

Do ★ MATH 同志社中学校数学博物館のご紹介

同志社中学校教諭 園田 毅

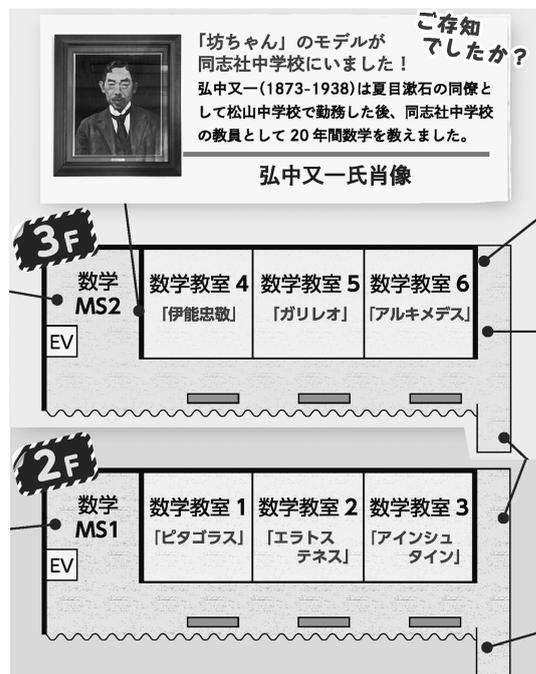
1. 学校の中にある博物館～見学大歓迎！～



数学博物館を作るに至った背景として、本校が新キャンパス移転を機に、2010年から「教科センター方式」という学校運営方式を採用したことがあります。理科、音楽、体育、美術に限らず全教科が教科教室と「メディアスペース」という教科ごとのオープンスペースを持つというスタイルで、毎時間、生徒の皆さんは移動して授業に参加します。一般的に、欧米や英語圏の学校、インターナショナルスクールはこのスタイルです。

教科教室制、教科センター方式は、中学校が日本の子どもたちにとって初めて専科教育が行われるところで、全ての教科で授業環境を整えよう、学校が学ぶところだということを建築・運営方式にも反映しようと、1990年代の福島県三春町の公立中学校から広がったものです。私たちは、このメディアスペースを中心に展開している数学に関する展示・体験スペースの総称として数学博物館を開設しました。

教科教室はクラス教室も兼用していて、授業単位数に応じて教科教室が割り当てられます。本校は24学級あり、そのうち6教室が数学教室に割り当てられています。私たちはこの6教室に数学者・科学者の名前をつけています。



もう1つのきっかけは、2004年、台湾の成功高級中学（台北市内、日本の高校にあたる）に行き、3～4教室にわたって展示されている元教員による蝶のコレクションを見たことと、2012年、ドイツにある数学博物館「Mathematikum」（Gießen ギーゼン市内）を見に行ったことです。成功高級中学内の展示スペースは現在「胡蝶宮・昆虫科学博物館」として運営されていますが、学校の中に博物館があることが強く印象に残りました。Mathematikumは地上3階・地下1階の建物の中に数学の展示物が「しきつめ」られていて、数学博物館だけでこんなにボリュームある展示がなされていることに感激しました。

これらが融合して、学校の中に数学博物館を作ろうというアイデアが生まれて実現することができました。

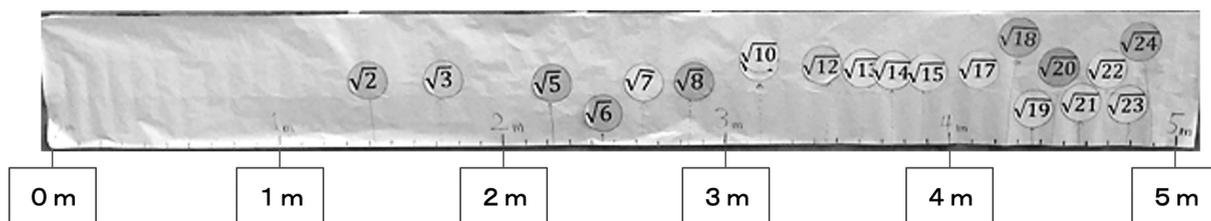
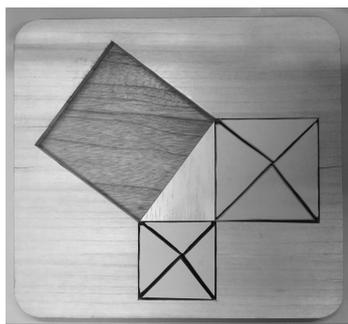
元々、本校数学科はいろいろな教具・教材を用いて体験的に教えるというスタンスでしたが、教具・教材は授業の必要な場面で提示、使用されてもそれ以外の場面で生徒の目に触れることはありません。これらが日常的に生徒の目に入るところにあるということは大事だと考えました。

私は、中等数学教育では抽象化された式で理解することのみでなく、実際に見たり体験したりすることによって「納得」することも大事にしたいと考えています。可視化することで理解が深まり、理解できる生徒が増えるのであればその方法を採用すればよいので、わかりやすい教具・教材、教え方が広まるとよいと思っています。また、20世紀までの学校教育は競争原理があつて「ついてこれる人」を選別していくような空気がありました。これからは統計他、数学の重要性がより高まっていくと思っていますので、数学がわかる人、数学を使える人を増やしていきたいと考えています。

2. 展示物の紹介

(1) ピタゴラスの定理の木製パズル

最初に展示したのが、3年生で学ぶ「三平方の定理」に関する教具です。入学当初から何度も見て触れています。「直角三角形の直角を挟む2辺の上の正方形の面積 a^2 と b^2 を合わせる（ピースを組み合わせる）と、斜辺を1辺とする正方形の面積 c^2 と等しくなる」ことを、3年生を待たずに見て体験しています。それを授業外で生徒同士が教え合う教材にもなっています。



(2) ルートメジャー

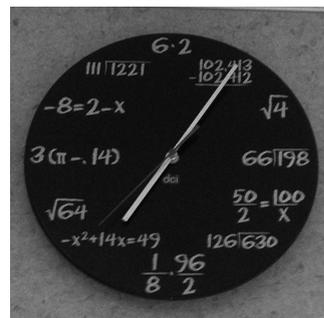
数メートルの長い数直線の上に、自然数の他に、平方根（ $\sqrt{\quad}$ で表した数）を示すことで、その大きさを体感させる展示をメディアスペースの壁に貼り出しています。

ルートメジャーは、模造紙を複数枚つないで5m以上の長さにしたものを準備して、授業で生徒が平方根の書かれた丸い紙をその値の長さを示す場所に貼り、クラスごとに完成したものです。この単元は平方根どうしの四則演算を学習する時間が多く、そもそもの大きさを実感する学びも必要だと考え同僚が実践した授業の成果物です。次の授業で、同じ色の平方根は変形して足し合わせられる学習につないでいきました。

(3) 数学時計

数学教室エリアの廊下の壁に、「数学時計」と言われる少し変わった時計をいくつか掛けています。例えば、数字が鏡文字になっていて針も反対時計回りの時計があります。時計の反対側の壁にアクリルの鏡を貼っていて、そちらを覗くと普通の時計のように映って時刻が簡単にわかるようになっています。美容室で利用されているそうです。

写真（上）の時計は文字盤が数式で表されている時計です。1は引き算、2は平方根、3は割り算というふうに、いろいろな計算方法で文字盤が示されています。方程式がわからなくても答えはわかるのがおもしろいです。その他、別の数式表示や完全逆回り、素数しか載っていないなどいろいろな時計を飾っています。これらの多くは海外



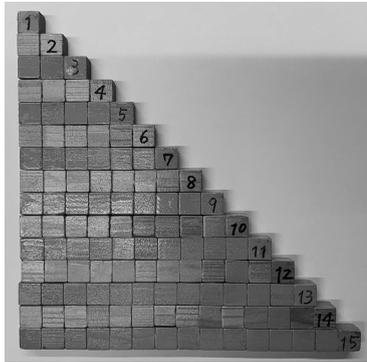
製ですが、通信販売で容易に入手することができます。

(4) 自然数の和

下図は、自然数の和のモデルです。各行の立方体の個数をその行の右端に書いて、

$$1+2+3+\dots+13+14+15 \text{ (個)}$$

の和を表しています。



さらに、同じ板を2枚合体させてみたものが次の図です。

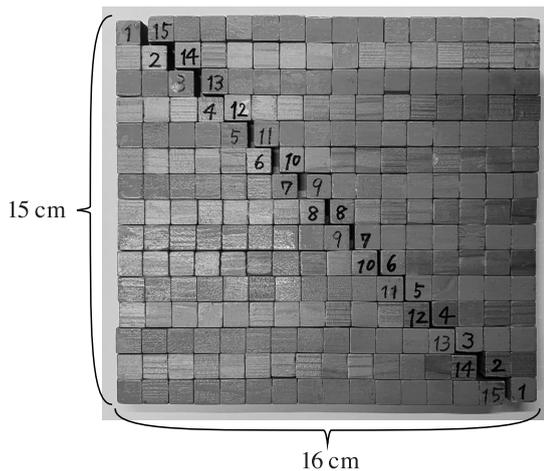
タテが15cm、ヨコが15+1=16cmの長方形になります。だから、答えは、

$$15 \times (15+1) \div 2 = 120 \text{ (個)}$$

となり、公式を理解することができます。

$$\frac{1}{2} \times n \times (n+1)$$

この模型はホームセンターで木製の立方体を購入し、接着と着色をして作成しました。



(5) 自然数の2乗の和

$$1^2+2^2+3^2+\dots+n^2$$

$$=1+4+9+\dots+n^2$$

$$= \frac{1}{6} \times n \times (n+1) \times (2n+1)$$

となる式を立方体の個数で表してみたのが、この模型です。(写真右)

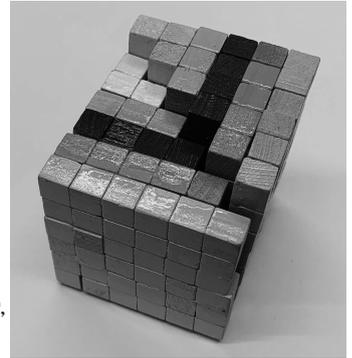
この模型は、 $n=6$ までの和のモデルなので、⑥という数字に注目してください。



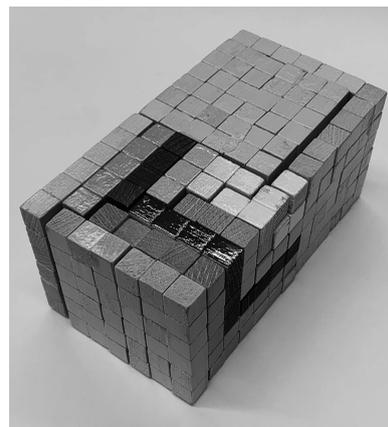
模型を3セット合体すると、写真(右)

の形になり、6セット合体すると写真(下)のような直方体になります。

このとき、6セット全部の立方体の個数は、タテ=⑥、ヨコ=⑥+1、高



さは⑥×2+1となります。⑥を n に直すと、公



式ができます。これも実際に作ってみると、公式の各項が意味を持っていることがよくわかります。

(6) 自然数の3乗の和

$$1^3+2^3+3^3+\dots+n^3 = ?$$

この和はいくつになるのでしょうか。

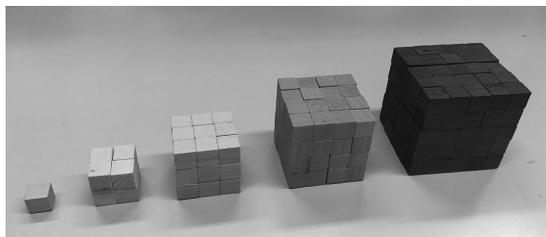
$$1^3+2^3+3^3+\dots+n^3$$

$$=1+8+27+\dots+n^3$$

$$= \left\{ \frac{1}{2} n(n+1) \right\}^2$$

となる公式を可視化してみました。自然数 a の3乗は小さな立方体のピースを1辺 a 個の立方体として組み立てたものになります。(写真次ページ左上) $n=5$ のモデルで5つ(5色)の立方体がで

きます。



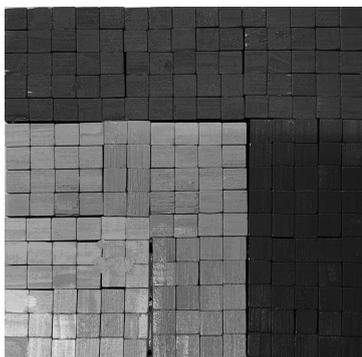
全ての小さな立方体の和は、

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3$$

$$= 1 + 8 + 27 + 64 + 125$$

$$= 225 \text{ (個)}$$

となります。この模型を平面上に並べると、正



方形ができます。 $n=5$ の場合は、1から5までの自然数の和15の2乗だということがわかり、小立方体の個数を求めることができます。

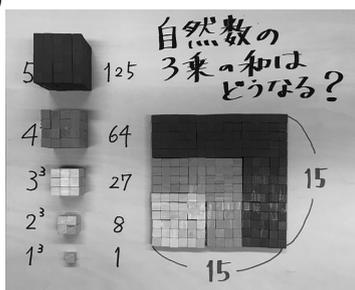
$$1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3$$

$$= \left\{ \frac{1}{2} \times 5 \times (5+1) \right\}^2$$

$$= 225 \text{ (個)}$$

公式の成立を、目で見て納得できます。

$$= \left\{ \frac{1}{2} n(n+1) \right\}^2$$



(7) 『誕生日当てゲーム』

2進法を利用した誕生日当てゲームを展示しています。数字の書かれた5枚のカードが示されていて、そこには1から31までの中で16個ずつ数字が書かれています。(写真右上)そして、相手に自分の生まれた日付のあるカードを教えてください。誕生日を当てることができます。

種明かしをしましょう。それぞれのカードの左上に、No.1から順に1, 2, 4, 8, 16と書いてあり、

5枚のカード
で誕生日を当てる!

No.1	No.2	No.3	No.4	No.5
① 3 5 7	② 3 6 7	④ 5 6 7	⑧ 9 10 11	⑬ 17 18 19
9 11 13 15	10 11 14 15	12 13 14 15	12 13 14 15	20 21 22 23
17 19 21 23	18 19 22 23	20 21 22 23	24 25 26 27	24 25 26 27
25 27 29 31	26 27 30 31	28 29 30 31	28 29 30 31	28 29 30 31

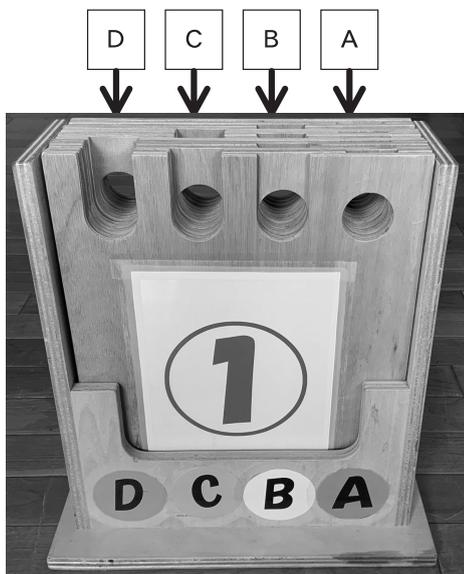
誕生日が「ある」と言われたカードの左上の数字を足すと生まれた日付になります。これは、10進法で表された1, 2, 4, 8, 16は2進法では、1, 10, 100, 1000, 10000を表していて、2進法で表される位の数に1と0しかないことを利用しています。

小学生や一般の方には、5つの「魔法の数」があって、それを最大5つ使って足し合わせると、1から31までの自然数を表すことができるとゲームの原理を説明しています。2進法を知らなくても、この原理を理解すれば、小学生でもカードを作れます。

次の写真2枚は、「2進法ソーター」と呼んでいる教具です。同僚が東京理科大学数学体験館の教員向けワークショップで作成しました。A, B, C, D4枚のカードで自分の誕生日が「ある」カードと対応する穴に棒を入れて引き上げると、1から15まで書かれた板のうち該当する2進法の位のある板だけが上がってきます。その板たちを前へ移動させます。これを繰り返すことによって、誕生日の書かれた板が前に出てくるようになっていきます。

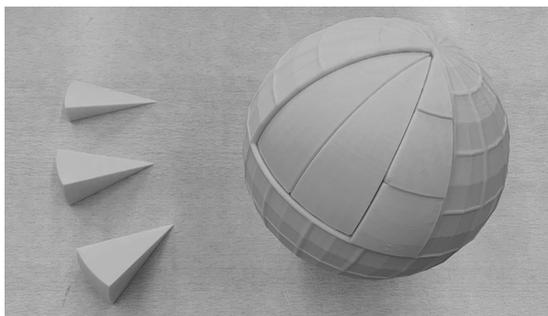
A		B	
1	9	2	10
3	11	3	11
5	13	6	14
7	15	7	15

C		D	
4	12	8	12
5	13	9	13
6	14	10	14
7	15	11	15

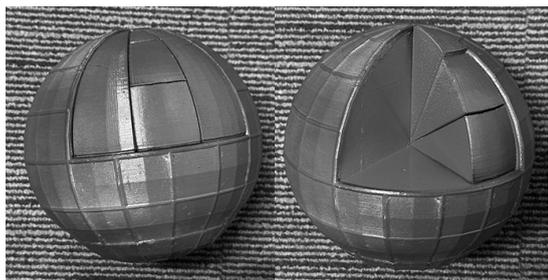


(8) 球の体積説明教具

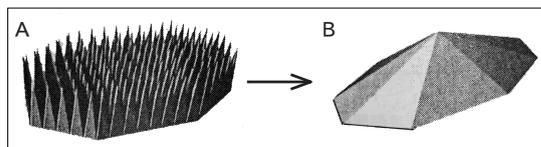
3Dプリンタで作った、球の体積の公式を積分的に説明する教具です。球を小さな角すいの集まりと見て体積を考えていきます。



中学生への授業ではこの教具をスイカのように着色したのを使っています。(写真下)



球を、中心から細かく割った角すいの集まりと考えると、これらはさらに大きな1つの角すいに見なせます。(2枚の図A, Bは本校テキストより)



大きな1つの角すいの底面積は円の表面積 $4\pi r^2$ 、高さは半径 r となり、

$$V = 4\pi r^2 \times r \times \frac{1}{3} = \frac{4}{3}\pi r^3$$

という公式を作ることができました。

このように、よい教具があると、中学生にとって発展的な学習（今回は積分）について概念を伝えることができる場合があります。球の体積の教具も常時展示して、興味を持ったときに見られるようにしています。

(9) 算額（絵馬）の展示



中学3年生3学期に「ピタゴラスの定理」の単元で和算を題材としてとりあげ、応用問題として学んでいます。和算の概要を学び、大国魂神社（東京・府中市 1885年）、武信稲荷神社（京都市 1853年）の算額に書かれた問題や、遠藤寛子「算法少女」（岩崎書店 1973年 原作 1775年）の問題などをとりあげてきました。2012年度より、三井寺（滋賀県大津市）と連携して、全校生徒が問題・解答を作り、完成した算額（実際は絵馬の形）を「同志社中学校算額展」として掲示させていただいています。

写真は数学エリアの壁面に「算額コーナー」を設けて、卒業生の優秀作品を展示しているところです。