

3-1 ドリル問題 解答

問題 1

$$\begin{aligned} (1) \quad A+B &= \begin{bmatrix} 2+1 & 3+2 \\ 1-1 & 2+1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} & (2) \quad A-B &= \begin{bmatrix} 2-1 & 3-2 \\ 1+1 & 2-1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \\ (3) \quad 3A+2B &= \begin{bmatrix} 6+2 & 9+4 \\ 3-2 & 6+2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 13 \\ 1 & 8 \end{bmatrix} & (4) \quad A-3B &= \begin{bmatrix} 2-3 & 3-6 \\ 1+3 & 2-3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -3 \\ 4 & -1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

問題 2

$$(1) \quad A+B = \begin{bmatrix} 3+1 & 0+2 & 1+3 \\ 1+3 & -1+1 & 0+2 \\ 0+0 & 1+1 & 2+1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 4 \\ 4 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$(2) \quad A-B = \begin{bmatrix} 3-1 & 0-2 & 1-3 \\ 1-3 & -1-1 & 0-2 \\ 0-0 & 1-1 & 2-1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -2 & -2 \\ -2 & -2 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(3) \quad 2A = \begin{bmatrix} 6 & 0 & 2 \\ 2 & -2 & 0 \\ 0 & 2 & 4 \end{bmatrix} \quad (4) \quad 3A-4B = \begin{bmatrix} 9-4 & 0-8 & 3-12 \\ 3-12 & -3-4 & 0-8 \\ 0-0 & 3-4 & 6-4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & -8 & -9 \\ -9 & -7 & -8 \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

問題 3

$$\begin{aligned} (1) \quad \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 4 & 4 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} & (2) \quad \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \\ (3) \quad \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 21 & 1 \\ 13 & 9 \end{bmatrix} & (4) \quad \begin{bmatrix} 6 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -3 & 1 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 6 & 6 \\ -9 & 3 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

問題 4

$$(1) \quad \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 3 \\ 3 & 3 & 2 \end{bmatrix} \quad (2) \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 3 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 3 & 7 \\ 6 & 9 & 4 \\ 1 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

$$(3) \begin{bmatrix} 5 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 21 & 7 & 10 \\ 5 & 6 & 3 \\ 6 & 1 & 5 \end{bmatrix} \quad (4) \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 3 & 4 \\ 3 & 5 & 2 \\ 4 & 2 & 5 \end{bmatrix}$$

3-1 演習問題 解答

1.

$$(1) X = B - A = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \quad (2) X = 2A - 3B = \begin{bmatrix} 0 & -4 \\ 1 & -7 \end{bmatrix}$$

$$(3) X = A - 2B = \begin{bmatrix} -1 & -3 \\ 0 & -5 \end{bmatrix} \quad (4) X = 2A + 3B = \begin{bmatrix} 12 & 8 \\ 7 & 11 \end{bmatrix}$$

2.

$$(1) X = B - A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -3 \\ -1 & -1 & 1 \\ -5 & 4 & -2 \end{bmatrix} \quad (2) X = 3A - B = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 9 \\ 5 & 9 & 1 \\ 15 & -2 & 8 \end{bmatrix}$$

$$(3) X = A - 3B = \begin{bmatrix} -5 & -1 & 3 \\ -1 & -5 & -5 \\ 5 & -14 & 0 \end{bmatrix} \quad (4) X = 3A + 2B = \begin{bmatrix} 7 & 8 & 9 \\ 8 & 18 & 7 \\ 15 & 13 & 11 \end{bmatrix}$$

3.

$$c = 2, x = 6, y = 2$$

4.

$$(1) \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix} \quad (2) \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} \quad (3) \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$(4) \begin{bmatrix} 2 & 0 & 5 \\ 4 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 27 \\ 19 \\ 11 \end{bmatrix} \quad (5) \begin{bmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 6 \\ 1 & 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ 14 \\ 7 \end{bmatrix}$$

5.

$$AB = \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ 8 & 3 \end{bmatrix}, \quad BA = \begin{bmatrix} 4 & 5 & 5 \\ 1 & 0 & 3 \\ -1 & -5 & 4 \end{bmatrix}$$

6.

$$(1) \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} + 3 \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3+3 \\ 6+6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 12 \end{bmatrix}$$

$$(2) \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7-1 & 4-3 \\ 4-2 & 3-1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$(3) \begin{bmatrix} 4 & 5 & -1 \\ 2 & -2 & 6 \\ 3 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix} + 3 \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5+3 \\ 20+6 \\ 11+9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 26 \\ 20 \end{bmatrix}$$

$$(4) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 0 & 5 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix} - 2 \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5-2 & 5-4 & 2-6 \\ 10-4 & 14-0 & 6-2 \\ 14-0 & 16-2 & 8-4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 1 & -4 \\ 6 & 14 & 4 \\ 14 & 14 & 4 \end{bmatrix}$$

7.

$$(1) \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3x+2y \\ 5y \end{bmatrix} \quad (2) \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2b & 2b \\ 2d & 2d \end{bmatrix}$$

$$(3) \begin{bmatrix} 3 & 3 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \\ 0 & 3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} - 5 \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2x+3y+z \\ x-2y+2z \\ 3y-4z \end{bmatrix}$$

3-2 ドリル問題 解答

問題 1

$$(1) \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2) \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{bmatrix} \quad (3) \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{4} & \frac{3}{4} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix} \quad (5) \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{3}{8} & -\frac{1}{8} \\ -\frac{1}{8} & \frac{3}{8} \end{bmatrix}$$

問題 2

$$(1) a \neq \pm 1 \quad (2) x \neq 3, 0 \quad (3) x \neq \pm \frac{1}{2} \quad (4) x \neq \pm y \quad (5) a \neq 2b$$

3-2 演習問題 解答

1.

$$(1) \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{5} & \frac{3}{5} \\ \frac{2}{5} & -\frac{1}{5} \end{bmatrix} \quad (2) \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \text{ には逆行列が存在しない。}$$

$$(3) \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(4) \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} \text{ には逆行列が存在しない。} \quad (5) \begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ 0 & \frac{1}{3} \end{bmatrix}$$

2.

$$(1) a \neq 0 \quad (2) x \neq \pm\sqrt{2} \quad (3) x \neq 1, -\frac{6}{13} \quad (4) x \neq 0 \text{ あるいは } y \neq 0 \quad (5) a \neq \frac{2b}{3}$$

3-3 ドリル問題 解答

問題 1

$$(1) \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 2 \quad (2) \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = 4 \quad (3) \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 0 \quad (4) \begin{vmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = 0 \quad (5) \begin{vmatrix} x & 1 \\ 1 & x \end{vmatrix} = x^2 - 1$$

問題 2

$$\begin{aligned} |A| &= \operatorname{sgn} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} a_{11}a_{22}a_{33} + \operatorname{sgn} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix} a_{21}a_{32}a_{13} + \operatorname{sgn} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix} a_{31}a_{12}a_{23} \\ &+ \operatorname{sgn} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix} a_{11}a_{32}a_{23} + \operatorname{sgn} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} a_{21}a_{12}a_{33} + \operatorname{sgn} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} a_{31}a_{22}a_{13} \\ &= a_{11}a_{22}a_{33} + a_{21}a_{32}a_{13} + a_{31}a_{12}a_{23} - a_{11}a_{32}a_{23} - a_{21}a_{12}a_{33} - a_{31}a_{22}a_{13} \end{aligned}$$

問題 3

$$(1) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{vmatrix} = -4 \quad (2) \begin{vmatrix} x & 1 & 1 \\ 1 & x & 1 \\ 1 & 1 & x \end{vmatrix} = x^3 - 3x + 2 \quad (3) \begin{vmatrix} 3 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 10$$

$$(4) \begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 3 & 1 \end{vmatrix} = -12$$

3-3 演習問題 解答

1.

$$(1) \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 2 \quad (2) \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 2 \quad (3) \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 0 \quad (4) \begin{vmatrix} 4 & 3 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} = 0 \quad (5) \begin{vmatrix} x+1 & -1 \\ 1 & x-1 \end{vmatrix} = x^2$$

$$(6) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 1 \quad (7) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 3 & 4 \\ 1 & 0 & 2 \end{vmatrix} = 6 \quad (8) \begin{vmatrix} 2 & 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 5 & -2 \\ -1 & 1 & 1 & 4 \end{vmatrix} = -45$$

$$(9) \begin{vmatrix} 5 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 0 \quad (10) \begin{vmatrix} x & 1 & 1 & 1 \\ 1 & x & 1 & 1 \\ 1 & 1 & x & 1 \\ 1 & 1 & 1 & x \end{vmatrix} = x^4 - 6x^2 + 8x - 3$$

3-4 ドリル問題 解答

問題 1 (1) 2 (2) 2 (3) 1 (4) 3 (5) 2

問題 2

$$(1) \begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 1 & -1 & -2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\frac{3}{4} \\ 0 & 1 & \frac{5}{4} \end{bmatrix} \begin{cases} x = -\frac{3}{4} \\ y = \frac{5}{4} \end{cases}$$

$$(2) \begin{bmatrix} 4 & -2 & 3 \\ 2 & -1 & -2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 2 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ 解なし}$$

$$(3) \begin{bmatrix} 4 & -2 & 2 \\ 3 & -5 & -1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{6}{7} \\ 0 & 1 & \frac{5}{7} \end{bmatrix} \begin{cases} x = \frac{6}{7} \\ y = \frac{5}{7} \end{cases}$$

問題 3

$$\begin{cases} x = 5 \\ y = -2 \end{cases}$$

3-4 演習問題 解答

1.

(1) 2 (2) 3 (3) 3 (4) 2 (5) 1

2.

$$(1) \begin{bmatrix} 1 & 3 & -1 & 3 \\ 4 & -2 & 2 & 4 \\ 1 & -1 & -2 & -2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{cases} x=1 \\ y=1 \\ z=1 \end{cases}$$

$$(2) \begin{bmatrix} 1 & 3 & -1 & 3 \\ 4 & -2 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 1 & -2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 3 & -1 & 3 \\ 4 & -2 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{解なし}$$

$$(3) \begin{bmatrix} 1 & 3 & -1 & 3 \\ 4 & -2 & 2 & 2 \\ 3 & -5 & 3 & -1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{2}{7} & \frac{6}{7} \\ 0 & 1 & -\frac{3}{7} & \frac{5}{7} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{cases} x = -\frac{2}{7}z + \frac{6}{7} \\ y = \frac{3}{7}z + \frac{5}{7} \end{cases}$$

3.

$$\begin{cases} x=2 \\ y=1 \\ z=3 \end{cases}$$

3 章ワークシート問題 解答

1. $I_1 = -1 \text{ A}, I_2 = 1 \text{ A}, I_3 = -2 \text{ A}$

2. $I_1 = -2 \text{ A}, I_2 = 2 \text{ A}, I_3 = -4 \text{ A}$