

1.

スライダーの速度 v が最大になるとき,

$$\frac{dv}{dt} = \alpha = 0$$

であるから, 式12-16より

$$\begin{aligned} a\omega^2(\cos\theta + \lambda\cos 2\theta) &= 0 \\ a\omega^2\{\cos\theta + \lambda(2\cos^2\theta - 1)\} &= 0 \\ 2\lambda\cos^2\theta + \cos\theta - \lambda &= 0 \end{aligned}$$

$-1 \leq \cos\theta \leq 1$ であることを考慮してこの2次方程式を解くと次のようになる.

$$\begin{aligned} \cos\theta &= \frac{-1 + \sqrt{1 + 4 \times 2\lambda^2}}{2 \times 2\lambda} \\ &= \frac{-1 + \sqrt{1 + 8\lambda^2}}{4\lambda} \\ \theta &= \cos^{-1} \frac{-1 + \sqrt{1 + 8\lambda^2}}{4\lambda} \end{aligned}$$

上式に $\lambda = \frac{1}{4}$ を代入する.

$$\begin{aligned} \theta &= \cos^{-1} \frac{-1 + \sqrt{1 + 8 \times \left(\frac{1}{4}\right)^2}}{4 \times \frac{1}{4}} \\ &= \cos^{-1} \left(-1 + \sqrt{\frac{3}{2}} \right) \\ &= 77.0^\circ \end{aligned}$$

2.

三角比から

$$\sin \frac{\beta}{2} = \frac{a}{b}$$

の関係が成り立つので,

$$\begin{aligned} \frac{\beta}{2} &= \sin^{-1} \frac{a}{b} \\ \beta &= 2 \sin^{-1} \frac{a}{b} \end{aligned}$$

上式に $a = 15 \text{ cm}$, $b = 40 \text{ cm}$ を代入する.

$$\begin{aligned} \beta &= 2 \sin^{-1} \frac{15}{40} \\ &= 44.0^\circ \end{aligned}$$

早戻り比 $\frac{\theta_1}{\theta_2}$

三角比から

$$\cos \frac{\theta_2}{2} = \frac{a}{b}$$

の関係が成り立つので,

$$\frac{\theta_2}{2} = \cos^{-1} \frac{a}{b}$$
$$\theta_2 = 2 \cos^{-1} \frac{a}{b}$$

上式に $a = 15 \text{ cm}$, $b = 40 \text{ cm}$ を代入する.

$$\theta_2 = 2 \cos^{-1} \frac{15}{40}$$
$$= 136.0^\circ$$

$\theta_1 + \theta_2 = 360^\circ$ であるから,

$$\theta_1 = 360 - \theta_2$$
$$= 360 - 136.0$$
$$= 224.0$$

よって早戻り比は

$$\frac{\theta_1}{\theta_2} = \frac{224.0}{136.0} = 1.65$$

3.

三平方の定理から

$$s^2 + y^2 = b^2 \tag{1}$$

また, 三角比から

$$s + e = a \sin \theta \tag{2}$$

$$z = a \cos \theta \tag{3}$$

式 2 から

$$s = a \sin \theta - e \tag{4}$$

また, 式 1 から

$$y = \sqrt{b^2 - s^2} \tag{5}$$

式 4 を式 5 に代入する.

$$y = \sqrt{b^2 - (a \sin \theta - e)^2} \tag{6}$$

よって, 式 3, 6 から次式を得る.

$$x = z + y$$
$$= a \cos \theta + \sqrt{b^2 - (a \sin \theta - e)^2}$$