

第53回大学入試懇談会講演から

高校から大学への数学の教育

東京大学大学院数理科学研究科教授 岡本和夫

今日は「高校から大学への数学の教育」ということで簡単なお話をさせていただきます。

・教育の目的

- 学ぶ力を付ける。
- 選択する力を付ける。
- 失敗から立ち直る力を付ける。
- 違う価値を認めることができる。
- 社会人としての常識を身に付ける。
- 後は自己責任

まず、一般的に「教育の目的」から入ります。教育の目的には、どのようなことがあげられるでしょうか。

最初に「学ぶ力を付ける」。要するに、自分で勉強する力を付ければ、もう、それで教育の目標の1つは達成できたということです。

続いて「ものを選択する力を付ける」。これも教育の大切な効果です。

3番目、「失敗から立ち直る力を付ける」。意外

と忘れられているような気がしますが、学校では、多かれ少なかれ失敗することはよくあります。失敗から立ち直る力を付けることは、大学を含めて、学校教育の経験で得られる、一番大きなものではないかなと思います。

4番目、「自分の価値観とは違う価値を認めることができる」。これも本来、教育の大きな目的です。

付け加えるまでもないことでしょうか、次は「社会人としての常識を身に付ける」。いずれも当たり前前のことばかりです。

プラグマティック哲学で有名なデューイは、教育についての著作をいくつか著していますが、その中に、そういうことが書いてあります。特に彼の、『民主主義と教育』は、岩波文庫に訳されている非常に有名な本ですが、これが書かれたのは1916年です。つまり第一次世界大戦の真最中で、アメリカが参戦するかどうかという、そういう時代に、このような当たり前前のことが、民主主義と教育というテーマのもとで主張されています。イ

も く じ

論説	
高校から大学への数学の教育	1
報告	
平成16年度入試を振り返って	7
実践記録	
折り紙の数理	11
実践記録	
TeXを使ってみよう!	14

学校紹介	
高知県立高知小津高等学校	16
談話室	
田丸麻紀さん	19
ワンポイント教材	
恒等式の利用	20

ラク戦争の真最中に、民主主義と教育が大事で、それも社会人としての常識が大事だという、ありきたりなことを平然と言っている人というのは、今見ていてもなかなかいない。そういう意味では、とても偉い人ではないかなと思います。

この5つに、もう1つだけつけ加えます。あとは「自己責任」です。自己責任という言葉は、昔から私は好きで、大切なことだと思っています。最近は違う意味で使われて非常に困っています。ここではもっと普通の意味で、自分で決め自分で実行したことについては自分で責任をとる、という当たり前のことです。

・教育の実践

- 教える方も、学ぶ方も、
がんじがらめにしない、
されない、
- 自由であること、
そして、
- 結局は人脈（人間関係）がも
のをいう。

次に「教育の実践」について考えてみましょう。教育の目的を実現するための、実践のエッセンスは何か。

まず、教えるほうも学ぶほうも、自らをがんじがらめにしない。要するに、教えるほうも学ぶほうも、過剰な拘束をしない、受けないことです。普通、学ぶ側だけが、がんじがらめにされる、と見てしまいがちなのですが、逆も成り立ちます。想像以上に、教える側のほうが、実はがんじがらめになっている、ということが往々にしてあります。特に、日本のように、教育のシステムがきちりしていると、与えられた環境が、絶対変えられないものだと思っているのは、教える側だったりするわけです。現在の教育の大きな問題点である、と認識しています。

もう1つは「自由であること」。これが実践の上ですごく大事です。自由が何を意味しているかですが、要するに、すぐ上に述べたように、自分で決めて自分でやって、結果に対して自分で責任

をとるということです。教育の実践においては、教えるほうも学ぶほうも、この意味で自由であることが、とても大切なのです。

そして、「人脈が物を言う」。人間関係とか人脈とかいろいろな言い方があるのですが、教育という実践の場で考えたら、先生たちも生徒たちも、どれくらい、教育の中で広い人脈を身に付けられるかがとても大事です。

・学力低下問題

いわゆる学力低下問題について、ずいぶん前から、私は自分なりに発言してきましたが、最近では、事実を事実として認めよう、と言っています。大学で見れば、学生というのは明らかに被害者ですから、これからどうするのかということです。

指導要領の検定基準を少し緩めて、これから書かれる教科書には、発展という形で、いろいろなことを教えてもいいと言っています。しかし、この4年間は学校で、薄っぺらな教科書が使われていたことになります。多くの学校では、先生たちがいろいろなことを補充しているのしょうけれども、4年間の学生や生徒というのは被害者です。どうしてくれるのだ、ということですね。

「教育の目的」でも申し上げましたように、子どもたちは、自ら学ぶ力を付けなければなりません。もちろんそのときに、学ぼうという志がないと、だれも何も学ばない。志を抱かせるような教育はどうしたらいいかということのをこれから考えなければいけません。

では、その学ぶ志を、どうやって身に付けたらいいのでしょうか。一方で、志、志と言うけれども、大人たちは自分の志を本当に持っているのか、広い視野を持っているのか。学ぶ側だけでなく、それはむしろ、常に教える側全てにこそ問われていることなのです。このように考えてみると、今の世の中は、あまり楽観できないような状況になっているのではないのでしょうか。

結局、突き詰めていけば教える側の怠慢に帰着することも少なくない、と思っています。先ほど申し上げましたとおり、学力低下問題について言

えば、学生は完全な被害者ですから、被害者に責任を押しつけるわけにはいかない。教育の実践の中での責任というのは、常に教える側にあります。だから、指導要領の内容がどんどん簡単になってしまったというのは、例えば、大学の教授たちにもそのことについての責任があるということです。

・数学に期待されていること

- 明晰であること
- 想像力を豊かにすること
- 知的好奇心を身に付けること
- 数学を使うことの楽しみ

一般論はこれくらいにして、それでは、「数学に期待されていること」は何でしょうか。数学を勉強することによって、生徒や学生には何を身に付けてほしいか。

今度はデカルトから引用しましょう。まず、数学の役割としては、明晰さ、つまりクリアであるということが1番です。

2番は、「想像力を豊かにする」。もともと数学は抽象的な部分があるから、よほど想像力が豊かでないとなかなか身に付かない学問なのです。想像力の豊かな人が、実際の試験でいい点をとるかどうかは別として、想像力を身に付けることも、数学の教育の成果です。私は、そう思います。

3番目、「知的好奇心を身に付ける」。これは想像力と同じことですね。要するに、いろいろなことに興味を持ちましょう、というわけです。

数学に期待されていることは、この3つです。

世の中には、数学教育の役割というのは、論理を身に付けることだ、と思っている人がたくさんいます。間違いだとは言いませんが、論理というのは、必ずしも数学だけで身に付けるものではない。言葉を自在に操れない人に、論理を過剰に期待するのは無理です。数学者が数学以外の議論で論理的であるとは、限らないわけです。

そして、「数学を使うことの楽しみ」を身に付ける。生徒にとっても学生にとっても、私たち研究者にとってもそうなのですが、数学を使っている

いろいろなことをするというところに、初めて数学のおもしろさや楽しさがある。これは私のお話のキーワードだと思ってください。

・数学の教育の現場では

一方、数学教育の現場では、何が起きているのでしょうか。実際の教育現場では、例えば、大学だったら50~100人、高等学校や中学校だったら40人くらいが1教室にいますが、その中では生徒の理解力に非常に大きな差がある。これはもうあたりまえですね。大人にだって理解力の差があるのですから、子どもに理解力の差があっても当然ではあります。

そんななかで、先生たちは一生懸命教えます。ところが、数学というのは、誰が教えても中身は同じです。要するに、本を読めば本ごとに定義が違うとか、本ごとに証明が違うということはありません。そうすると、「わからないのはそちらが悪いのだ」ということになりがちです。それでは数学の教育は成り立たない。だからこそ、数学の教育は難しいのです。ここから「数学の教育」が始まります。

ところで、私は教育についても、数学を教科としての数学ではなく、いわゆる、体系としての数学と考えています。自分の考えを表すために、「数学教育」ではなくて、必ず「の」を入れて、「数学の教育」と言っています。

・一番大切なこと！

そこで、一番大切なことは何か。先ほど、教える側の怠慢、というお話をしました。教える側の先生、勿論私自身も含めて、大切なことは、たった一言に尽きるのです。

「あなたは数学が好きですか」

本当に数学が好きならば、これは学ぶ側に伝わるのですね。大学で教えていても、一生懸命やっている、学生がやってきて「なんだか先生の話はよくわからないけど、とにかく先生が楽しそうにやっていることだけはわかる」と言います。「じゃ、もう今日は帰ってよろしい」と、こうい

う感じですね。

ご飯の種だから、というのも1つの考え方だけでも、数学が好きだ、教えることが好きだということが、やはり生徒に一番伝わるといわけです。

・数学の3つの形

- 言語としての数学
- 道具としての数学
- 対象としての数学

さて、大好きな数学の話に入りましょう。

数学はどのような形をしているのでしょうか。数学は、これこそが数学です、という具象的な形はとっていません。いろいろな形をとって現れます。便宜的に、数学の3つの形を考えてみましょう。

最初は「言語としての数学」という形。ガリレオの言う「自然を表現する言語」です。

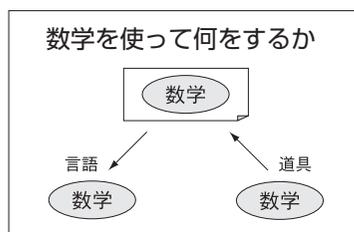
それから、数学の大きな役割として、2番目の「道具としての数学」があります。物理学では、確かに数学は本質的な道具です。もう少し軽い意味で、何かをするときに、数学を使ってこんなことができますと、もっと軽くとらえてくださっても結構です。

さらに、もう1つ、「対象としての数学」です。私が現に関わっている数学は、言語として研究しているわけでも、道具として研究しているわけでもなく、何か対象がしかとあるわけです。

「言語」「道具」「対象」という3つの形は、学生や生徒が授業で数学を勉強しているときにも、常に交錯しているのです。例えば、微分を勉強するときに、「微分」は新しい概念で、それは1つの「対象」なわけです。この対象は数学という言葉で表現されています。身に付けるためには、それまでの数学を道具として使う。そして、しっかり身に付けたときには、言語として、道具として、次の新しい対象に向かって有効に働くのです。

先ほど、数学は使うことが楽しみだと言いましたが、それでは、具体的には数学を使って何をするか。

道具としての数学を使って、何かある対象を調べて、それを言語で表現していきます。図の中の



白い紙のところには、何を書いてもいいのです。

「物理」と書けば、物理学者の作業になるだろうし、「社会」とか「経済」とか、何を入れてもいいわけです。書き込むことができる対象は、どんどん広がっています。勿論、私は「数学」と書いています。

・数学への興味を生み出すもの

現実の学生や生徒の話に移っていきましょう。数学は、繰り返し述べているとおり、それに興味を持たない限り、なかなか本人はやる気になりません。強制は持続しません。では、数学への興味を生み出すものというのは、一体何か。

一番素朴なのは、問題を解きたいという気持ちです。数学の問題を解くことだけが、数学ではありません。私自身も、問題を解くのは非常に不得意です。でも、問題を解きたい、解けるとうれしい、今まで解けなかったものが解けるようになるとうれしい、こういった気持ちは、1つのよい動機です。

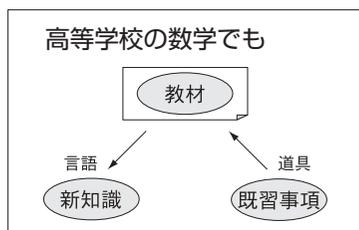
数学がつまらなくなるのは、わからないからというのは、よく言われるとおりです。それは彼らが悪いのではなくて、例えば自分のことを考えても、わからないことは、勉強する気がしません。私でも人の論文を読んでいて、全然わからないと、3ページで読むのが嫌になります。それでも読まなければいけない、どうしよう、というときには、大学院生のたまり場に行って学生に教えてもらいます。やはり、だれでもわかりたいわけです。

また、数学教育では、あまり機会がないように見えますが、自分自身も含めて、数学を使っていたいということは、非常に強い動機の1つではないでしょうか。数学の教育の大切な要点です。

それに、遊び心も大切です。歴史的にも現実

にも、遊び心が大きなものを生み出しています。

数学を使って、こういう問題を解きたい、新しいことを知りたい、遊んでみたい、こういうことが数学への興味を生み出すのです。



例えば、高等学校の数学を考えてみましょう。既習事項を道具にしていろいろなことを学んでいるわけです。白い紙の中に入るのは数学ですが、数学の教育では、教材と書き込むのが現実的です。どのようにしてこれを学ぶか、という実践を繰り返しているわけです。このパターンが大切だと思います。

・数学の構造

さて、数学というのは、ご存じのとおり、非常に縦型構造がきつくなっています。これがわかって、初めて次にこれがわかる、という構造で、はっきりとした縦向き矢印の形で表せます。

多くの場合学生や生徒は一生懸命勉強して、あとはどうなるかという一番面白いところで、「あとはお任せ」なのです。高等学校の3年間、これからどうなるか興味津々、でも「続きは大学で勉強しましょう」、大学に入って教養課程でも「あとは専門学部や大学院でやるでしょう」。

考えてみると、算数から数えたら高等学校まで12年間、ずっとこの繰り返しをやっているわけです。勿論、数学という学問の性格上これはこれで大事な部分もあるけれど、数学の教育として十分ではないでしょう。

数学の場合、一番問題になるのは、縦の構造が一応完結していることに比べて、横の広がりが十分説明されていないことです。繰り返しになりますが、高等学校では、一番おもしろいところが隠されているでしょう。これまで学んだ数学が、何のためにできたのか。例えば、物理の力学との関

係など、他教科と密接に関係が深いところを広げていけたら、もっとおもしろくなるのではないかと思っています。そうしたときに、数学基礎や総合学習がひとつの積極的な手段として考えられるでしょう。大学の入学試験は重いのですが、生徒も教師も視点を変えなければなりません。

入試の話に進む前に、「数学を使う楽しみ」の大切さをもう一度強調しておきます。誤解を恐れずに言えば、「数学は使って初めて価値が出る」のです。ほとんどの対象は、縦よりむしろ横に広がっているわけです。現実に話題になっている環境問題や情報の問題なども、ポワーンと横に広がっているわけです。道具として何を使うか、どのようなアプローチをするかは、個人ごとに違います。肝心なことは、数学からのアプローチがあるということ、現実に数学がどのように使われているかを知ること、伝えることです。

・大学入試について

- 入試問題が解けることは、問題解決の力とは別のこと
- 通過点は目的ではない
- 指導要領と入試
- 三角関数の加法定理を証明しなさい
- 円周率が3.05より大きいことを示しなさい

それでは、大学の入学試験について、少しお話ししたいと思います。

入学試験について、私が最初に言いたいことは、入試問題が解けることと、問題解決の力とは全く別であるということです。もちろん、入試問題が解けるかどうかということは、生徒にとってすごく大事なことです。ただ、それだけでは、問題解決の力が身に付いていることにはなりません。

指導要領で重視している「問題解決の力」が何を意味するのか、ということ議論したいわけではありません。一番肝心なことは何かというと、入試問題というのは、結局はだれかがつくった問題ですね。つくった人は、所定の時間内に、このくらいの学力があればこのくらいの問題が解ける

であろうということを想定しているわけです。つまり、問題をつくった人は、あらかじめ答えを知っているのです。

しかし、現実では、解決しなければならない問題というのは、すでにどこかのだれかが答えを知っているというものばかりではありません。ですから、入試問題が解けたからということで、あたかも問題解決の力があると思ってしまうのは間違いなのです。

余談ですが、大学に入ること自体が目的となっていてしまっている人が少なからずいますね。しかし、大学はあくまで通過点であるということを先生も生徒も忘れないでいただきたいと思います。

それから、指導要領と入学試験との関係があります。これはなかなか難しい問題です。例えば、以前ある大学で「三角関数の加法定理を証明しなさい」という意味の問題が出題されたことがあります。これは、明らかに指導要領の範囲内です。どうしてかといいますと、どんな教科書にも答えが書いてありますから。教科書は、必ず検定を通過していますので、そこに書かれていることは指導要領の範囲内なのです。それなのに、なぜ全員正解とはならないのだろうか、不思議なことですね。

「円周率が3.05より大きいことを示しなさい」という問題も出題されたことがありますね。いろいろな人に、「この問題は、指導要領の範囲に入っていると思いますか」と聞いたことがあります。指導要領のどこにこういうことが書いてありますか、と。こういう考え方は、意外と教科書のどこにも明解には書かれていないのです。だから、ある意味では、この問題は指導要領をはみ出しているかもしれないのです。

国公立大学が法人化されたこれ以降、入学試験の変化がいろいろと現れてくると思われます。現実的には、分離分割方式の見直し、推薦入試、AO入試のあり方等です。すでに、平成18年度から、分離分割方式について各大学に任されることが増えています。おそらく、平成19年度以降はもっと各大学の自由が大きくなるでしょう。推薦入試、AO入試も多様な形態をとり多くの大学で採用され

ていくでしょう。また、大学入試センター試験のあり方も、これから大きく変わっていくのかもしれない。

大学入試は、世間の注目を集めます。いいか悪いかは別として、それが現状ですからしょうがありません。ですから、特に大学側から、大学入試のあり方について、もう一度発信しなければならないだろうと思っています。

・まとめ

幸いなことに、数学では、自分で決め、自分で実践し、自分で責任をとる、ということが保証されています。自分で考えて自分でやって、わからなければやり方が悪かったと、もう一回やり直すことができるわけです。研究はもちろん、数学の学習のなかでも、不断に失敗したりある意味で責任をとったりということを繰り返していると思うのです。学問の中だったら、いくらでも責任をとれるわけです。むしろ、子どもたちにはそういうことがわかってほしいと思います。

数学については、すべての人が自由です。というわけですから、今日のお話のキーワードは「自己責任」です。自分で自分の責任をとるということは、本当に大事なのです。

これから、我々は皆さんと一緒に数学の教育のために努力していかなければいけません。これを結論にして、終わらせていただきます。どうもありがとうございました。

(注) この原稿は第53回大学入試懇談会での講演記録に講演者自らの責任で手を入れ各直したものである。