

二進数で遊ぼう！

－ マジックと暗号による「楽しい授業」の実践 －

福井大学教育地域科学部 准教授 伊禮三之

1 はじめに

「自分達の習っている数学は、全く知らない所で、多くのことに使われていることを知った。自分は今まで数学を学んでいることに意味があるのかと思っていたが、今回の講義を聞いて、数学が自分達の生活に大きく関係し、多大な影響をおよぼしていることがわかった。今回の講義で数学への見方や考え方が大きくかわった」――。

この感想は、福井県立武生高校 2008 年度学部学科探求講座（7月11日実施）において、「二進数で遊ぼう！」と題する出張講義を受講した生徒の感想です（2年生 35名受講）。この他にも、講義に関する好意的な反応の感想が多く寄せられました。この稿では、そのときの講義の概要と受講した生徒の反応を紹介したいと思います。

2 まずは、大切な出会いをマジックで…

「最初は、簡単な計算でウォーミングアップをしましょう。数学の授業ですから…」と、4行4列 16 個の数を板書しました（下図）。

170	171	172	173
174	175	176	177
178	179	180	181
183	184	185	186

そして、次のルールで4つの数字を好きなように選ぶよう指示しました。

- ① 16 個の数字の中から適当に選んで○で囲み、その数が属している行・列の他の数を、線をひいてすべて消します。
- ② 残った数字の中から、同じように適当な数を選んで○で囲み、その数が属している行、列の他の数をすべて消します。
- ③ 以下、同様のことを2回行います。

こうして選んだ4数を、「たして下さい」と指示しました。計算が終わると生徒たちは回りの答えをうかがいはじめました。「あれっ？」と教室がざわめきました。好きなように選んだはずなのに、答えはすべて「711」になっていたからです（下右図）。

170	○171	172	173	
174	175	176	○177	
○178	179	180	181	→
183	184	○185	186	
				$\begin{array}{r} 171 \\ 177 \\ 178 \\ + 185 \\ \hline 711 \end{array}$

さらに、「この数字には、ある意味を込めているんだけど、何だかわかる？」とたずねると、「あ～っ、7月11日だ～」と気づく生徒が出て、あちらこちらで驚きの声が…。

みんなが「711」になって驚き、さらにそれが今日の日付になっていて、二度びっくり、というわけです。「みなさんとの出会いの日を、マジックで演出してみました」と、導入をまとめました。

3 さらにマジックを ― 誕生日をピタリ！

まず、次のような5つのカードが書かれたプリントを配りました。

A				B			
1	3	5	7	2	3	6	7
9	11	13	15	10	11	14	15
17	19	21	23	18	19	22	23
25	27	29	31	26	27	30	31
C				D			
4	5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	12	13	14	15
20	21	22	23	24	25	26	27
28	29	30	31	28	29	30	31
E							
16	17	18	19				
20	21	22	23				
24	25	26	27				
28	29	30	31				

「このカードを使って、みなさんの誕生日を当ててみます。…じゃあ、知之君（仮名）お願いします。これから知之君の誕生日を当ててみます」
 —そう言って、白紙に誕生日を書いてもらい、それをクラス全員に見せて憶えてもらいます。もちろん教師に見えないようにして…。「5つのカードを見て下さい。誕生月と誕生日がそれらのカードにあるかないかだけを教えてください。いいですか…」。

「誕生月は？—AとCですね」「誕生日は？—BとCとDとEですね」（下図）。

	A	B	C	D	E	
月	→ ○	×	○	×	×	○はある
日	→ ×	○	○	○	○	×はなし

しばらく思案するふりをしながら、「知之君の誕生日は…、5月30日ですね!」。「え～っ、どうして～?」教室は驚きの声でいっぱいです。

もう一人の誕生日を当てたあと、A～E 5枚のカードに注目してもらい、「どうして当てることができたと思う? カードを見ながら相手が思い浮かべた数の当て方を見つけて下さい」と指示しました。しばらくしてある女生徒が、「カードの一番左上の数をたせばいい」と気づいてくれました。「そう! あると答えたカードの一番左上の数をたせばいいんだね。例えば誕生月の5だと、あると答えたAのカードの左上は1、Cは4、この二つをたすと $1 + 4 = 5$ で相手の誕生月の5月になる。誕生日も同様だね」（下図）。「なるほど!」と、あちらこちらでうなずきの小さな声…。

<table border="1" style="margin: 0 auto; padding: 5px;"> <tr><td style="text-align: center;">A</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">① 3 5 7</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">9 11 13 15</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">17 19 21 23</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">25 27 29 31</td></tr> </table>	A	① 3 5 7	9 11 13 15	17 19 21 23	25 27 29 31	<table border="1" style="margin: 0 auto; padding: 5px;"> <tr><td style="text-align: center;">C</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">④ 5 6 7</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">12 13 14 15</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">20 21 22 23</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">28 29 30 31</td></tr> </table>	C	④ 5 6 7	12 13 14 15	20 21 22 23	28 29 30 31	<p>5月なら、A、Cの左上の1と4をたして、 $1 + 4 = 5$ 30日なら、B・C・D・Eの左上の数で、 $2 + 4 + 8 + 16 = 30$</p>											
A																							
① 3 5 7																							
9 11 13 15																							
17 19 21 23																							
25 27 29 31																							
C																							
④ 5 6 7																							
12 13 14 15																							
20 21 22 23																							
28 29 30 31																							
<table border="1" style="margin: 0 auto; padding: 5px;"> <tr><td style="text-align: center;">B</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">② 3 6 7</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">10 11 14 15</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">18 19 22 23</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">26 27 30 31</td></tr> </table>	B	② 3 6 7	10 11 14 15	18 19 22 23	26 27 30 31	<table border="1" style="margin: 0 auto; padding: 5px;"> <tr><td style="text-align: center;">C</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">④ 5 6 7</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">12 13 14 15</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">20 21 22 23</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">28 29 30 31</td></tr> </table>	C	④ 5 6 7	12 13 14 15	20 21 22 23	28 29 30 31	<table border="1" style="margin: 0 auto; padding: 5px;"> <tr><td style="text-align: center;">D</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">⑧ 9 10 11</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">12 13 14 15</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">24 25 26 27</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">28 29 30 31</td></tr> </table>	D	⑧ 9 10 11	12 13 14 15	24 25 26 27	28 29 30 31	<table border="1" style="margin: 0 auto; padding: 5px;"> <tr><td style="text-align: center;">E</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">⑩ 17 18 19</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">20 21 22 23</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">24 25 26 27</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">28 29 30 31</td></tr> </table>	E	⑩ 17 18 19	20 21 22 23	24 25 26 27	28 29 30 31
B																							
② 3 6 7																							
10 11 14 15																							
18 19 22 23																							
26 27 30 31																							
C																							
④ 5 6 7																							
12 13 14 15																							
20 21 22 23																							
28 29 30 31																							
D																							
⑧ 9 10 11																							
12 13 14 15																							
24 25 26 27																							
28 29 30 31																							
E																							
⑩ 17 18 19																							
20 21 22 23																							
24 25 26 27																							
28 29 30 31																							

こうして、相手の思い浮かべた数の当て方がわかりました。マジックの方法（遊び方）がわかったところで、2人ペアで遊んでもらいました。

あると答えた左上の数をたす—それは、当てる方法であって、なぜその方法で相手の思い浮かべた数がわかるのか、そのトリックが解明されたわけではありません。それが次の課題です。

4 数当てマジックカードのトリック解明

トリックの解明のために、「1g、2g、4g、8g、16gの分銅が、それぞれ1個ずつあります。これらの分銅を使って1gから31gの重さを量るにはどうすればよいでしょうか」という問題を考えてもらい、表のそれぞれの重さに、使用する分銅の個数を記入していきます（下図左）。

<table border="1" style="margin: 0 auto; padding: 5px;"> <tr><th>分銅</th><th>16g</th><th>8g</th><th>4g</th><th>2g</th><th>1g</th></tr> <tr><th>1g</th><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><th>2g</th><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><th>3g</th><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><th>4g</th><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><th>5g</th><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><th>6g</th><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><th>7g</th><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><th>8g</th><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><th>9g</th><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><th>10g</th><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><th>11g</th><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><th>12g</th><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><th>13g</th><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><th>14g</th><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><th>15g</th><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><th>16g</th><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><th>17g</th><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><th>18g</th><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><th>19g</th><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><th>20g</th><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><th>21g</th><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><th>22g</th><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><th>23g</th><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><th>24g</th><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><th>25g</th><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><th>27g</th><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><th>28g</th><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><th>29g</th><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><th>30g</th><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><th>31g</th><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr> </table>	分銅	16g	8g	4g	2g	1g	1g	0	0	0	0	1	2g	0	0	0	1	0	3g	0	0	0	1	1	4g	0	0	1	0	0	5g	0	0	1	0	1	6g	0	0	1	1	0	7g	0	0	1	1	1	8g	0	1	0	0	0	9g	0	1	0	0	1	10g	0	1	0	1	0	11g	0	1	0	1	1	12g	0	1	1	0	0	13g	0	1	1	0	1	14g	0	1	1	1	0	15g	0	1	1	1	1	16g	1	0	0	0	0	17g	1	0	0	0	1	18g	1	0	0	1	0	19g	1	0	0	1	1	20g	1	0	1	0	0	21g	1	0	1	0	1	22g	1	0	1	1	0	23g	1	0	1	1	1	24g	1	1	0	0	0	25g	1	1	0	0	1	27g	1	1	0	1	0	28g	1	1	0	1	1	29g	1	1	1	0	0	30g	1	1	1	0	1	31g	1	1	1	1	0	<div style="display: flex; flex-direction: column; align-items: center;"> <div style="display: flex; align-items: center; margin-bottom: 20px;"> <div style="text-align: right; margin-right: 10px;">1gの分銅を使用する重さ</div> <div style="margin-right: 10px;">→</div> <table border="1" style="margin: 0 auto; padding: 5px;"> <tr><td style="text-align: center;">A</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">1 3 5 7</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">9 11 13 15</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">17 19 21 23</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">25 27 29 31</td></tr> </table> </div> <div style="display: flex; align-items: center; margin-bottom: 20px;"> <div style="text-align: right; margin-right: 10px;">2gの分銅を使用する重さ</div> <div style="margin-right: 10px;">→</div> <table border="1" style="margin: 0 auto; padding: 5px;"> <tr><td style="text-align: center;">B</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">2 3 6 7</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">10 11 14 15</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">18 19 22 23</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">26 27 30 31</td></tr> </table> </div> <div style="display: flex; align-items: center; margin-bottom: 20px;"> <div style="text-align: right; margin-right: 10px;">4gの分銅を使用する重さ</div> <div style="margin-right: 10px;">→</div> <table border="1" style="margin: 0 auto; padding: 5px;"> <tr><td style="text-align: center;">C</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">4 5 6 7</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">12 13 14 15</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">20 21 22 23</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">28 29 30 31</td></tr> </table> </div> <div style="display: flex; align-items: center; margin-bottom: 20px;"> <div style="text-align: right; margin-right: 10px;">8gの分銅を使用する重さ</div> <div style="margin-right: 10px;">→</div> <table border="1" style="margin: 0 auto; padding: 5px;"> <tr><td style="text-align: center;">D</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">8 9 10 11</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">12 13 14 15</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">24 25 26 27</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">28 29 30 31</td></tr> </table> </div> <div style="display: flex; align-items: center;"> <div style="text-align: right; margin-right: 10px;">16gの分銅を使用する重さ</div> <div style="margin-right: 10px;">→</div> <table border="1" style="margin: 0 auto; padding: 5px;"> <tr><td style="text-align: center;">E</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">16 17 18 19</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">20 21 22 23</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">24 25 26 27</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">28 29 30 31</td></tr> </table> </div> </div>	A	1 3 5 7	9 11 13 15	17 19 21 23	25 27 29 31	B	2 3 6 7	10 11 14 15	18 19 22 23	26 27 30 31	C	4 5 6 7	12 13 14 15	20 21 22 23	28 29 30 31	D	8 9 10 11	12 13 14 15	24 25 26 27	28 29 30 31	E	16 17 18 19	20 21 22 23	24 25 26 27	28 29 30 31
分銅	16g	8g	4g	2g	1g																																																																																																																																																																																																															
1g	0	0	0	0	1																																																																																																																																																																																																															
2g	0	0	0	1	0																																																																																																																																																																																																															
3g	0	0	0	1	1																																																																																																																																																																																																															
4g	0	0	1	0	0																																																																																																																																																																																																															
5g	0	0	1	0	1																																																																																																																																																																																																															
6g	0	0	1	1	0																																																																																																																																																																																																															
7g	0	0	1	1	1																																																																																																																																																																																																															
8g	0	1	0	0	0																																																																																																																																																																																																															
9g	0	1	0	0	1																																																																																																																																																																																																															
10g	0	1	0	1	0																																																																																																																																																																																																															
11g	0	1	0	1	1																																																																																																																																																																																																															
12g	0	1	1	0	0																																																																																																																																																																																																															
13g	0	1	1	0	1																																																																																																																																																																																																															
14g	0	1	1	1	0																																																																																																																																																																																																															
15g	0	1	1	1	1																																																																																																																																																																																																															
16g	1	0	0	0	0																																																																																																																																																																																																															
17g	1	0	0	0	1																																																																																																																																																																																																															
18g	1	0	0	1	0																																																																																																																																																																																																															
19g	1	0	0	1	1																																																																																																																																																																																																															
20g	1	0	1	0	0																																																																																																																																																																																																															
21g	1	0	1	0	1																																																																																																																																																																																																															
22g	1	0	1	1	0																																																																																																																																																																																																															
23g	1	0	1	1	1																																																																																																																																																																																																															
24g	1	1	0	0	0																																																																																																																																																																																																															
25g	1	1	0	0	1																																																																																																																																																																																																															
27g	1	1	0	1	0																																																																																																																																																																																																															
28g	1	1	0	1	1																																																																																																																																																																																																															
29g	1	1	1	0	0																																																																																																																																																																																																															
30g	1	1	1	0	1																																																																																																																																																																																																															
31g	1	1	1	1	0																																																																																																																																																																																																															
A																																																																																																																																																																																																																				
1 3 5 7																																																																																																																																																																																																																				
9 11 13 15																																																																																																																																																																																																																				
17 19 21 23																																																																																																																																																																																																																				
25 27 29 31																																																																																																																																																																																																																				
B																																																																																																																																																																																																																				
2 3 6 7																																																																																																																																																																																																																				
10 11 14 15																																																																																																																																																																																																																				
18 19 22 23																																																																																																																																																																																																																				
26 27 30 31																																																																																																																																																																																																																				
C																																																																																																																																																																																																																				
4 5 6 7																																																																																																																																																																																																																				
12 13 14 15																																																																																																																																																																																																																				
20 21 22 23																																																																																																																																																																																																																				
28 29 30 31																																																																																																																																																																																																																				
D																																																																																																																																																																																																																				
8 9 10 11																																																																																																																																																																																																																				
12 13 14 15																																																																																																																																																																																																																				
24 25 26 27																																																																																																																																																																																																																				
28 29 30 31																																																																																																																																																																																																																				
E																																																																																																																																																																																																																				
16 17 18 19																																																																																																																																																																																																																				
20 21 22 23																																																																																																																																																																																																																				
24 25 26 27																																																																																																																																																																																																																				
28 29 30 31																																																																																																																																																																																																																				

記入した表を見ながら、1g～31gの重さを、1g、2g、4g、8g、16gのそれぞれの分銅を使用する重さごとに分類していくと、これがマジックカードと同じになります（上図右）。

思い浮かべた数（重さ）が、BとCとDとEにあれば、その数（重さ）は、2(g)、4(g)、8(g)、16(g)の数（分銅）を使用していると教えていることになります。それらの数をたすと、 $2 + 4 + 8 + 16 = 30$ 。こうして相手があると考えた数が出てきました。そして、相手の思い浮かべた数（分銅）はカードの左上の数になっているというわけです。これでトリックの解明が完了しました。

なお、 $1 \rightarrow 00001 \rightarrow 1$, $2 \rightarrow 00010 \rightarrow 10$,
 ……、 $29 \rightarrow 11101$, $30 \rightarrow 11110$, $31 \rightarrow 11111$ のように0と1を用いて数を表す方法を
 二進法といい、二進法で表した数を二進数とい
 います。このマジックは二進数を利用した数学マ
 ジックだったのです。

5 暗号に挑戦——解けるかな？

今度は、「暗号」に挑戦です。下図のような5
 ×5の文字の方陣があって、このひらがなの中
 の23文字を並べかえると、意味のある文章にな
 ります。その文章には、江戸時代の有名な俳人の句
 と作者の名前が入っています。その句の季語を答
 えて下さい。ちなみに、この暗号文のキー・ナン
 バーは、82149です。

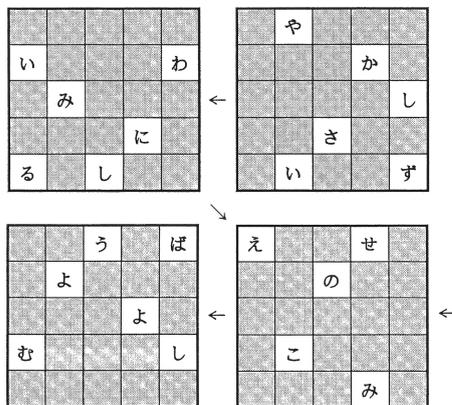
え	や	う	せ	ば
い	よ	の	か	わ
	み	あ	よ	し
む	こ	さ	に	し
る	い	し	み	ず

しばらく生徒たちに考えてもらいましたが、手
 も足も出ない様子です。では、この暗号文を解い
 てみましょう。まず、キー・ナンバーを二進数に
 なおします(下図)。

	16	8	4	2	1
8 →	0	1	0	0	0
2 →	0	0	0	1	0
1 →	0	0	0	0	1
4 →	0	0	1	0	0
9 →	0	1	0	0	1

次に暗号文と同じ大きさの5×5方陣のカード
 を準備し、1のマス目に相当する場所をカッター
 ナイフで切り抜いてのぞき窓を作ります。カード
 を暗号文に重ね、順次右へ90度回転しながらの
 ぞいてみます。すると…。

「しずかさやい・わにしみいる・せみのこえ・
 ばしようよむ」と解読できます。ですから、この
 句の作者は、芭蕉で、季語は「せみ」ということ
 になります(右段上図)。



このように、もとの文をそのまま使用し、その
 配列順序をばらばらにした暗号を「転置式暗号」
 と呼んでいます。ここで取り上げた「回転グリル」
 は転置式暗号の代表的なもので、1881年オース
 トリアの陸軍大佐フリーシュナーによって考案さ
 れたものです。

6 最後は、嘘発見器付きマジックカード！

さて、二進数のもう一つの応用「誤り訂正符号
 理論」を紹介しましょう。この理論は、デジタル
 機器や、情報通信に利用されるデジタル信号など
 に組み込まれ、現代の私たちの生活を支えている
 ものです。ネットワーク通信で送信されたデータ
 は、途中ノイズなどによって誤って受信されるこ
 とがあり、その誤りを特定して、正しい情報に訂
 正してくれる機能(誤り訂正符号)が組み込まれ
 ています。この「誤り訂正符号理論」を直感的に
 理解してもらうため、「嘘発見器付きマジックカ
 ード」を用いて遊んでみました。

黒板に、赤青緑のシールのついたA～G7枚の
 カードを貼付します(次頁図)。「では、ひかる
 さん(仮名)、1から15までの数で、あなたの
 好きな数を思い浮かべて下さい。よろしいですか
 …」。黒板の7つのカードを見て下さい。それら
 のカードに、思い浮かべた数が、あるかないかだ
 けを答えて下さい。ただし、一度だけ嘘をついて
 もかまいません。あるのにないと言ったり、逆
 ないのにあると言ったり、もちろん正直に答えて
 もかまいません…。—A, B, C, E, Fにな
 くて、DとGにあるのですね(次頁カード下)。

<table border="1" style="width: 100%; text-align: center; border-collapse: collapse;"> <tr><td>8</td><td>9</td><td>10</td><td>11</td></tr> <tr><td>12</td><td>13</td><td>14</td><td>15</td></tr> <tr><td>赤青緑</td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>	8	9	10	11	12	13	14	15	赤青緑				<table border="1" style="width: 100%; text-align: center; border-collapse: collapse;"> <tr><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td></tr> <tr><td>12</td><td>13</td><td>14</td><td>15</td></tr> <tr><td>赤</td><td>緑</td><td></td><td></td></tr> </table>	4	5	6	7	12	13	14	15	赤	緑			<table border="1" style="width: 100%; text-align: center; border-collapse: collapse;"> <tr><td>2</td><td>3</td><td>6</td><td>7</td></tr> <tr><td>10</td><td>11</td><td>14</td><td>15</td></tr> <tr><td></td><td>青緑</td><td></td><td></td></tr> </table>	2	3	6	7	10	11	14	15		青緑			<table border="1" style="width: 100%; text-align: center; border-collapse: collapse;"> <tr><td>1</td><td>3</td><td>5</td><td>7</td></tr> <tr><td>9</td><td>11</td><td>13</td><td>15</td></tr> <tr><td>赤青</td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>	1	3	5	7	9	11	13	15	赤青			
8	9	10	11																																																
12	13	14	15																																																
赤青緑																																																			
4	5	6	7																																																
12	13	14	15																																																
赤	緑																																																		
2	3	6	7																																																
10	11	14	15																																																
	青緑																																																		
1	3	5	7																																																
9	11	13	15																																																
赤青																																																			
A 「ない」	B 「ない」	C 「ない」	D 「ある」																																																
<table border="1" style="width: 100%; text-align: center; border-collapse: collapse;"> <tr><td>1</td><td>3</td><td>4</td><td>6</td></tr> <tr><td>8</td><td>10</td><td>13</td><td>15</td></tr> <tr><td>赤</td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>	1	3	4	6	8	10	13	15	赤				<table border="1" style="width: 100%; text-align: center; border-collapse: collapse;"> <tr><td>1</td><td>2</td><td>5</td><td>6</td></tr> <tr><td>8</td><td>11</td><td>12</td><td>15</td></tr> <tr><td>青</td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>	1	2	5	6	8	11	12	15	青				<table border="1" style="width: 100%; text-align: center; border-collapse: collapse;"> <tr><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr> <tr><td>8</td><td>9</td><td>14</td><td>15</td></tr> <tr><td></td><td>緑</td><td></td><td></td></tr> </table>	2	3	4	5	8	9	14	15		緑															
1	3	4	6																																																
8	10	13	15																																																
赤																																																			
1	2	5	6																																																
8	11	12	15																																																
青																																																			
2	3	4	5																																																
8	9	14	15																																																
	緑																																																		
E 「ない」	F 「ない」	G 「ある」																																																	

おもむろに、黒板で下のような行列のかけ算を行いました。左辺の行列は、各カードの赤青緑のシールの「ある・なし」を「1・0」に置き換えた縦ベクトルを、A～Gの順に並べたものです。2番目の縦ベクトルは、生徒が答えた「ある・なし」を「1・0」に置き換え、A～Gの順に並べたものです。右辺の行列の積は、A～Gのカードに対応します。この場合は、三色とも「1」で「ある」になりますから、Aが対応します。このカードがノイズ、つまり嘘をついたカードです。

$$\begin{matrix}
 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \\
 \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 \begin{matrix} \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow \\ A & B & C & D & E & F & G \end{matrix}
 \end{matrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \pmod{2}$$

この計算のあと、「ひかるさん、あなたは嘘をつきましたね。それは…、Aのカードですね」と告げ、さらに、「そしてあなたの思い浮かべた数は…、9です!」。教室は、驚きと不思議がる声で騒然となりました。

行列は、2年時では未学習なので、カードのシールをもとに説明しました。携帯電話などは、ノイズ(嘘)が入ってしまう場合があります。そこで、送信データに前もってチェック用のデータを組み込んでおきます。A～Dが送信したい元のデータ、E～Gがチェック用のデータです。もし、正しくデータが送信されたとすると、「シールの色は、3色とも必ず偶数になる」よう符号を組み込んでいます。ひかるさんが、あると答えたD、G 2枚では、赤、青、緑がそれぞれ1、1、1で、3色とも奇数

です。そこで、3色とも偶数にするには、Aのカードをもってきます。これが、ノイズ(嘘)のカードでした。

思い浮かべた数は、チェック用のGを除いて、訂正したAとあると答えたDの左上の数、8と1をたして、9とします。こうして、ノイズ(誤り)が訂正されました。

7 生徒のこの講義に対する評価は?

講義の最後に、感想と「楽しさ」・「理解度」についてのアンケートをとりました。

「楽しさ」については、ほとんどの生徒が、この講義を「楽しい」ものと受け止めてくれました(97.2%)。「今日の授業で、数学はおもしろいなと思いました。いつも学校の授業では、計算ばかりで、数学の時間にはとにかく速く問題を解こうとしているだけでした。しかし、今回の授業で、数学を利用したマジックや数学がいろいろなところで使われていることを知ることができ、とても楽しかったです」。他の多くの感想からも、楽しく受講した様子がうかがえました。

「理解度」についても、100%の高い評価でした。例えば、ある生徒は次のように記しています。「私は、小学校1年からずっと数学がたいへん苦手で、高校に入ってもまったくできず、もうこの世で一番嫌なものです。今日の講義を聞いて、数学ってすごいなあと思いました。情報の授業で二進法を習いましたが、いまいわかりませんでした。だけど、今日やっと仕組みが理解できました。とてもわかりやすかったです。二進法の仕組みを使うと、こんなに幅広いことに活用できるのかとても感動しました。この講義から、私は少し数学が好きになりました。もしかしたら、もっと数学を知れば好きになれるかもしれないと思いました」。

今回の出張講義は、幸い受講した多くの生徒に歓迎されました。このような身近な事象を数学的に考察して、「数学のよさ」を《実感をもって》認識させていくことが、高校数学でも求められていると思います。