÷380＝17.78…（日）と算術的に解くものもあるだろう。

＊ バスについても同様で，22日まではそのつど切符を買ったほうが有利だが，23日より多く行けば定期券のほうが有利とわかる。

しかし，子どもたちは文字式を使うとは限らないから（実際，同様な問題による本調査結果では極めて少数の子どもに限られた），日数と金額の対応表をつくって見当をつけるなどの様々な算術的な解法が出てくるだろう。また，それを有利不利の入れ替わりがあるはずだという見通しを持って始める子どももいるだろうが，闇雲に計算を始める子どももあるだろう。

そこで，概念的知識と推論とストラテジーの両観点はからみあってくる。方程式・不等式を用いた場合はそれ自体ある推論とストラテジーを持っていることである。また算術的に試行錯誤したにしても有利不利の入れ替わりを探そうという目的意識を持った段階で一定の推論に基づくストラテジーを持ったものと考えられる。そこで，電車・バスの両方について有利不利の入れ替わりがあるという状況をつかめていれば概念的知識は３，一方のみでもつかめていれば２，いずれも不明確なまま進んでいれば１，意味のある記述がないか白紙の場合は０，といった基準が考えられる。推論とストラテジーの観点については，代数的に解こうとした子どもの場合は３と評価されようが，算術的に解こうとしている場合は差別化されざるを得ない。それをどうするかは，答案の実際をみながら基準を作って行くことのほうが実際的であろう。

手続き的知識については，他の観点から出来るだけ独立に判断するとして，例えば入れ替わりのポイントが一方だけでも正しく算出できていれば「意味のある計算を正しく実行できている」ということで３，複数箇所で金額の比較が正しく出来ていれば２，方針は正しくても重要な計算ミスがある場合や金額の比較をしていても一カ所である場合は１，無意味な計算の羅列や白紙は０，などとすることが考えられる。

洗練度については，文字式や方程式・不等式を用いた場合は算術的な計算のみによった場合よりも洗練度が高いとみて３，算術的に解いていても計算過程が整理して示され，あるいは日数と金額のかかわりが書かれていれば２，その他何らかの計算が書かれていれば１，数学的な表現がない場合は０（これにはすべての過程を文章化していて正解しているが数式的な表現・記述がない場合も含まれる），などとする。

最後のコミュニケーションについては，解答自体が十分コミュニケーション的に表現されているかということとともに，「数学を使って，どちらが得か，アドバイスしてあげて下さい」という問いに対してどうわかりやすく説得的に表現できているかが問われる。これも具体的な基準は答案の実際の検討の中でつくって行くほうが妥当であろう。とくに，推論とストラテジーの観点と関わって，「毎日行くなんてことは実際には出来ないから」とか「毎週４回行くことにして」とか恣意的に決めて解答する子どもが多い（本調査でも予備調査でもそうだった）のだが，これと，すべての場合の検討の結果に基づいて「毎週〇回行くとしたら」などと日常生活の中のことばにしてアドバイスすることとは別のことである。後者はむしろコミュニケーションの力はレベルが高いと判断すべきだろう。

こうして得られた各観点に対する評価（０～３）を合計することには意味があるとは限らない。大事なことは合計点という１次元の数値だけでは見えないものが見えることである。むしろ図

１のように表現したほうが子どもの学力の内実がよく見える。

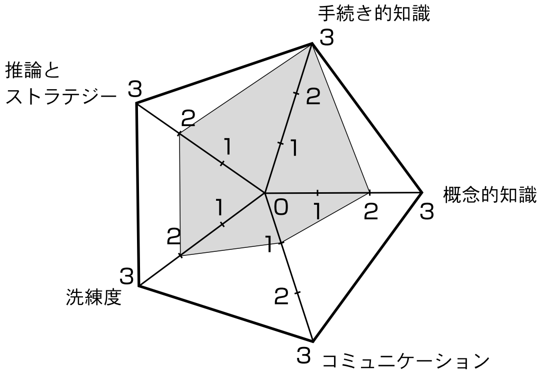

図１

５．

PAは私たちの日常の実践にとってどんな意味があるだろうか？　私は「年に１回，１題の問題についてでよいからPAに取り組む」ことを提案したい。

問題は前出のPA問題に望まれる性格を持っているに越したことはないが，直ちにそうはできないこともあるだろう。その場合,「状況の中に」位置づけられて「数学化する」過程を必要とすること，あるいは「現実的な」問題であることや複数のアプローチがあり得ることをとりあえず重視してはどうだろうか。「状況の中に」「現実的な」といっても教科書の章末問題にあるような「学校文化的な」文章問題から現実世界のナマの問題まで様々なレベルがある。しかしとりあえずは「問題が初めから数学の問題として形式的に出来上がっていない」という位のことからでもいいと私は思っている。

大事なことは，ルーブリックを仕上げるための複数の教師による討論である。この中で様々な学力感・教材観がぶつけあわされ，それを多次元的なルーブリックに仕上げて行く議論そのものに大きな意味がある。そしてPAによって子どもの学力，平たくいえば「わかり方やわからなさの実態」が具体的に見えるようになってくると思う。一口でいえば，私たちの「子どものアタマの中を見る眼」を豊かにしてくれるのである（雑誌「教育」05.5月号 松下論文参照）。

高校生ラボ Laboratory

２次近似式を図で示そう

滋賀県立膳所高等学校　　萩原　広一郎

教科書には，１次近似式 $h \fallingdotseq 0$のとき　$f(a+h) \fallingdotseq f(a)+hf'(a)$　について，次のようなわかりやすい図が示してある。

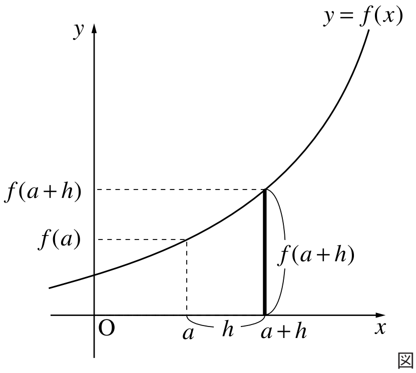

図１

≒

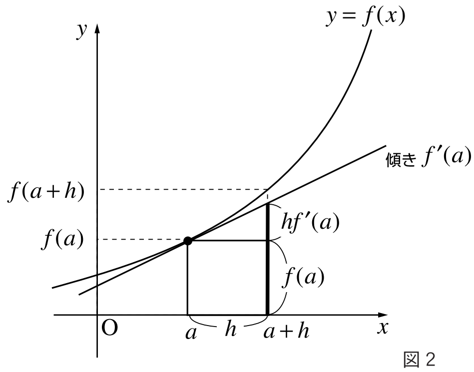

図２

$y=f(x)$は，区間$a \leqq x \leqq a+h$ $(a>0,\ h>0)$において，x軸の上方にあって，下に凸であり，単調増加する曲線を表す関数である。