１章　確率

１節　確率とその基本性質

A

1

全事象は｛1，2，3，4，5，6，7，8，9｝の 9 通り。

⑴　偶数の球が出る事象 A を集合で表すと，$A=\{2,\ 4,\ 6,\ 8\}$ の 4 通り。

よって，$P(A)=\dfrac{4}{9}$

⑵　奇数の球が出る事象 B を集合で表すと，$B=\{1,\ 3,\ 5,\ 7,\ 9\}$ の 5 通り。

よって，$P(B)=\dfrac{5}{9}$

⑶　3 の倍数の球が出る事象 C を集合で表すと，$C=\{3,\ 6,\ 9\}$ の 3 通り。

よって，$P(C)=\dfrac{3}{9}=\dfrac{1}{3}$

⑷　素数の球が出る事象 D を集合で表すと，$D=\{2,\ 3,\ 5,\ 7\}$ の 4 通り。

よって，$P(D)=\dfrac{4}{9}$

2

目の出方は全部で $6\times 6=36$（通り）

⑴　2 つとも同じ目が出るのは

（1，1），（2，2），（3，3），（4，4），（5，5），（6，6）の 6 通りあるから，

求める確率は　$\dfrac{6}{36}=\dfrac{1}{6}$

⑵　目の和が 8 となるのは

（2，6），（3，5），（4，4），（5，3），（6，2）の 5 通りあるから，

求める確率は　$\dfrac{5}{36}$

⑶　目の差が 4 となるのは

（1，5），（2，6），（5，1），（6，2）の 4 通りあるから，

求める確率は　$\dfrac{4}{36}=\dfrac{1}{9}$

⑷　目の積が 12 となるのは

（2，6），（3，4），（4，3），（6，2）の 4 通りあるから，

求める確率は　$\dfrac{4}{36}=\dfrac{1}{9}$

3

15 本のくじから 3 本引く場合の数の総数は，${}_{15}C_3$（通り）

⑴　3 本とも当たるのは　${}_5C_3$（通り）

　よって，求める確率は　$\dfrac{{}_5C_3}{{}_{15}C_3}=\dfrac{10}{455}=\dfrac{2}{91}$

⑵　1 本が当たり，2 本がはずれるのは　${}_5C_1\times{}_{10}C_2$（通り）

　よって，求める確率は　$\dfrac{{}_5C_1\times{}_{10}C_2}{{}_{15}C_3}=\dfrac{5\times45}{455}=\dfrac{45}{91}$

4

6 人が一列に並ぶ並び方の総数は　$6!$（通り）

そのうち女子 3 人が隣り合うのは，女子 3 人をまとめて 1 人とする。

女子 3 人の順列にも注意すると　$4!\times3!$（通り）

　よって，求める確率は　$\dfrac{4!\times3!}{6!}=\dfrac{3\cdot2\cdot1}{6\cdot5}=\dfrac{1}{5}$

5

$A=\{2,\ 3,\ 5,\ 7\}$，$B=\{1,\ 4,\ 7\}$，$C=\{2,\ 6\}$ だから

⑴　$A\cup B=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 7\}$，$B\cup C=\{1,\ 2,\ 4,\ 6,\ 7,\ 8\}$，$C\cup A=\{2,\ 3,\ 5,\ 6,\ 7\}$

⑵　$A\cap B=\{7\}$，$B\cap C=\phi$，$C\cap A=\{2\}$

⑶　$B\cap C=\phi$ より事象 B と事象 C は互いに排反である。

6

2 個のさいころを投げるとき，目の出方の総数は　$6\times6=36$（通り）

⑴　目の和が 10 以上となるのは，次のいずれかの場合である。

　(i)　目の和が 10　（4，6），（5，5），（6，4）の 3 通り

　(ii)　目の和が 11　（5，6），（6，5）の 2 通り

　(iii)　目の和が 12　（6，6）の 1 通り

　(i)，(ii)，(iii) は互いに排反であるから，求める確率は　$\dfrac{3}{36}+\dfrac{2}{36}+\dfrac{1}{36}=\dfrac{6}{36}=\dfrac{1}{6}$

⑵　目の和が 6 の倍数はなるのは，次のいずれかの場合である。

　(i)　目の和が 6　（1，5），（2，4），（3，3），（4，2），（5，1）の 5 通り

　(ii)　目の和が 12　（6，6）の 1 通り

　(i)，(ii) は，互いに排反であるから，求める確率は　$\dfrac{5}{36}+\dfrac{1}{36}=\dfrac{6}{36}=\dfrac{1}{6}$

7

12 個の球から 3 個の球を取り出す総数は ${}_{12}\mathrm{C}_3 = 220$ （通り）

同じ色が 2 個取り出されるのは，次のいずれかの場合である。

(i)　赤球が 2 個のとき　${}_5\mathrm{C}_2 \times {}_7\mathrm{C}_1 = 70$ （通り）

(ii)　白球が 2 個のとき　${}_4\mathrm{C}_2 \times {}_8\mathrm{C}_1 = 48$ （通り）

(iii)　黒球が 2 個のとき　${}_3\mathrm{C}_2 \times {}_9\mathrm{C}_1 = 27$ （通り）

(i)，(ii)，(iii) は互いに排反であるから，求める確率は

$$\frac{{}_5\mathrm{C}_2 \times {}_7\mathrm{C}_1}{{}_{12}\mathrm{C}_3} + \frac{{}_4\mathrm{C}_2 \times {}_8\mathrm{C}_1}{{}_{12}\mathrm{C}_3} + \frac{{}_3\mathrm{C}_2 \times {}_9\mathrm{C}_1}{{}_{12}\mathrm{C}_3}$$

$$= \frac{70}{220} + \frac{48}{220} + \frac{27}{220}$$

$$= \frac{145}{220} = \frac{29}{44}$$

8

トランプの引き方は，全部で 52 通り。このうち，

(1)　エースが出る事象を A とすると，$n(A) = 4$ だから，$P(A) = \dfrac{4}{52} = \dfrac{1}{13}$

絵札が出る事象を B とすると，$n(B) = 12$ だから，$P(B) = \dfrac{12}{52} = \dfrac{3}{13}$

エースかつ絵札となる場合はないので　$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \dfrac{1}{13} + \dfrac{3}{13} = \dfrac{4}{13}$

(2)　ダイヤが出る事象を C とすると，$n(C) = 13$ だから，$P(C) = \dfrac{13}{52}$

ダイヤかつ絵札となる場合は 3 通りあるので　$P(B \cap C) = \dfrac{3}{52}$

よって　$P(B \cup C) = P(B) + P(C) - P(B \cap C)$

$$= \frac{12}{52} + \frac{13}{52} - \frac{3}{52} = \frac{22}{52} = \frac{11}{26}$$

9

20 人から 5 人を選ぶのは　${}_{20}\mathrm{C}_5$ （通り）

余事象は，「特定の 2 人はともに選ばれない」である。特定の 2 人が選ばれないのは ${}_{18}\mathrm{C}_5$ （通り）

よって，求める確率は

$$1 - \frac{{}_{18}\mathrm{C}_5}{{}_{20}\mathrm{C}_5} = 1 - \frac{18 \cdot 17 \cdot 16 \cdot 15 \cdot 14}{20 \cdot 19 \cdot 18 \cdot 17 \cdot 16} = 1 - \frac{21}{38} = \frac{17}{38}$$

10

9 個の球から 3 個の球を取り出す場合の数は　$_{9}C_{3}=84$（通り）

⑴　3 個とも同じ色となるのは，次の(i)，(ii) のいずれかである。

(i)　赤球が 3 個となる場合

4 個の赤球より 3 個を選べばよいので　$_{4}C_{3}=4$（通り）

確率は，$\dfrac{_{4}C_{3}}{_{9}C_{3}}=\dfrac{4}{84}$

(ii)　白球が 3 個となる場合

5 個の白球より 3 個を選べばよいので　$_{5}C_{3}=10$（通り）

確率は，$\dfrac{_{5}C_{3}}{_{9}C_{3}}=\dfrac{10}{84}$

(i)，(ii) は排反だから，求める確率は　$\dfrac{4}{84}+\dfrac{10}{84}=\dfrac{14}{84}=\dfrac{1}{6}$

⑵　少なくとも 1 個が白球となる事象は，3 個とも赤球となる事象の余事象なので，

求める確率は，$1-\dfrac{_{4}C_{3}}{_{9}C_{3}}=1-\dfrac{1}{21}=\dfrac{20}{21}$

⑶　取り出された球の色が 2 色となるのは，3 個とも同色となる⑴の事象の余事象だから，⑴の結果より，

求める確率は，$1-\dfrac{1}{6}=\dfrac{5}{6}$

別解

取り出された球の色が 2 色となるのは，次の(i)，(ii) のいずれかである。

(i)　赤球 2 個，白球 1 個となる場合

$_{4}C_{2}\times{}_{5}C_{1}$ 通りあるので，確率は　$\dfrac{_{4}C_{2}\times{}_{5}C_{1}}{_{9}C_{3}}=\dfrac{6\times5}{84}=\dfrac{5}{14}$

(ii)　赤球 1 個，白球 2 個となる場合

$_{4}C_{1}\times{}_{5}C_{2}$ 通りあるので，確率は　$\dfrac{_{4}C_{1}\times{}_{5}C_{2}}{_{9}C_{3}}=\dfrac{4\times10}{84}=\dfrac{10}{21}$

(i)，(ii) は排反だから，求める確率は　$\dfrac{5}{14}+\dfrac{10}{21}=\dfrac{35}{42}=\dfrac{5}{6}$

B

11

8 文字を一列に並べる並べ方の総数は $8!$（通り）

⑴　r と t を 1 つにまとめて，7 個の文字を一列に並べる並べ方は $7!$ 通り　r と t の並べ方が $2!$ 通りあるから，r と t が隣り合うのは　$7!\times 2!$（通り）

よって，求める確率は　$\dfrac{7!\times 2!}{8!}=\dfrac{2}{8}=\dfrac{1}{4}$

⑵　両端にくる r と t の並べ方が $2!$ 通り，それ以外の並べ方が $6!$ 通り。

ゆえに r と t が両端にくる場合の数は

$6!\times 2!$（通り）

よって，求める確率は　$\dfrac{6!\times 2!}{8!}=\dfrac{2\cdot 1}{8\cdot 7}=\dfrac{1}{28}$

12

⑴　6 人が一列に並ぶ並び方の総数は　$6!=720$（通り）

大人と子どもが交互に並ぶのは，次の 2 通りである。

大 子 大 子 大 子　と　子 大 子 大 子 大

子どもを並べて 3!通り，大人は 3 か所に入り 3!通りあるから，全部で $3!\times 3!\times 2=72$（通り）

よって，求める確率は　$\dfrac{72}{720}=\dfrac{1}{10}$

⑵　6 人が円形に並ぶ並び方の総数は　$(6-1)!=5!=120$（通り）

子ども 3 人を 1 つにまとめると，4 人の円順列で　$(4-1)!=3!=6$（通り）

子ども 3 人の並び方が $3!=6$（通り）あるから，全部で　$6\times 6=36$（通り）

よって，求める確率は　$\dfrac{36}{120}=\dfrac{3}{10}$

13

7 人の並べ方は，$7!$ 通り。

⑴　特定の 2 人が a，b とすると，両端の並べ方は，2 通り。両端以外の人の並べ方が $5!$ 通りあるので，特定の 2 人が両端にくる場合は　$2\times 5!$（通り）

よって，確率は　$\dfrac{2\times 5!}{7!}=\dfrac{1}{21}$

⑵　男女が交互に並ぶ場合は，男 女 男 女 男 女 男となる場合であるので，

その並べ方は　$4!\times 3!$（通り）

よって，確率は　$\dfrac{4!\times 3!}{7!}=\dfrac{1}{35}$

14

6 枚から 4 枚選んで並べる並べ方は全部で ${}_6P_4 = 360$ （通り）

⑴　千の位が 1 または 2 のときで，このとき残りの各位の数の並べ方は ${}_5P_3 = 120$ （通り）

よって，求める確率は $\dfrac{2 \times {}_5P_3}{{}_6P_4} = \dfrac{120}{360} = \dfrac{1}{3}$

⑵　1 の位の数が 2，4，6 のいずれかである。

残りの各位の並べ方は ${}_5P_3 = 60$ （通り）

よって，求める確率は $\dfrac{3 \times {}_5P_3}{{}_6P_4} = \dfrac{780}{360} = \dfrac{1}{2}$

⑶　3 の倍数になるのは，各位の数の和が 3 の倍数のときである。

各位の数の和が

12 になるとき　（1，2，3，6），（1，2，4，5）

15 になるとき　，（1，3，4，6），（2，3，4，6）

18 になるとき　（3，4，5，6）

よって，求める確率は　$\dfrac{5 \times {}_4P_4}{{}_6P_4} = \dfrac{120}{360} = \dfrac{1}{3}$

15

⑴，⑵においては，委員の選び方は全部で　${}_7C_2 = 21$ （通り）

⑴　委員が 2 人とも男子となる場合は，男子 3 人から 2 人を選べばよいので　${}_3C_2 = 3$ （通り）

よって，求める確率は，$\dfrac{{}_3C_2}{{}_7C_2} = \dfrac{3}{21} = \dfrac{1}{7}$

⑵　委員が 2 人とも女子となる場合は，女子 4 人から 2 人を選べばよいので　${}_4C_2 = 6$ （通り）

よって，求める確率は，$\dfrac{{}_4C_2}{{}_7C_2} = \dfrac{6}{21} = \dfrac{2}{7}$

⑶　厚生委員・保健委員の選び方は全部で　${}_7P_2 = 7 \times 6 = 42$ （通り）

このうち，厚生委員が男子，保健委員が女子となる場合は，

厚生委員の選び方は，男子から選べばよいので 3 通り

保健委員の選び方は，女子から選べばよいので 4 通り

したがって，$3 \times 4 = 12$ （通り）

よって，求める確率は，$\dfrac{3 \times 4}{{}_7P_2} = \dfrac{12}{42} = \dfrac{2}{7}$

16

2 個のさいころを投げるときの目の出方は，6^2（通り）

⑴　余事象は，「2 個とも 3 の目以外が出る」である。2 個とも 3 の目以外の目が出るのは 5^2（通り）

よって，求める確率は　$1-\dfrac{5^2}{6^2}=\dfrac{11}{36}$

⑵　余事象は，「2 個とも同じ目が出る」である。2 個とも同じ目が出るのは（1，1），（2，2），（3，3）（4，4），（5，5），（6，6）の 6 通り

よって，求める確率は　$1-\dfrac{6}{6^2}=\dfrac{5}{6}$

17

12 本から 5 本を引く場合の数の総数は，${}_{12}C_5=792$（通り）

⑴　余事象は，「当たりが 1 本以下」である。

(i)　当たりが 1 本のとき　${}_5C_1\times{}_7C_4$（通り）

(ii)　当たりが 0 本のとき　${}_7C_5$（通り）

(i)，(ii) は互いに排反だから，この確率は

$$\frac{{}_5C_1\times{}_7C_4}{{}_{12}C_5}+\frac{{}_7C_5}{{}_{12}C_5}=\frac{175}{792}+\frac{21}{792}=\frac{196}{792}=\frac{49}{198}$$

よって，求める確率は　$1-\dfrac{49}{198}=\dfrac{149}{198}$

⑵　余事象は，「5 本とも当たるまたは 5 本ともはずれる」である。

(i)　5 本とも当たるのは　${}_5C_5$（通り）

(ii)　5 本ともはずれるのは　${}_7C_5$（通り）

(i)，(ii) は互いに排反だから，この確率は

$$\frac{{}_5C_5}{{}_{12}C_5}+\frac{{}_7C_5}{{}_{12}C_5}=\frac{1}{792}+\frac{21}{792}=\frac{22}{792}=\frac{11}{396}=\frac{1}{36}$$

よって，求める確率は　$1-\dfrac{1}{36}=\dfrac{35}{36}$

18

12 個から 4 個を取り出す場合の数の総数は　${}_{12}C_4$（通り）

⑴　赤球が 3 個以上出るのは，次のいずれかの場合である。

(i)　赤球が 3 個のとき　　${}_5C_3 \times {}_7C_1$（通り）

(ii)　赤球が 4 個のとき　　${}_5C_4$（通り）

(i)，(ii) は互いに排反であるから，求める確率は

$$\frac{{}_5C_3 \times {}_7C_1}{{}_{12}C_4} + \frac{{}_5C_4}{{}_{12}C_4} = \frac{70}{495} + \frac{5}{495} = \frac{75}{495} = \frac{5}{33}$$

⑵　余事象は，「赤が 1 個もない」である。

赤が 1 個も出ないのは　${}_7C_4$（通り）

よって，求める確率は　$1 - \frac{{}_7C_4}{{}_{12}C_4} = 1 - \frac{35}{495} = \frac{92}{99}$

⑶　球の色が 3 種類となるのは，次のいずれかの場合である。

(i)　白球 2 個，赤球 1 個，青球 1 個　　${}_4C_2 \times {}_5C_1 \times {}_3C_1 = 6 \times 5 \times 3 = 90$（通り）

(ii)　白球 1 個，赤球 2 個，青球 1 個　　${}_4C_1 \times {}_5C_2 \times {}_3C_1 = 4 \times 10 \times 3 = 120$（通り）

(iii)　白球 1 個，赤球 1 個，青球 1 個　　${}_4C_1 \times {}_5C_1 \times {}_3C_2 = 4 \times 5 \times 3 = 60$（通り）

(i)，(ii)，(iii) は互いに排反だから，求める確率は　$\frac{90}{495} + \frac{120}{495} + \frac{60}{495} = \frac{270}{495} = \frac{6}{11}$

⑷　余事象は，「球の色が 1 種類」である。

球の色が 1 種類であるのは，次のいずれかである。

(i)　すべて白球のとき　${}_4C_4$（通り）

(ii)　すべて赤球のとき　${}_5C_4$（通り）

(i)，(ii) は，互いに排反であるから，

この確率は　$\frac{{}_4C_4}{{}_{12}C_4} + \frac{{}_5C_4}{{}_{12}C_4} = \frac{1}{495} + \frac{5}{495} = \frac{6}{495} = \frac{2}{165}$

よって，求める確率は　$1 - \frac{2}{165} = \frac{163}{165}$

19

2 の倍数の集合を A，3 の倍数の集合を B とする。

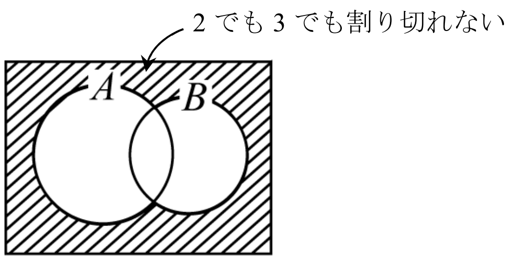
$100 \div 2 = 50$　より　$n(A) = 50$

$100 \div 3 = 33.3\cdots$　より　$n(B) = 33$

$100 \div 6 = 16.6\cdots$　より　$n(A \cap B) = 16$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$
$$= 50 + 33 - 16 = 67$$

$$p(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B)$$
$$= 1 - \frac{67}{100} = \frac{33}{100}$$



20

4 の倍数の集合を A，6 の倍数の集合を B とする。100 から 200 までの自然数は全部で

$200-100+1=101$（個）

4 の倍数となるのは，$100 \div 4=25$，$200 \div 4=50$　より　$50-25+1=26$（個）

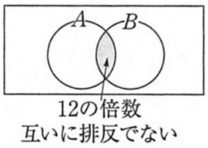
6 の倍数となるのは，$100 \div 6=16.6\cdots$，$200 \div 6=33.3\cdots$　より　$33-17+1=17$（個）

12 の倍数となるのは，$100 \div 12=8.3\cdots$，$200 \div 12=16.6\cdots$　より　$16-9+1=8$（個）

⑴　$P(A \cup B)=P(A)+P(B)-P(A \cap B)$

$$=\frac{26}{101}+\frac{170}{101}-\frac{8}{101}$$

$$=\frac{35}{101}$$

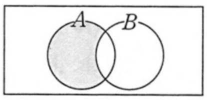


⑵　$P(\overline{A} \cap \overline{B})=P(\overline{A \cup B})=1-P(A \cup B)$

$$=1-\frac{35}{101}=\frac{66}{101}$$

⑶　$P(A \cap \overline{B})=P(A)-P(A \cap B)$

$$=\frac{26}{101}-\frac{8}{101}=\frac{18}{101}$$



21

起こりうるすべての場合の総数は，$10 \times 15=150$（通り）

箱 A には偶数 5 枚，奇数 5 枚，箱 B には偶数 7 枚，奇数 8 枚が入っている。

⑴　数字の和が偶数となるのは，次のいずれかの場合である。

(i)　ともに偶数のとき　$5 \times 7=35$（通り）

(ii)　ともに奇数のとき　$5 \times 8=40$（通り）

(i)，(ii) は互いに排反であるから　求める確率は　$\dfrac{35}{150}+\dfrac{40}{150}=\dfrac{75}{150}=\dfrac{1}{2}$

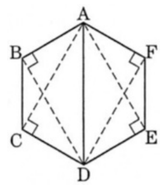
⑵　余事象は，「数字の積が 5 の倍数でない」である。この場合の数は箱 A，箱 B からともに 5 の倍数以外の数字が出ればよい。

よって　$8 \times 12=96$（通り）

ゆえに，求める確率は　$1-\dfrac{96}{150}=\dfrac{54}{150}=\dfrac{9}{25}$

22

3 点を選んで，できる三角形の総数は　${}_6C_3$ 個



⑴　正三角形となるのは図の△ACE と△BFD の 2 つだから

$$\frac{2}{{}_6C_3} = \frac{1}{10}$$

⑵　中心を通る対角線 1 本に対して，図のように 4 つの直角三角形ができるから

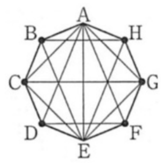
$3 \times 4 = 12$ 個　　よって　　$\frac{12}{{}_6C_3} = \frac{3}{5}$

23

三角形は全部で，${}_8C_3 = 56$（個）できる。

⑴　二等辺三角形は，正 8 角形の対称軸 AE，BF，CG，DH に対して，それぞれ 6 個ずつできるから

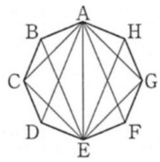
$4 \times 6 = 24$（個）



したがって，二等辺三角形は，$4 \times 6 = 24$（個）ある。

よって，求める確率は，$\frac{4 \times 6}{{}_8C_3} = \frac{3}{7}$

⑵　直角三角形になる場合は，正 8 角形の対称軸が三角形の 1 辺となる場合である。



辺 AE，BF，CG，DH に対して，それぞれ 6 個ずつできる。

したがって，直角三角形は，$4 \times 6 = 24$（個）ある。

このうち直角二等辺三角形となるのは，AE に対して△ACE と△AGE のように 2 個できる。正 8 角形の対称軸は AE，BF，CG，DH の 4 本あるから，$4 \times 2 = 8$（個）ある。

したがって，二等辺または直角三角形は

$24 + 24 - 8 = 40$（個）

よって，二等辺三角形でも直角三角形でもない確率は

$$1 - \frac{40}{56} = \frac{16}{56} = \frac{2}{7}$$

１章　確率

２節　いろいろな確率の計算

A

24

⑴　A が当たる確率も B が当たる確率も，ともに $\dfrac{2}{10}$ で，A，B がくじを引く施行は互いに独立であるから

求める確率は　$\dfrac{2}{10}\times\dfrac{2}{10}=\dfrac{1}{25}$

⑵　A がはずれる確率も B がはずれる確率も，ともに $\dfrac{8}{10}$ で，A，B がくじを引く施行は互いに独立である

から，求める確率は　$\dfrac{8}{10}\times\dfrac{8}{10}=\dfrac{16}{25}$

25

⑴　$\dfrac{1}{3}\times\dfrac{2}{5}\times\dfrac{3}{4}=\dfrac{1}{10}$

⑵　1 人だけ合格する場合は次のいずれかの場合である。

(i)　A だけが合格するとき

$$\frac{1}{3}\times\left(1-\frac{2}{5}\right)\times\left(1-\frac{3}{4}\right)=\frac{1}{3}\times\frac{3}{5}\times\frac{1}{4}=\frac{3}{60}$$

(ii)　B だけが合格するとき

$$\left(1-\frac{1}{3}\right)\times\frac{2}{5}\times\left(1-\frac{3}{4}\right)=\frac{2}{3}\times\frac{2}{5}\times\frac{1}{4}=\frac{4}{60}$$

(iii)　C だけが合格するとき

$$\left(1-\frac{1}{3}\right)\times\left(1-\frac{2}{5}\right)\times\frac{3}{4}=\frac{2}{3}\times\frac{3}{5}\times\frac{3}{4}=\frac{18}{60}$$

(i)，(ii)，(iii) より，求める確率は　$\dfrac{3}{60}+\dfrac{4}{60}+\dfrac{18}{60}=\dfrac{25}{60}=\dfrac{5}{12}$

⑶　余事象は，「3 人とも合格しない」であり

この確率は，$\left(1-\dfrac{1}{3}\right)\times\left(1-\dfrac{2}{5}\right)\left(1-\dfrac{3}{4}\right)=\dfrac{2}{3}\cdot\dfrac{3}{5}\cdot\dfrac{1}{4}=\dfrac{1}{10}$

よって，求める確率は　$1-\dfrac{1}{10}=\dfrac{9}{10}$

26

硬貨を 1 回投げたとき，表，裏の出る確率は，それぞれ $\dfrac{1}{2}$ である。

⑴　4 回とも表である確率は　$\left(\dfrac{1}{2}\right)^4 = \dfrac{1}{16}$

⑵　3 回だけ表が出る確率は　${}_4\mathrm{C}_3\left(\dfrac{1}{2}\right)^3\left(\dfrac{1}{2}\right) = \dfrac{1}{4}$

27

各々の問題の正解となる確率は $\dfrac{1}{5}$ で，不正解となる確率は $\dfrac{4}{5}$ である。

(i)　3 題正解する確率は　${}_4\mathrm{C}_3\left(\dfrac{1}{5}\right)^3\left(\dfrac{4}{5}\right) = \dfrac{16}{625}$

(ii)　4 題正解する確率は　$\left(\dfrac{1}{5}\right)^4 = \dfrac{1}{625}$

よって，3 題以上正解する確率は　$\dfrac{16}{625} + \dfrac{1}{625} = \dfrac{17}{625}$

28

5 以上の目が，5 回までに 1 回だけ出て，6 回目にまた出ればよい。

5 回までに 5 以上の目が 1 回だけ出る確率は　${}_5\mathrm{C}_1\left(\dfrac{2}{6}\right)\left(\dfrac{4}{6}\right)^4$

6 回目に 5 以上の目が出る確率は　$\dfrac{2}{6}$

よって，求める確率は　${}_5\mathrm{C}_1\left(\dfrac{2}{6}\right)\left(\dfrac{4}{6}\right)^4 \times \dfrac{2}{6} = \dfrac{80}{729}$

29

$A = \{3,\ 6,\ 9,\ 12\}$

$B = \{1,\ 3,\ 5,\ 7,\ 9,\ 11\}$

⑴　$P_A(B) = \dfrac{n(A \cap B)}{n(A)} = \dfrac{2}{4} = \dfrac{1}{2}$

⑵　$P_B(A) = \dfrac{n(B \cap A)}{n(B)} = \dfrac{2}{6} = \dfrac{1}{3}$

⑶　$P_{\overline{A}}(B) = \dfrac{n(\overline{A} \cap B)}{n(\overline{A})} = \dfrac{4}{8} = \dfrac{1}{2}$

30

aが当たりくじを引く事象を A，bが当たりくじを引く事象を B とする。

⑴ aが当たりくじを引く場合は　$n(A)=2\times 9=18$（通り）

aが当たって，bがはずれるのは　$n(A\cap \overline{B})=2\times 8=16$（通り）

よって，求める確率は　$\dfrac{n(A\cap \overline{B})}{n(A)}=\dfrac{16}{18}=\dfrac{8}{9}$

⑵ aがはずれくじを引く場合は　$n(\overline{A})=8\times 9=72$（通り）

aがはずれて，bが当たるのは　$n(\overline{A}\cap B)=8\times 2=16$（通り）

よって，求める確率は　$\dfrac{n(\overline{A}\cap B)}{n(\overline{A})}=\dfrac{16}{72}=\dfrac{2}{9}$

別解

⑴ aが当たりを引いたとき，9本のくじの中に，当たりが1本，はずれが8本あるので，

bがはずれを引く確率は，$\dfrac{8}{9}$

⑵ aがはずれを引いたとき，9本のくじの中に，当たりが2本，はずれが7本あるので，

bが当たりを引く確率は，$\dfrac{2}{9}$

31

「A：Aが赤球を取り出す　B：Bが赤球を取り出す」とすると，Bが赤球を取り出すのは，次の(i)，(ii)である。

(i)　Aが赤球を取り出し，Bが赤球を取り出す。

$P(A\cap B)=P(A)\cdot P_A(B)=\dfrac{6}{9}\times\dfrac{5}{8}=\dfrac{30}{72}$

(ii)　Aが白球を取り出し，Bが赤球を取り出す。

$P(\overline{A}\cap B)=P(\overline{A})\cdot P_{\overline{A}}(B)=\dfrac{3}{9}\times\dfrac{6}{8}=\dfrac{18}{72}$

(i)，(ii) は，互いに排反だから　$\dfrac{30}{72}+\dfrac{18}{72}=\dfrac{48}{72}=\dfrac{2}{3}$

32

「A：袋 A から取り出す　B：袋 B から取り出す　H：赤球を取り出す」事象とすると

⑴　取り出した球が赤球であるのは，次のいずれかの場合である。

(i)　袋 A を選び，赤球を取り出す。

$$P(A\cap H)=P(A)\cdot P_A(H)=\frac{1}{2}\times\frac{4}{6}=\frac{1}{3}$$

(ii)　袋 B を選び赤球を取り出す。

$$P(B\cap H)=P(B)\cdot P_B(H)=\frac{1}{2}\times\frac{3}{9}=\frac{1}{6}$$

(i)，(ii) より，$P(H)=\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{6}=\dfrac{1}{2}$

⑵　$P_H(A)=\dfrac{P(A\cap H)}{P(H)}=\dfrac{1}{3}\div\dfrac{1}{2}=\dfrac{2}{3}$

33

「A：A 工場の製品　B：B 工場の製品　E：不良品である」事象とすると

⑴
$$\begin{aligned}P(E)&=P(A\cap E)+P(B\cap E)\\&=P(A)\cdot P_A(E)+P(B)\cdot P_B(E)\\&=\frac{50}{150}\times\frac{3}{100}+\frac{100}{150}\times\frac{6}{100}=\frac{1}{100}+\frac{1}{25}=\frac{1}{20}\end{aligned}$$

⑵　$P(A\cap E)=\dfrac{50}{150}\times\dfrac{3}{100}=\dfrac{1}{100}$

$$P_E(A)=\frac{P(A\cap E)}{P(E)}=\frac{1}{100}\div\frac{1}{20}=\frac{1}{5}$$

B

34

くじが当たるのは，次の 3 つの場合がある。

(i)　3 以下の目が出て，箱 A からくじを引くとき，当たる確率は　$\dfrac{3}{6}\times\dfrac{2}{10}=\dfrac{1}{10}$

(ii)　4 または 5 の目が出て，箱 B からくじを引くとき，当たる確率は　$\dfrac{2}{6}\times\dfrac{3}{10}=\dfrac{1}{10}$

(iii)　6 の目が出て，箱 C からくじを引くとき，当たる確率は　$\dfrac{1}{6}\times\dfrac{4}{10}=\dfrac{1}{15}$

(i)，(ii)，(iii) は互いに排反であるから，求める確率は

$$\frac{1}{10}+\frac{1}{10}+\frac{1}{15}=\frac{3+3+2}{30}=\frac{8}{30}=\frac{4}{15}$$

35

(i)　A から B まで行くことができる場合

区間①と②が共に不通になり，AB 間が不通になる確率は　$0.5\times0.2=0.1$

よって，A から B まで行くことのできる確率は　$1-0.1=0.9$

(ii)　B から C まで行くことができる場合

(i) と同様に，この場合の確率は　$1-0.3\times0.4=1-0.12=0.88$

(i) と (ii) は互いに独立であるから，A から C まで行くことのできる確率は

$0.9\times0.88=0.792$

36

A，B がそれぞれ勝つ確率は $\dfrac{1}{3}$，あいこになる確率は $\dfrac{1}{3}$ である。

(1)　A，B それぞれが 3 回続けて勝つ確率は，ともに　$\left(\dfrac{1}{3}\right)^3=\dfrac{1}{27}$

よって　$p_3=\dfrac{1}{27}+\dfrac{1}{27}=\dfrac{2}{27}$

4 回目で A が勝者となるのは，3 回目までで A が 2 勝して 4 回目に A が勝つときだから，

勝率は　${}_3C_2\left(\dfrac{1}{3}\right)^2\dfrac{2}{3}\times\dfrac{1}{3}=\dfrac{2}{27}$

B が勝者となるときも同様にして　$\dfrac{2}{27}$

よって　$p_4=\dfrac{2}{27}+\dfrac{2}{27}=\dfrac{4}{27}$

(2)　5 回目で A が勝者となるのは，4 回目までで A が 2 勝して，5 回目に A が勝つときだから，

勝率は　${}_4C_2\left(\dfrac{1}{3}\right)^2\left(\dfrac{2}{3}\right)^2\times\dfrac{1}{3}=\dfrac{8}{81}$

B が勝者となるときも同様にして　$\dfrac{8}{81}$

よって　$p_5=\dfrac{8}{81}+\dfrac{8}{81}=\dfrac{16}{81}$

以上より，5 回目までに勝負がつく確率は　$p_3+p_4+p_5=\dfrac{2}{27}+\dfrac{4}{27}+\dfrac{16}{81}=\dfrac{34}{81}$

37

「A：1 番目が赤球　　B：2 番目が赤球」である事象とすると

$$P(B)=P(A\cap B)+P(\overline{A}\cap \mathrm{B})$$
$$=P(A)\cdot P_A(B)+P(\overline{A})\cdot P_{\overline{A}}(B)$$
$$=\frac{8}{12}\times\frac{7}{11}+\frac{4}{12}\times\frac{8}{11}=\frac{88}{132}=\frac{2}{3}$$

$$P(A\cap B)=P(A)\cdot P_A(B)=\frac{8}{12}\times\frac{7}{11}=\frac{14}{33}$$

よって　$P_B(A)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(B)}=\dfrac{14}{33}\div\dfrac{2}{3}=\dfrac{7}{11}$

38

「男子であるという事象を A，3 年生であるという事象を B」とする。

⑴　$P(B)=\underbrace{P(A\cap B)}_{\text{3 年男子部員を選ぶ確率}}+\underbrace{P(\overline{A}\cap B)}_{\text{3 年女子部員を選ぶ確率}}$

$$=\frac{3}{5}\times\frac{1}{4}+\frac{2}{5}\times\frac{3}{10}$$
$$=\frac{3}{20}+\frac{3}{25}=\frac{27}{100}$$

⑵　$P_B(\overline{A})=\dfrac{P(\overline{A}\cap B)}{P(B)}=\dfrac{\dfrac{2}{5}\times\dfrac{3}{10}}{\dfrac{27}{100}}=\dfrac{4}{9}$

39

⑴　点（5，4）を通るのは，5 回投げて表が 3 回，裏が 2 回出るときだから

$${}_5\mathrm{C}_3\left(\frac{1}{2}\right)^3\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{5}{16}$$

⑵　点（5，4）から点（7，5）に達するのは，さらに 2 回投げて，表と裏が 1 回ずつ出るときだから，

その確率は　${}_2\mathrm{C}_1\left(\dfrac{1}{2}\right)\left(\dfrac{1}{2}\right)=\dfrac{1}{2}$

よって，求める確率は　$\dfrac{5}{16}\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{5}{32}$

40

1 の目が 3 回，2 の目が 2 回，3 の目が 1 回出る目の出方は　$\dfrac{6!}{3!2!1!}=60$ 通り

それぞれの目が出る確率はすべて $\dfrac{1}{6}$ だから　$\left(\dfrac{1}{6}\right)^6\times 60=\dfrac{5}{3888}$

発展問題

41

⑴　1 回の試行で 1 の目が出る確率は $\dfrac{1}{6}$ だから

$$P_n = {}_{30}\mathrm{C}_n\left(\frac{1}{6}\right)^n\left(\frac{5}{6}\right)^{30-n} = \frac{30!}{n!(30-n)!}\cdot\frac{5^{30-n}}{6^{30}}$$

⑵　$$\frac{P_{n+1}}{P_n} = \frac{30!}{(n+1)!(29-n)!}\cdot\frac{5^{29-n}}{6^{30}}\times\frac{n!(30-n)!}{30!}\cdot\frac{6^{30}}{5^{30-x}}$$

$$= \frac{80-n}{(n+1)}\cdot\frac{1}{5} = \frac{30-n}{5n+8}$$

⑶　$P_{n+1} > P_n$ となる n の範囲は

$$\frac{p_{n+1}}{p_n} > 1 \quad より \quad \frac{30-n}{5n+5} > 1$$

分母は正だから分母を払って

$$30-n > 5n+5 \qquad n < \frac{25}{6} = 4.16\cdots$$

$n < \dfrac{25}{6} = 4.16\cdots$　すなわち　$n \leqq 4$

$P_{n+1} < P_n$ となる n の範囲は同様にして

$$\frac{30-n}{5n+5} < 1 \quad より \quad n > 4.16\cdots \quad すなわち \quad n \geqq 5$$

よって，$p_0 < p_1 < \cdots\cdots < p_4 < p_5 > p_6 > p_7 \cdots\cdots$

ゆえに　P_n を最大にする n の値は $n = 5$

１章の問題

A

1

取り出した球をもとに戻さないから，3 個同時に取り出すことと同じである。

⑴　すべての取り出し方は ${}_{12}\mathrm{C}_3$ 通り

3 個とも

赤球である場合は　${}_5\mathrm{C}_3$ 通り

青球である場合は　${}_4\mathrm{C}_3$ 通り

白球である場合は　${}_3\mathrm{C}_3$ 通り

よって，$\dfrac{{}_5\mathrm{C}_3 + {}_4\mathrm{C}_3 + {}_3\mathrm{C}_3}{{}_{12}\mathrm{C}_3} = \dfrac{15}{220} = \dfrac{3}{44}$

⑵　赤球，青球，白球がそれぞれ 1 個ずつ取り出される場合だから

$$\frac{{}_5\mathrm{C}_1 \times {}_4\mathrm{C}_1 \times {}_3\mathrm{C}_1}{{}_{12}\mathrm{C}_3} = \frac{60}{220} = \frac{3}{11}$$

⑶　1 回目　　2 回目　　3 回目

赤
- 赤――青 or 白……${}_5\mathrm{C}_1 \times {}_4\mathrm{C}_1 \times {}_7\mathrm{C}_1 = 140$ 通り
- 青 or 白―青 or 白……${}_5\mathrm{C}_1 \times {}_7\mathrm{C}_1 \times {}_6\mathrm{C}_1 = 210$ 通り

青
- 青――赤 or 白……${}_4\mathrm{C}_1 \times {}_3\mathrm{C}_1 \times {}_8\mathrm{C}_1 = 96$ 通り
- 赤 or 白―赤 or 白……${}_4\mathrm{C}_1 \times {}_8\mathrm{C}_1 \times {}_7\mathrm{C}_1 = 224$ 通り

白
- 白――赤 or 青……${}_3\mathrm{C}_1 \times {}_2\mathrm{C}_1 \times {}_9\mathrm{C}_1 = 54$ 通り
- 赤 or 青―赤 or 青……${}_3\mathrm{C}_1 \times {}_9\mathrm{C}_1 \times {}_8\mathrm{C}_1 = 216$ 通り

これらの合計は

$(140 + 210) + (96 + 224) + (54 + 216) = 940$ 通り

よって，求める確率は　$\dfrac{940}{{}_{12}\mathrm{P}_3} = \dfrac{940}{1320} = \dfrac{47}{66}$

2

X が偶数となる事象は X が奇数となる事象の余事象であるから，X が偶数となる確率は

$$1 - \left(\frac{1}{2}\right)^9 = 1 - \frac{1}{512} = \frac{511}{512}$$

次に，X が偶数であるが 4 の倍数でないのは，9 個のサイコロのうち 1 個だけが 2 または 6 の目で残りはすべて奇数の目のときであるから，その確率は

$${}_9\mathrm{C}_1 \frac{1}{6}\left(\frac{1}{2}\right)^8 + {}_9\mathrm{C}_1 \frac{1}{6}\left(\frac{1}{2}\right)^8 = \frac{6}{2^9} = \frac{6}{512}$$

よって，4 の倍数となる確率は　$1 - \left(\dfrac{1}{512} + \dfrac{6}{512}\right) = \dfrac{505}{512}$

3

表表が a 回，裏表が b 回，表裏が c 回，裏裏が d 回とすると

$$\begin{cases} a+b+c+d=5 \cdots ① \\ a+c-d=2 \quad \cdots ② \\ a+b=3 \quad \cdots ③ \end{cases}$$

③より　$b=3-a$　$\cdots$④

①に代入して　$c+d=2$ から　$d=2-c \cdots$⑤

②に代入して　$a+2c=4$ から　$c=2-\dfrac{a}{2} \cdots$⑥

⑤に代入して　$d=\dfrac{a}{2} \cdots$⑦

④，⑥，⑦より，①，②，③を満たす負でない整数解は

$(a,\ b,\ c,\ d)=(0,\ 3,\ 2,\ 0),\ (2,\ 1,\ 1,\ 1)$

よって，求める確率は

$$\frac{5!}{3!2!}\left(\frac{1}{4}\right)^3\left(\frac{1}{4}\right)^2+\frac{5!}{2!1!1!1!}\left(\frac{1}{4}\right)^2\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{4}=\frac{35}{512}$$

4

⑴　白球が取り出される事象を D とおき，A，B，C の各袋を選ぶという事象を，それぞれ A，B，C とすると，事象 D は $A\cap D$，$B\cap D$，$C\cap D$ からなり，これらはすべて互いに排反であるから

$$\begin{aligned} P(D) &= P(A\cap D)+P(B\cap D)+P(C\cap D) \\ &= P(A)\cdot P_A(D)+P(B)\cdot P_B(D)+P(C)\cdot P_C(D) \\ &= \frac{1}{3}\times\frac{2}{5}+\frac{1}{3}\times\frac{1}{5}+\frac{1}{3}\times\frac{3}{5}=\frac{2}{5} \end{aligned}$$

⑵　$P_D(B)=\dfrac{P(B\cap D)}{P(D)}=\dfrac{\frac{1}{3}\times\frac{1}{5}}{\frac{2}{5}}=\dfrac{1}{6}$

B

5

9枚のカードから3枚の抜き出し方は $_9C_3$ 通りある。

⑴　数字の積が5の倍数となるのは，5が含まれている場合で，$_8C_2$ 通りある。

よって，求める確率は　$\dfrac{_8C_2}{_9C_3}=\dfrac{8\cdot 7}{2\cdot 1}\times\dfrac{3\cdot 2\cdot 1}{9\cdot 8\cdot 7}=\dfrac{1}{3}$

⑵　数字の積が奇数となるのは，3枚とも奇数の場合で，$_5C_3$ 通りある。この確率は

$$\frac{_5C_3}{_9C_3}=\frac{5\cdot 4\cdot 3}{3\cdot 2\cdot 1}\times\frac{3\cdot 2\cdot 1}{9\cdot 8\cdot 7}=\frac{5}{42}$$

数字の積が偶数である確率は，奇数である事象の余事象だから，

求める確率は　$1-\dfrac{5}{42}=\dfrac{37}{42}$

⑶　和が偶数となるのは，次の2つの場合である。

(i)　3枚とも偶数

$$\frac{_4C_2}{_9C_3}=\frac{4\cdot 3\cdot 2}{3\cdot 2\cdot 1}\times\frac{3\cdot 2\cdot 1}{9\cdot 8\cdot 7}=\frac{1}{21}$$

(ii)　2枚が奇数で1枚が偶数

$$\frac{_5C_2\times{}_4C_1}{_9C_3}=\frac{5\cdot 4}{2\cdot 1}\times 4\times\frac{3\cdot 2\cdot 1}{9\cdot 8\cdot 7}=\frac{10}{21}$$

(i)と(ii)は互いに排反であるから，求める確率は　$\dfrac{1}{21}+\dfrac{10}{21}=\dfrac{11}{21}$

⑷　最大の数字が7となるのは，7のカードを選んでおいて，1～6の中から2枚を選べばよいから，$_6C_2$ 通りある。

よって，求める確率は　$\dfrac{_6C_2}{_9C_3}=\dfrac{6\cdot 5}{2\cdot 1}\times\dfrac{3\cdot 2\cdot 1}{9\cdot 8\cdot 7}=\dfrac{5}{28}$

（別解）

1～7のカードから3枚選ぶのは　$_7C_3=35$（通り）

1～6のカードから3枚選ぶのは　$_6C_3=20$（通り）

よって，$\dfrac{_7C_3-{}_6C_3}{_9C_3}=\dfrac{15}{84}=\dfrac{5}{28}$

⑸　積が10の倍数となるのは，5を含み残り2枚のうち少なくとも1枚が偶数となる場合で，

$_4C_2+{}_4C_1\times{}_4C_1=6+16=22$（通り）

ある。よって，求める確率は

$$\frac{22}{_9C_3}=22\times\frac{3\cdot 2\cdot 1}{9\cdot 8\cdot 7}=\frac{1}{42}$$

6

⑴　A が 3 回とも表を出したときであるから　$\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{1}{8}$

⑵　A は 3 回投げて勝たないで，B は 3 回とも表が出るときであるから，

$$\left(1-\frac{1}{8}\right)\times\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{7}{64}$$

⑶　A は 3 回目までに，表が 2 回，裏が 1 回で，4 回目が表，B は 3 回の内少なくとも 1 回は裏が出るときであるから

$$ {}_3C_2\left(\frac{1}{2}\right)^2\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\left\{1-\left(\frac{1}{2}\right)^3\right\}=\frac{3}{16}\times\frac{7}{8}=\frac{21}{128}$$

7

⑴　$Y\geqq 1$ となるのは右の表より 25 通り

よって，$P(Y\geqq 1)=\frac{25}{36}$

X

和	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	0	1	2
2	3	4	0	1	2	3
3	4	0	1	2	3	4
4	0	1	2	3	4	0
5	1	2	3	4	0	1
6	2	3	4	0	1	2

Y

積	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4	0	1
2	2	4	1	3	0	2
3	3	1	4	2	0	3
4	4	3	2	1	0	4
5	0	0	0	0	0	0
6	1	2	3	4	0	1

⑵　$X=2$ となるのは

（1，1），（1，6），（2，5），（3，4），

（4，3），（5，2），（6，1），（6，6）

$Y=2$ となるのは

（1，2），（2，1），（2，6），（3，4），

（4，3），（6，2）

このうち（3，4），（4，3）は重複しているから，

$X=2$　または　$Y=2$　となるのは 12 通り

よって　$P(X=2$ または $Y=2)=\frac{12}{36}=\frac{1}{3}$

⑶　$P_{X=2}(X=2)=\frac{P((X=2)\cap(Y=2))}{P(X=2)}$

$$=\frac{2}{36}\div\frac{8}{36}=\frac{1}{4}$$

8

3 個のサイコロの目の出方は$6^3=216$（通り）

⑴　いずれか 2 個のサイコロの目の和が 5 になる組と，その目の出方は

（1，4，x）（$x=2$，3，5，6）のタイプは　$3!\times 4=24$（通り）

（2，3，x）（$x=1$，4，5，6）のタイプは　$3!\times 4=24$（通り）

$\left.\begin{array}{l}(1,\ 4,\ 4),\ (1,\ 1,\ 4)\\(2,\ 3,\ 3),\ (2,\ 2,\ 3)\end{array}\right\}$はそれぞれ　$\dfrac{3!}{2!1!}=3$（通り）

よって，$\dfrac{24\times 2+3\times 4}{216}=\dfrac{60}{216}=\dfrac{5}{18}$

⑵　⑴と同様にして

（4，6，x）（$x=1$，2，3，5）のタイプは　$3!\times 4=24$（通り）

（2，3，x）（$x=1$，2，3，4，6）のタイプは　$\dfrac{3!}{2!1!}\times 5=15$（通り）

（4，4，6），（4，6，6）はそれぞれ　$\dfrac{3!}{2!1!}=3$ 通り

（5，5，5）は 1 通り

よって，$\dfrac{24+15+3\times 2+1}{216}=\dfrac{46}{216}=\dfrac{23}{108}$

⑶　⑴かつ⑵の場合は（1，4，6）のときで，その確率は　$\dfrac{3!}{6^3}=\dfrac{1}{36}$　であるから，

⑴または⑵になる確率は　$\dfrac{5}{18}+\dfrac{23}{108}-\dfrac{1}{36}=\dfrac{50}{108}$

求める確率は⑴または⑵の余事象の確率だから，$1-\dfrac{50}{108}=\dfrac{58}{108}=\dfrac{29}{54}$

9

1 回の施行で反時計まわりに k だけ動く確率を　$P(k) =$（$k = 0, 1, 2, 3$）とすると

$$P(0) = \frac{1}{6},\quad P(1) = \frac{1}{3},\quad P(2) = \frac{1}{3},\quad P(3) = \frac{1}{6}$$

⑴　2 回の施行で A，B，C，D にいる確率は

A：$\{P(0)\}^2 + 2 \cdot P(1) \cdot P(3) + \{P(2)\}^2 = \dfrac{1}{4}$

B：$2 \cdot P(0) \cdot P(1) + 2 \cdot P(2) \cdot P(3) = \dfrac{2}{9}$

C：$2 \cdot P(0) \cdot P(2) + \{P(1)\}^2 + \{P(3)\}^2 = \dfrac{1}{4}$

D：$2 \cdot P(0) \cdot P(3) + 2 \cdot P(1) \cdot P(2) = \dfrac{5}{18}$

⑵　2 回の施行で 4 以上動けばよいから

$$2 \cdot P(1) \cdot P(3) + \{P(2)\}^2 + 2 \cdot P(2) \cdot P(3) + \{P(3)\}^2$$
$$= \frac{2}{18} + \frac{1}{9} + \frac{2}{18} + \frac{1}{36} = \frac{13}{36}$$

10

⑴　$(1, 2, 3)$，$(2, 3, 4)$ ……，$(n-2, n-1, n)$ の $n-2$ 通り

⑵　2 つの数だけが連続する組は

$$\left.\begin{array}{l}(1, 2, m)\ (m = 4, 5, 6, \cdots\cdots, n)\\ (m, n-1, n)\ (m = 1, 2, 3, \cdots\cdots, n-3)\end{array}\right\}\text{のタイプ}$$

はいずれも　$n-3$　通り

$(l, l+1, m)$（$l = 2, 3, \cdots\cdots, n-2$，$m \neq l-1, l, l+1, l+2$）のタイプは

$(n-3)(n-4)$ 通り。

よって，$2(n-3) + (n-3)(n-4) = (n-2)(n-3)$ 通り

⑶　⑴，⑵から

$$\frac{(n-2) + (n-2)(n-3)}{{}_nC_3} \leqq \frac{5}{7}$$

$(n-2)(n-2) \leqq \dfrac{5}{7} \times \dfrac{n(n-1)(n-2)}{3!}$，$42(n-2) \leqq 5n(n-1)$ を解くと，

$5n^2 - 47n + 84 \geqq 0$　から　$(5n-12)(n-7) \geqq 0$

$n \leqq \dfrac{12}{5}$，$7 \leqq n$

$n \geqq 3$ であるから，$n \geqq 7$　　よって，n の最小値は 7

11

⑴　正の方向に 2 の移動を m 回，負の方向に 1 の移動を n 回すると

$$\begin{cases} m+n=6 \\ 2m-n=0 \end{cases}$$ より， $m=2$ ， $n=4$

よって， ${}_6C_2\left(\frac{3}{4}\right)^2\left(\frac{1}{4}\right)^4=\frac{135}{4096}$

⑵　⑴より 6 秒後の点の座標を x とすると

$m+n=6$ と $2m-n=x$　から　$x=3m-6$（$m=0$，1，2，3，4，5，6）

そのときの確率　p_m　は

$$p_m={}_6C_m\left(\frac{3}{4}\right)^m\left(\frac{1}{4}\right)^{6-m}=\frac{3^m\cdot{}_6C_m}{4^6}$$

$$\frac{p_{m+1}}{p_m}=\frac{3^{m+1}\cdot{}_6C_{m+1}}{4^6}\times\frac{4^6}{3^m\cdot{}_6C_m}=\frac{3(6-m)}{m+1}\geqq 1$$　を解くと

$m\leqq\frac{17}{4}$　より　$p_0<p_1<p_2<p_3<p_4<p_5>p_6$

よって，もっとも確率が高いのは $m=5$ のときであるから，

点 P は座標が 9 の位置である。