

練習問題の解説

第 12 章 産業連関分析

1. 国内産業が3つに分割している場合の産業連関表が下表のとき、空欄の①～⑥に該当する数値を答えなさい。またこの国の国内総生産はいくらか答えなさい。

[地方上級 2007、1999 など]

産出 投入		中間需要			最終需要	総産出額 (国内生産額)
		第1産業	第2産業	第3産業		
中間 投入	第1産業	10	30	①	100	190
	第2産業	20	80	60	②	③
	第3産業	40	90	90	170	390
付加価値		④	110	190		
総投入額 (国内生産額)		⑤	310	⑥		

解答 1. ①50、②150、③310、④120、⑤190、⑥390、国内総生産は420。

【解説】

表 26-1 ならびに 168～170 ページの関連する解説を参照してください。

まず産業連関表では、最終列の総産出額（テキストでは国内生産額）と最終行の総投入額（同じく国内生産額）は一致します。したがって第2産業の総産出額（国内生産額）③=310、第1産業の総投入額（国内生産額）⑤=190、第3産業の総投入額（国内生産額）⑥=390、です。

次に産業連関表を横に読み、中間需要と最終需要の合計が総産出額（国内生産額）になる関係を第2産業について注目することで、第2産業の最終需要②=③-（中間需要の合計）、です。したがって、②=310-20-80-60=150。

同じ関係を第1産業について注目すると、①=190-10-30-100=50、です。（総産出額（国内生産額）-第1産業の中間需要-第2産業の中間需要-最終需要）。

産業連関表を縦に読むことで、中間投入の合計と付加価値を加えたものが総投入額（国内生産額）になることから、④=⑤-（10+20+40）=190-70=120、です。

最後に産業連関表において国内総生産（GDP）は、最終需要の合計ないし付加価値の合計として集計されます（第2章で見た国民所得統計の考え方と同じです）。いずれで計算しても420。（100+②+170=100+150+170、あるいは、④+110+190=120+110+190）。

2. A、B、二つの産業からなる産業連関表で、投入係数の値が下表のように与えられています。ここで各産業の総産出量が A は 300、B は 200 のとき、各産業の付加価値を答えなさい。

[国家Ⅱ種 2002]

	産出		
投入		産業A	産業B
産業A		0.10	0.20
産業B		0.25	0.30

解答 産業 A は 195、産業 B は 100。

【解説】

まず投入係数の意味を思い出しましょう（170 ページ）。つまり産業連関表を縦に読み、総産出量（国内生産）で産業部門毎の中間投入を除いた値が投入係数です。したがって産業 A が自部門である産業 A から購入する中間投入を x_{11} 、産業 A の総産出量を X_1 とすると、1 行 1 列目の中間投入 a_{11} ($=0.10$) $=x_{11} \div X_1$ 、です。

ゆえに、中間投入 $x_{11} = a_{11} \times X_1 = 0.10 \times 300 = 30$ 。

次に、産業 A が産業 B から購入する中間投入を x_{21} とすると、 $a_{21} = x_{21} \div X_1$ 。ゆえに、中間投入 $x_{21} = a_{21} \times X_1 = 0.25 \times 300 = 75$ 、です。したがって産業 A の中間投入の合計は、 $30 + 75 = 105$ 。前問で説明したように、これを総産出量（国内生産）から差し引くことで産業 A の付加価値が求められます。 $300 - 105 = 195$ （答）。

産業 B についても同様に計算します。

- 産業 A から購入する中間投入 = [投入係数 a_{21} ($=0.20$)] \times [総産出量 ($=200$)]
- 産業 B からの自部門投入 = [投入係数 a_{22} ($=0.30$)] \times [総産出量 ($=200$)]
- 中間投入の合計は、 $0.2 \times 200 + 0.3 \times 200 = 100$ 。

したがって、産業 B の付加価値 $= 200 - 100 = 100$ （答）、です。

3. 2 部門からなる下表の産業連関表があります。ここで第 2 部門の最終需要が 10 単位増加した場合、第 1 部門と第 2 部門の総生産はそれぞれどれほど増加するか答えなさい。ヒント：産業連関分析において不変と仮定されている投入係数行列を求め、連立方程式を作ります。

[ERE 第 14 回 2008、国税専門官 1997 など]

投入 \ 産出		中間需要		最終需要	総生産
		第1部門	第2部門		
中間投入	第1部門	20	70	10	100
	第2部門	20	20	60	100
付加価値		60	10		
総生産		100	100		

解答 第1部門は14、第2部門は16。

【解説】

① ヒントには対応しない解説

産業連関表を縦方向に読み、中間投入を各産業部門の総生産(国内生産、いずれも100)で除すことによって右表の投入係数行列が求められます。これを171ページの(26-12)式および(26-13)式に代入することで、両産業部門の最終需要によって決定される各産業部門の総生産を求める式が得られます。最終需要を、 F_1 、 F_2 として、

表 投入係数行列

$a_{11} = 0.2$	$a_{12} = 0.7$
$a_{21} = 0.2$	$a_{22} = 0.2$

$$a_{11} = 20 \div 100$$

$$a_{21} = 20 \div 100$$

$$a_{12} = 70 \div 100$$

$$a_{22} = 20 \div 100$$

$$\begin{aligned}
 X_1 &= \frac{1-0.2}{(1-0.2)(1-0.2)-0.7 \times 0.2} F_1 + \frac{0.7}{(1-0.2)(1-0.2)-0.7 \times 0.2} F_2 \\
 &= \frac{0.8}{0.64-0.14} F_1 + \frac{0.7}{0.64-0.14} F_2 \\
 &= \frac{0.8}{0.5} F_1 + \frac{0.7}{0.5} F_2 \\
 &= 1.6F_1 + 1.4F_2 \\
 X_2 &= \frac{0.2}{(1-0.2)(1-0.2)-0.7 \times 0.2} F_1 + \frac{1-0.2}{(1-0.2)(1-0.2)-0.7 \times 0.2} F_2 \\
 &= \frac{0.2}{0.64-0.14} F_1 + \frac{0.8}{0.64-0.14} F_2 \\
 &= \frac{0.2}{0.5} F_1 + \frac{0.8}{0.5} F_2 \\
 &= 0.4F_1 + 1.6F_2
 \end{aligned}$$

上記2式が、各産業部門の最終需要が1単位変化した場合の各産業部門の総生産(国内生産)の変化を示します(誘導形方程式とよびます→33ページ)。したがって問題文にある第2部門の最終需要10単位の増加は、第1部門の総生産を(1.4×10=)14単位増加させ、第2部門の総生産を(1.6×10=)16単位増加させることになります。(答)

② ヒントに対応した解説

171 ページの(26-12)式および(26-13)式を忘れてしまったら？(26-7)式に戻って解答を得ることができます。(26-7)式と投入係数の性質は産業連関表の構造を理解する上で最も基本的なものです。これだけは忘れないでほしいと思います。これにより(26-8)式が得られます。投入係数と最終需要、それに総生産はすでに得られているので、(26-8)式さえ思い出せば、この問題は解くことができます。

$$\begin{aligned}X_1 &= a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + F_1 \\X_2 &= a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + F_2\end{aligned}$$

問題が求めるのは、最終需要が10単位増加した状況ですから、上式で $F_2 = 60 + 10 = 70$ と置き換えます。 $F_1 = 10$ は変わらず、投入係数 a_{ij} は先の図に示すとおり。 X_1 と X_2 が未知数となる下記の連立方程式が得られます。係数の数値が定まっているので、テキストの展開よりも容易に解くことができます。

$$\begin{aligned}X_1 &= 0.2X_1 + 0.7X_2 + 10 \\X_2 &= 0.2X_1 + 0.2X_2 + 70\end{aligned}$$

まず X_2 の項が左辺となるように変形します。

$$\begin{aligned}-0.7X_2 &= -0.8X_1 + 10 \\0.8X_2 &= 0.2X_1 + 70\end{aligned}$$

第1式の両辺に -8 を、第2式の両辺に 7 をかけて、両式の辺辺を引きます。

$$\begin{aligned}5.6X_2 &= 6.4X_1 - 80 \\5.6X_2 &= 1.4X_1 + 490 \\ \therefore 0 &= 5X_1 - 570 \\ \therefore X_1 &= 570 \div 5 = 114\end{aligned}$$

第1部門の総生産が $(114 - 100 =)$ 14単位増加しました。これを上記第1の式に代入して、

$$\begin{aligned}5.6X_1 &= 6.4 \times 114 - 80 \\5.6X_1 &= 729.6 - 80 = 649.6 \\X_1 &= 649.6 \div 5.6 \\ &= 116\end{aligned}$$

第2部門の総生産が $(116 - 100 =)$ 16単位増加しました。

③ ヒントには対応しない解説

行列代数を使うと、先の投入係数行列から①レオンティエフ行列、②レオンティエフ逆行列を計算することができます。下の2つの表のように計算できます。レオンティエフ逆行列の各要素が、最終需要の変化に対応する各産業部門の総生産の変化を意味するので、第2部門の最終需要が10単位増加した場合の、各産業部門の総生産の変化は、 $b_{12} \times 10 = 14$ (単位の増加)、 $b_{22} \times 10 = 16$ (単位の増加)となります。(171ページのStep Upも参照してください)。

表 レオンティエフ行列

$(1-a_{11})=0.8$	$-a_{12}=-0.7$
$-a_{21}=-0.2$	$(1-a_{22})=0.8$

表 レオンティエフ逆行列

$b_{11}=1.6$	$b_{12}=1.4$
$b_{21}=0.4$	$b_{22}=1.6$

注:173ページの(26-16)式を用い、レオンティエフ行列の数値から求めます。