

## 数学的活動の実践事例

— 数学 A「数学と人間の活動」におけるレポート課題 —

芝浦工業大学柏中学高等学校教諭 芝辻正

### 1. はじめに

筆者の勤務校は理工系大学の付属校であり、理系と文系の比率は2：1～3：1で、理系を選択する生徒が多い状況である。このような状況の中で、数学とは与えられた問題を解くもの、解法を暗記して問題に応じてその覚えた手法のどれを使うか選択するもの、と考える生徒も少なくない。

2018年3月に告示された高等学校学習指導要領の第2章第4節「数学」において、数学的活動という単語が33回登場する。そして、その取り組みについて以下のように記載されている。

各科目の指導に当たっては、数学を学習する意義などを実感できるよう工夫するとともに、次のような数学的活動に取り組むものとする。(1) 日常の事象や社会の事象などを数理的に捉え、数学的に表現・処理して問題を解決し、解決の過程や結果を振り返って考察する活動。(2) 数学の事象から自ら問題を見だし解決して、解決の過程や結果を振り返って統合的・発展的に考察する活動。(3) 自らの考えを数学的に表現して説明したり、議論したりする活動。

この、数学的活動を充実させることで、答えを求められればよいという発想ではなく、自ら思考を重ね、数学を深めることができる生徒を育てられると感じている。

### 2. 課題レポートの方針

今回は、クラス内の他者との議論により進める数学的活動ではなく、基本的に個人で考察する活動の事例を取り上げる。筆者は高校1年生の数学Aを担当しており、4月から7月までの期間で数学的活動を狙いとした5つのレポート課題を授業

で課した。その中の1つが今回紹介する内容となる。このレポートは宿題の形にはせず、授業で十分な時間を与えて取り組むこととしている。それぞれのレポートの最後の問題は思考力・判断力を求めるものとしており、意欲的な生徒は授業外で取り組んだものを提出することも認めているが、生徒全員に対してそれを義務付けてはいない。この考えには賛否両論あるが、生徒の時間を不必要に奪わない、数学に強く興味を持っている生徒の努力は認めるという方針で今年度はこの形を取っている。生徒には下記のレポート課題のルールを事前に伝えている。

- ・ A4のレポート用紙に清書をして提出すること。
- ・ 他者と協力して取り組んでもよいが、レポートは一人1つの形で提出すること（共同提出は認めない）。
- ・ 答えが出なくても、思考の過程を評価する。担当教員が読める字で記載されていれば、必ずしも正しい答えが出ていなくてもよい。
- ・ 他人のレポートを写す、ネットで答えを見つけて丸々写すなどはレポートとしては認められないので自分の言葉でレポートを作成すること。

答えを出すことだけを目標とはしていないため、思考の過程を評価することを伝えている。

### 3. レポートの事例紹介

今回紹介する内容は数学Aの「数学と人間の活動」の分野の内容である。学習指導要領ではこの単元で身に付ける知識・技能として、整数の約数や倍数を扱うことを求めている。このことから、教科書の一部では整数の倍数判定法について触られている。ある桁数の自然数について、2

から 10 までのそれぞれの倍数判定法を考えると、2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10 の倍数については近い考え方で証明されるが、明らかに 7 の倍数のみ様子が異なる。この点に着目したのが今回のレポートである。このレポートでは 50 分授業 2 回分の時間を生徒に与えた。その時間内で生徒は様々な思考を働かせ、また様々な方法を用いて思考を深めレポート作成に取り組んだ。

### レポート①

2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10 の倍数の判定法を述べて、その判定法が、ある桁数の自然数において成り立つことを文字式を用いて証明せよ。桁数は自分で設定すること。一人 1 つ以上取り組むこと。いくつ取り組んでもよい。

### レポート②

次の流れに沿って考えることで 7 の倍数の判定法を検討せよ。

(1) 一桁の自然数が 7 の倍数になるための条件を述べよ。

(2) 二桁の自然数が 7 の倍数になるための条件を考える。(  $a, b$  は 0 以上の整数とする )

$$(1 \text{ の位}) \times a + (10 \text{ の位}) \times b = (7 \text{ の倍数})$$

となれば、元の自然数も 7 の倍数になるという。

二桁の 7 の倍数すべてについて調べることで、これが成り立つ  $a$  と  $b$  を求めよ。

(3) 三桁の自然数が 7 の倍数になるための条件を考える。(2) と同様に (  $a, b, c$  は 0 以上の整数とする )

$$(1 \text{ の位}) \times a + (10 \text{ の位}) \times b + (100 \text{ の位}) \times c = (7 \text{ の倍数})$$

となると予想される。これを利用して三桁の 7 の倍数となるための条件を検討せよ。

(4) 四桁の自然数が 7 の倍数となるための条件を考えよ。

### レポート③

レポート②の (2) に関する問題。二桁の自然数が 7 の倍数となるものを全て書き出す。このとき、それぞれの数字について 10 の位を  $x$ 、1 の位を  $y$  とするとき、 $(x, y)$  の点をすべて座標平面上にかき出せ (全部で 13 個の点をかく)。この点がどの

ようなルールで配置されているか考察し、その結果と (2) の結果がどのように結びついているか検討せよ。

このレポートでは、まずレポート①で焦点化した問題として、2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10 の倍数の判定法について考える。

その結果をそのまま活かす形では考えることが容易ではない 7 の倍数の判定法を一桁から順番に四桁まで順に具体的に検討する。ここでは、すでに知られている手法を真似ることを求めず、地道に実験することを想定した。

そして、その結果をもとに、既習事項である関数と絡めて、概念を広げ、知識を深めることを目指している。

## 4. 生徒のレポートの様子

ここでは生徒のレポートの一部を紹介する。多くの生徒は、手書きのレポートを作成したが、一部の生徒はノートパソコンを利用して作成したものを印刷して提出している。

レポート②の (2) では、Google スプレッドシートを活用して  $a, b$  のすべての組を求める生徒がいた。

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	b a	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	0	Yes							Yes		
3	1					Yes					
4	2			Yes							
5	3	Yes								Yes	
6	4						Yes				
7	5				Yes						
8	6		Yes								Yes
9	7	Yes						Yes			
10	8					Yes					
11	9			Yes							

図 1 スプレッドシートを利用した生徒

レポート③については、座標を取るところまではほとんどの生徒が対応してくれた。手書きでレポート用紙に座標を取る生徒と、Desmos を利用して座標を取り、それを画像の形式で貼り付けて提出した生徒がいた。以下は、Desmos を利用した生徒の画像と、その考察である。

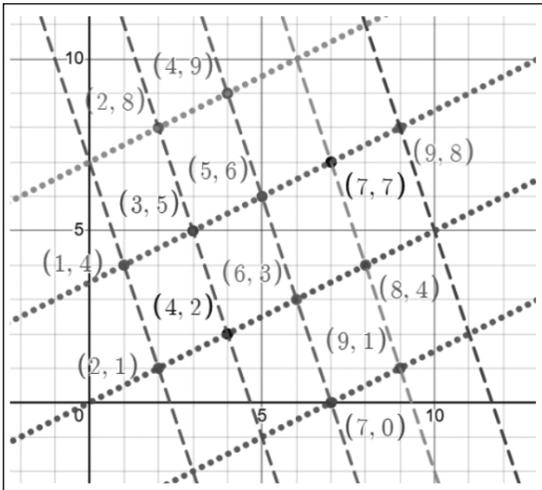


図2 Desmosを利用した生徒

- ①(1,4)から(2,1)、(2,8)から(3,5)など、特定の点同士の距離は、x軸方向に1増え、y軸方向に3減っている。  
 (2)で導き出した $a=1, b=3$ という数値と関係があるかもしれない。
- ②(2,8)から(4,9)、(1,4)から(3,5)など、特定の点同士の距離は、x軸方向に2増え、y軸方向に1増えている。

図3 Desmosを利用した生徒の考察

この生徒は、図3の①で負の傾きを、図3の②で正の傾きに気づき、①の結果はレポート②の(2)の結果と関係がありそうだと考察できた。

全体の状況としては、多くの生徒は座標を取ることができたが、直線上に並ぶことに気付いた生徒は多くはなかった。更に、直線上に並ぶことに気付いた生徒でも、正の傾きである右上がり直線については気付けたが、負の傾きには注目できず、(2)との繋がりには至らなかった。

このレポートの解説は50分授業の約半分の時間で行い、レポート①とレポート②を簡単に確認した後にレポート③についての考察を深めた。

(1,4)と(2,1)を通る直線のy切片が7、(2,8)と(3,5)と(4,2)を通る直線のy切片は14…となることを確認した。このことから、傾きが-3、y切片が7の倍数となるのでこの直線の方程式は、

$$y = -3x + (7の倍数) \quad -3xを移項すると$$

$$3x + y = (7の倍数) \quad となる。$$

以上から、レポート②の(2)と繋がることを確認できた。

このことを知っていることで、別の整数に関する

る問題が解けるようになるわけでは無いかもしれない。しかし、数学的活動の取り組みである、「(2) 数学の事象から自ら問題を見だし解決して、解決の過程や結果を振り返って統合的・発展的に考察する活動。」この部分に向かうことのできる教材となっているのではないだろうか。

## 5. さいごに

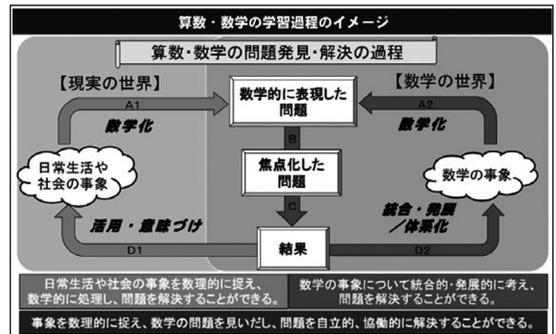


図4 算数・数学の学習過程のイメージ

学習指導要領解説には算数・数学の学習過程のイメージ(図4)について次の記載がある。

数学的活動とは、事象を数理的に捉え、数学の問題を見だし、問題を自立的、協働的に解決する過程を遂行することである。(略) 数学の事象から問題を見だし、数学的な推論などによって問題を解決し、解決の過程や結果を振り返って統合的・発展的、体系的に考察する過程である。

今回は【数学の世界】で探究のサイクルを回す教材を紹介した。一方で【現実の世界】で探究のサイクルを回すことで、数学のよさを感得できる授業実践も外すことはできない。教科書の内容も盛り沢山であり、そこで身につける知識・技能が無いと数学的活動も深みがなくなってしまう。問題演習は知識・技能の習得のためには大切な要素であるが、それが中心の授業ではなく、生徒が自ら数学について考えを深められる数学的活動を大切にすることが重要であろう。そして、生徒の思考を深められる課題が肝要である。

## 6. 参考文献

文部科学省(2018)「高等学校学習指導要領」

文部科学省(2018)「高等学校学習指導要領解説数学編理数編」