ワンポイント教材

関数のグラフ

～グラフの拡大・縮小～

東京都立福生高等学校教頭　淺井康明

関数 $y=f(x)$ のグラフの指導では，まず，基本的な関数についてそのグラフを図示させ，これらのグラフをもとに，平行移動や対称移動を利用して，いろいろな関数のグラフを書かせている。

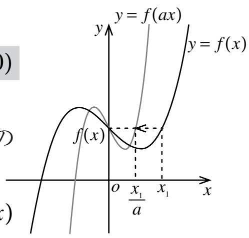
しかし，関数のグラフの拡大・縮小は，三角関数の場合を除いて，あまり一般化して指導されていない。たとえば，$y=\sin 2x$ のグラフが $y=\sin x$ のグラフを（y 軸を中心として）

x 軸方向に $\dfrac{1}{2}$ 倍

して得られると指導しているのみである。

この応用範囲は広く，生徒の興味・関心を引く内容でもあるので，生徒の実態に応じて指導したいものである。

1．$y=f(ax)$ のグラフ $(a\neq 0)$



x,y の対応関係を調べると，

$x=x_1$ における $y=f(x)$ の値と

$x=\dfrac{x_1}{a}$ における $y=f(ax)$ の値は等しい。よって，

$y=f(ax)$ のグラフは，$y=f(x)$ のグラフを，

（y 軸を中心として）x 軸方向に $\dfrac{1}{a}$ 倍

して得られる。

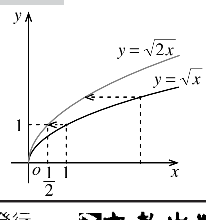
例１　$y=\sqrt{2x}$ のグラフ

$y=\sqrt{x}$ のグラフを

x 軸方向に $\dfrac{1}{2}$ 倍　して得られる。

2．$f(ax,\ by)=0$ の表す図形 $(ab\neq 0)$

点 $(x_1,\ y_1)$ が曲線 $y=f(x)$ 上にあるとき，点 $\left(\dfrac{x_1}{a},\ \dfrac{y_1}{b}\right)$ は曲線 $by=f(ax)$ 上にある。



よって，曲線 $by=f(ax)$ は，曲線 $y=f(x)$ を（x 軸及び y 軸を中心として）

x 軸方向に $\dfrac{1}{a}$ 倍，y 軸方向に $\dfrac{1}{b}$ 倍

して得られる。

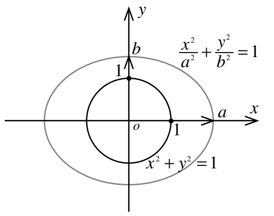
例２　曲線 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$

円 $x^2+y^2=1$ を

x 軸方向に a 倍，

y 軸方向に b 倍

して得られる。



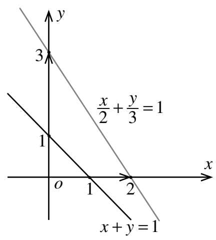
例３　直線 $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{3}=1$

直線 $x+y=1$ を

x 軸方向に 2 倍，

y 軸方向に 3 倍

して得られる。



3．平面上の点の移動（変換）

点 $(ax,\ by)$ を点 $(x,\ y)$ に移す移動によって平面上の図形は，（x 軸及び y 軸を中心として）

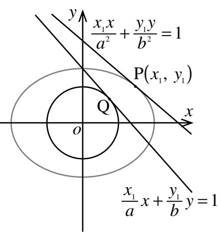
x 軸方向に $\dfrac{1}{a}$ 倍，y 軸方向に $\dfrac{1}{b}$ 倍

した図形に移る。

例４　楕円 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$ 上の点 $\mathrm{P}(x_1,\ y_1)$ における接線

この楕円は，円 $x^2+y^2=1$ を x 軸方向に a 倍，y 軸方向に b 倍して得られる。

このとき，点 P に移されるもとの円上の点 Q の座標は，$\left(\dfrac{x_1}{a},\ \dfrac{y_1}{b}\right)$ である。



ここで，円 $x^2+y^2=1$ の点 Q における接線の方程式は $\dfrac{x_1}{a}x+\dfrac{y_1}{b}y=1$ であるから，この式で，

x を $\dfrac{x}{a}$，y を $\dfrac{y}{b}$

と置き換えれば，求める楕円上の点 P における接線の方程式 $\dfrac{x_1x}{a^2}+\dfrac{y_1y}{b^2}=1$ が得られる。

通巻第44号
2002年 2月15日　印刷
2002年 2月20日　発行
©編修・発行　実教出版株式会社
代表者　本郷　充
定　価　210円（本体200円）
発行所　〒102-8377　東京都千代田区五番町5
TEL. 03-3238-7777
http://www.jikkyo.co.jp/