

3章 確率分布

1. 確率分布 (P.66~81)

練習1 $P(X = 0) = {}_3C_0 \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$

$$P(X = 1) = {}_3C_1 \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{3}{8}$$

$$P(X = 2) = {}_3C_2 \left(\frac{1}{2}\right)^2 \frac{1}{2} = \frac{3}{8}$$

$$P(X = 3) = {}_3C_3 \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$$

よって、確率分布は次のようになる。

X	0	1	2	3	計
P	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$	1

練習2

(1) 2個のさいころの目の差の絶対値は次の表のようになるから

$P(X = 0) = \frac{6}{36}$	<table style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px;">1</td> <td style="padding: 5px;">2</td> <td style="padding: 5px;">3</td> <td style="padding: 5px;">4</td> <td style="padding: 5px;">5</td> <td style="padding: 5px;">6</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">1</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">1</td> <td style="padding: 5px;">2</td> <td style="padding: 5px;">3</td> <td style="padding: 5px;">4</td> <td style="padding: 5px;">5</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">2</td> <td style="padding: 5px;">1</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">1</td> <td style="padding: 5px;">2</td> <td style="padding: 5px;">3</td> <td style="padding: 5px;">4</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">3</td> <td style="padding: 5px;">2</td> <td style="padding: 5px;">1</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">1</td> <td style="padding: 5px;">2</td> <td style="padding: 5px;">3</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">4</td> <td style="padding: 5px;">3</td> <td style="padding: 5px;">2</td> <td style="padding: 5px;">1</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">1</td> <td style="padding: 5px;">2</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">5</td> <td style="padding: 5px;">4</td> <td style="padding: 5px;">3</td> <td style="padding: 5px;">2</td> <td style="padding: 5px;">1</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">1</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">6</td> <td style="padding: 5px;">5</td> <td style="padding: 5px;">4</td> <td style="padding: 5px;">3</td> <td style="padding: 5px;">2</td> <td style="padding: 5px;">1</td> <td style="padding: 5px;">0</td> </tr> </table>		1	2	3	4	5	6	1	0	1	2	3	4	5	2	1	0	1	2	3	4	3	2	1	0	1	2	3	4	3	2	1	0	1	2	5	4	3	2	1	0	1	6	5	4	3	2	1	0
	1	2	3	4	5	6																																												
1	0	1	2	3	4	5																																												
2	1	0	1	2	3	4																																												
3	2	1	0	1	2	3																																												
4	3	2	1	0	1	2																																												
5	4	3	2	1	0	1																																												
6	5	4	3	2	1	0																																												
$P(X = 1) = \frac{10}{36}$																																																		
$P(X = 2) = \frac{8}{36}$																																																		
$P(X = 3) = \frac{6}{36}$																																																		
$P(X = 4) = \frac{4}{36}$																																																		
$P(X = 5) = \frac{2}{36}$																																																		

よって、確率分布は次のようになる。

X	0	1	2	3	4	5	計
P	$\frac{3}{18}$	$\frac{5}{18}$	$\frac{4}{18}$	$\frac{3}{18}$	$\frac{2}{18}$	$\frac{1}{18}$	1

(2) $P(0 \leq X \leq 2)$

$$\begin{aligned}
 &= P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) \\
 &= \frac{3}{18} + \frac{5}{18} + \frac{4}{18} = \frac{12}{18} = \frac{2}{3}
 \end{aligned}$$

練習 3 $P(X=0) = {}_4C_0 \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16}$

$$P(X=1) = {}_4C_1 \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{4}{16}$$

$$P(X=2) = {}_4C_2 \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{6}{16}$$

$$P(X=3) = {}_4C_3 \left(\frac{1}{2}\right)^3 \frac{1}{2} = \frac{4}{16}$$

$$P(X=4) = {}_4C_4 \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16}$$

よって、確率分布は次のようになる。

X	0	1	2	3	4	計
P	$\frac{1}{16}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{6}{16}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{1}{16}$	1

このとき、 X の平均は

$$E(X) = 0 \times \frac{1}{16} + 1 \times \frac{4}{16} + 2 \times \frac{6}{16} + 3 \times \frac{4}{16} + 4 \times \frac{1}{16} = \frac{32}{16} = 2$$

練習 4

$$\begin{aligned} E(X-m) &= \sum_{k=1}^n (x_k - m)p_k \\ &= \sum_{k=1}^n x_k p_k - m \sum_{k=1}^n p_k \\ &= m - m \times 1 = 0 \end{aligned}$$

練習 5

Y の分散は

$$\begin{aligned} V(Y) &= (1-3)^2 \times \frac{3}{9} + (2-3)^2 \times \frac{1}{9} + (3-3)^2 \times \frac{1}{9} + (4-3)^2 \times \frac{1}{9} \\ &\quad + (5-3)^2 \times \frac{3}{9} = \frac{26}{9} \end{aligned}$$

Y の標準偏差は

$$\sigma(Y) = \sqrt{\frac{26}{9}} = \frac{\sqrt{26}}{3}$$

練習 6

$$P(X = 0) = \frac{{}_7C_2}{{}_{10}C_2} = \frac{7}{15}$$

$$P(X = 1) = \frac{{}_3C_1 \times {}_7C_1}{{}_{10}C_2} = \frac{7}{15}$$

$$P(X = 2) = \frac{{}_3C_2}{{}_{10}C_2} = \frac{1}{15}$$

より, 平均と標準偏差は

$$E(X) = 0 \times \frac{7}{15} + 1 \times \frac{7}{15} + 2 \times \frac{1}{15} = \frac{3}{5}$$

$$\begin{aligned} V(X) &= 0^2 \times \frac{7}{15} + 1^2 \times \frac{7}{15} + 2^2 \times \frac{1}{15} - \left(\frac{3}{5}\right)^2 \\ &= \frac{28}{75} \text{ より} \end{aligned}$$

$$\sigma(X) = \sqrt{\frac{28}{75}} = \frac{2\sqrt{21}}{15}$$

練習 7

$$E(X) = 5, \sigma(X) = 2 \text{ より}$$

平均は

$$\begin{aligned} E(Y) &= E(-2X + 3) = -2E(X) + 3 \\ &= -2 \times 5 + 3 = -7 \end{aligned}$$

標準偏差は

$$\sigma(Y) = \sigma(-2X + 3) = |-2| \sigma(X) = 2 \times 2 = 4$$

練習 8

$$\begin{aligned} E(Z) &= E(aX + b) = aE(X) + b \\ &= am + b \end{aligned}$$

$$E(Z) = 50 \text{ より } am + b = 50 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$\sigma(Z) = \sigma(aX + b) = |a| \sigma(X) = a\sigma$$

$$\sigma(Z) = 10 \text{ より } a\sigma = 10 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

①, ②より

$$a = \frac{10}{\sigma}, \quad b = 50 - \frac{10}{\sigma}m$$

練習 9

3 個のさいころの出る目の数をそれぞれ X , Y , Z とすると

$$E(X) = E(Y) = E(Z) = \frac{7}{2} \quad \text{であるから, 出る目の数の和の平均は}$$

$$\begin{aligned} E(X + Y + Z) &= E(X) + E(Y) + E(Z) \\ &= \frac{7}{2} + \frac{7}{2} + \frac{7}{2} = \frac{21}{2} \end{aligned}$$

練習 10

$$P(X = 0) \times P(Y = 1) = \frac{3}{5} \times \frac{1}{5} = \frac{3}{25}$$

$$P(X = 0), Y = 1 = \frac{1}{5} \quad \text{であるから}$$

$$P(X = 0, Y = 1) \neq P(X = 0) \times P(Y = 1)$$

よって, X と Y は独立ではない。

練習 11

$$\begin{aligned} V(X + Y) &= E((X + Y)^2) - \{E(X + Y)\}^2 \\ &= E(X^2 + 2XY + Y^2) - \{E(X) + E(Y)\}^2 \\ &= E(X^2) + 2E(XY) + E(Y^2) \\ &\quad - \{E(X)\}^2 - 2E(X)E(Y) - \{E(Y)\}^2 \end{aligned}$$

$$X \text{ と } Y \text{ は独立であるから } E(XY) = E(X)E(Y)$$

よって

$$\begin{aligned} V(X + Y) &= E(X^2) - \{E(X)\}^2 + E(Y^2) - \{E(Y)\}^2 \\ &= V(X) + V(Y) \end{aligned}$$

練習 12

$$(1) \quad E(X) = 1 \times 0.2 + 2 \times 0.5 + 3 \times 0.3 = 2.1$$

$$E(Y) = 1 \times 0.1 + 3 \times 0.9 = 2.8$$

$$V(X) = 1^2 \times 0.2 + 2^2 \times 0.5 + 3^2 \times 0.3 - (2.1)^2 = 0.49$$

$$V(Y) = 1^2 \times 0.1 + 3^2 \times 0.9 - (2.8)^2 = 0.36$$

$$(2) \quad E(XY) = E(X)E(Y) = 2.1 \times 2.8 = 5.88$$

$$(3) \quad V(X + Y) = V(X) + V(Y) = 0.49 + 0.36 = 0.85$$

練習 13

1 回の施行で、赤球を取り出す確率は $\frac{2}{3}$ だから

$$P(X = r) = {}_5C_r \left(\frac{2}{3}\right)^r \left(\frac{1}{3}\right)^{5-r}$$

$$(r = 0, 1, 2, 3, 4, 5)$$

より、確率分布を表にすると次のようになる。

X	0	1	2	3	4	5	計
P	$\frac{1}{243}$	$\frac{10}{243}$	$\frac{40}{243}$	$\frac{80}{243}$	$\frac{80}{243}$	$\frac{32}{243}$	1

この表から

$$P(X \geq 4) = P(X = 4) + P(X = 5) = \frac{80}{243} + \frac{32}{243} = \frac{112}{243}$$

練習 14

X は二項分布 $B\left(600, \frac{1}{6}\right)$ に従うから

$$\text{平均は, } E(X) = 600 \times \frac{1}{6} = 100$$

$$\text{標準偏差は, } \sigma(X) = \sqrt{600 \times \frac{1}{6} \times \frac{5}{6}} = \frac{5\sqrt{30}}{3}$$

練習 15

2 以下の目が出る回数を X , 合計点数を Z とすると

$$Z = 3X - 3(20 - X) = 6X - 60$$

X は二項分布 $B\left(20, \frac{1}{3}\right)$ に従うから

$$E(X) = 20 \times \frac{1}{3} = \frac{20}{3}$$

$$\sigma(X) = \sqrt{20 \times \frac{1}{3} \times \frac{2}{3}} = \frac{2\sqrt{10}}{3}$$

よって、平均と標準偏差は

$$E(Z) = E(6X - 60) = 6E(X) - 60$$

$$= 6 \times \frac{20}{3} - 60 = -20$$

$$\sigma(Z) = \sigma(6X - 60) = |6| \sigma(X)$$

$$= 6 \times \frac{2\sqrt{10}}{3} = 4\sqrt{10}$$

3章 確率分布

2. 正規分布 (P.82~90)

練習 1

$$(1) \quad P(1 \leq X \leq 1.5) = \int_1^{1.5} \frac{1}{2} x \, dx = \left[\frac{1}{4} x^2 \right]_1^{1.5} = \frac{5}{16}$$

$$(2) \quad P(1.5 < X < 2) = \int_{1.5}^2 \frac{1}{2} x \, dx = \left[\frac{1}{4} x^2 \right]_{1.5}^2 = \frac{7}{16}$$

練習 2

$$(1) \quad P(0 \leq Z \leq 2.8) = 0.4974$$

$$(2) \quad P(Z > 1.5) = 0.5 - P(0 \leq Z \leq 1.5) = 0.5 - 0.4332 = 0.0668$$

$$(3) \quad |Z| \leq 1 \iff -1 \leq Z \leq 1$$

であるから

$$\begin{aligned} P(|Z| \leq 1) &= P(-1 \leq Z \leq 1) \\ &= P(-1 \leq Z \leq 0) + P(0 \leq Z \leq 1) \\ &= P(0 \leq Z \leq 1) + P(0 \leq Z \leq 1) \\ &= 2P(0 \leq Z \leq 1) \\ &= 2 \times 0.3413 = 0.6826 \end{aligned}$$

練習 3

$Z = \frac{X - 50}{10}$ とおくと, Z は $N(0, 1)$ に従う。

$$X = 40 \text{ のとき } Z = -1$$

$$X = 60 \text{ のとき } Z = 1$$

であるから

$$\begin{aligned} (1) \quad P(40 \leq X \leq 60) &= P(-1 \leq Z \leq 1) \\ &= P(-1 \leq Z \leq 0) + P(0 \leq Z \leq 1) \\ &= 2P(0 \leq Z \leq 1) \\ &= 2 \times 0.3413 = 0.6826 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad P(X < 60) &= P(Z < 1) \\ &= P(Z \leq 0) + P(0 \leq Z \leq 1) \\ &= 0.5 + P(0 \leq Z \leq 1) \\ &= 0.5 + 0.3413 = 0.8413 \end{aligned}$$

練習 4

(1) $Z = \frac{X - 60}{10}$ とおくと、 Z は $N(0, 1)$ に従う。

$X = 70$ のとき $Z = 1$ より

$$\begin{aligned} P(X \geq 70) &= P(Z \geq 1) \\ &= 0.5 - P(0 \leq Z \leq 1) \\ &= 0.5 - 0.3413 = 0.1587 \end{aligned}$$

(2) $Z = \frac{X - 55}{20}$ とおくと、 Z は $N(0, 1)$ に従う。

$X = 70$ のとき $Z = 0.75$ より

$$\begin{aligned} P(X \geq 70) &= P(Z \geq 0.75) \\ &= 0.5 - P(0 \leq Z \leq 0.75) \\ &= 0.5 - 0.2734 = 0.2266 \end{aligned}$$

練習 5

$X = 47$ のとき $Z = \frac{47 - 50}{2} = -1.5$

$X = 55$ のとき $Z = \frac{55 - 50}{2} = 2.5$

であるから

$$\begin{aligned} P(47 \leq X \leq 55) &= P(-1.5 \leq Z \leq 2.5) \\ &= P(0 \leq Z \leq 1.5) + P(0 \leq Z \leq 2.5) \\ &= 0.4332 + 0.4938 = 0.9270 \end{aligned}$$

$100 \times 0.9270 = 92.70$ より 47cm 以上 55cm 以下のものはおよそ 93%

46cm 以下のものは

$Z = \frac{46 - 50}{2} = -2$ であるから

$$\begin{aligned} P(0 \leq X \leq 46) &= P(Z \leq -2) \\ &= P(Z \geq 2) \\ &= 0.5 - 0.4772 \\ &= 0.0228 \end{aligned}$$

$100 \times 0.0228 = 2.28$ よりおよそ 2.3%

練習 6

1 の目の出る回数 X は、二項分布 $B\left(4500, \frac{1}{6}\right)$ に従う。

$$E(X) = 4500 \times \frac{1}{6} = 750$$

$$\sigma(X) = \sqrt{4500 \times \frac{1}{6} \times \frac{5}{6}} = 25$$

であるから、 X は近似的に正規分布 $N(750, 25^2)$ に従う。

(1) $Z = \frac{X - 750}{25}$ とおくと、 Z は $N(0, 1)$ に従う。

$$X = 740 \text{ のとき } Z = \frac{740 - 750}{25} = -0.4 \text{ より}$$

求める確率は

$$\begin{aligned} P(X \leq 740) &= P(Z \leq -0.4) \\ &= P(Z \geq 0.4) \\ &= 0.5 - P(0 \leq Z \leq 0.4) \\ &= 0.5 - 0.1554 = 0.3446 \end{aligned}$$

(2) $X = 700$ のとき

$$Z = \frac{700 - 750}{25} = -2$$

$X = 800$ のとき

$$Z = \frac{800 - 750}{25} = 2$$

求める確率は

$$\begin{aligned} P(700 \leq X \leq 800) &= P(-2 \leq Z \leq 2) \\ &= 2P(0 \leq Z \leq 2) \\ &= 2 \times 0.4772 \\ &= 0.9544 \end{aligned}$$

3章 確率分布

章末問題 (P.91, 92)

1

(1) 引いた2枚のカードにかかれた数を $a, b (a > b)$ とすると、和 $a + b$ は図のようになる。

1						
2	3					
3	4	5				
4	5	6	7			
5	6	7	8	9		
6	7	8	9	10	11	
a b	1	2	3	4	5	6

2枚のカードのすべての取り出し方は

$${}_6C_2 = 15 \text{通り}$$

であるから、 X の確率分布を表にすると、

X	3	4	5	6	7	8	9	10	11	計
P	$\frac{1}{15}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{3}{15}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{1}{15}$	1

(2) (1)の表から

$$\begin{aligned} P(X \leq 5) &= P(X = 3) + P(X = 4) + P(X = 5) \\ &= \frac{1}{15} + \frac{1}{15} + \frac{2}{15} = \frac{4}{15} \end{aligned}$$

$$2 \quad P(X = 0) = \frac{{}_3C_3}{{}_9C_3} = \frac{1}{84}$$

$$P(X = 1) = \frac{{}_6C_1 \cdot {}_3C_2}{{}_9C_3} = \frac{18}{84}$$

$$P(X = 2) = \frac{{}_6C_2 \cdot {}_3C_1}{{}_9C_3} = \frac{45}{84}$$

$$P(X = 3) = \frac{{}_6C_3}{{}_9C_3} = \frac{20}{84}$$

よって、平均は $E(X) = \frac{1}{84}(0 \times 1 + 1 \times 18 + 2 \times 45 + 3 \times 20) = 2$

次に $E(X^2) = \frac{1}{84}(0^2 \times 1 + 1^2 \times 18 + 2^2 \times 45 + 3^2 \times 20) = \frac{9}{2}$ より

$$V(X) = E(X^2) - \{E(X)\}^2 = \frac{9}{2} - 2^2 = \frac{1}{2}$$

よって、標準偏差は $\sigma(X) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

3

$$E(X) = m, \quad \sigma(X) = \sigma \quad \text{より}$$

$$E(Z) = E(aX + b) = aE(X) + b \\ = am + b$$

$$\sigma(Z) = \sigma(ax + b) = |a| \sigma(X) \\ = |a| \sigma$$

$$E(Z) = 2m, \quad \sigma(Z) = \frac{1}{2}\sigma \quad \text{より}$$

$$am + b = 2m \quad \cdots \textcircled{1}$$

$$|a| \sigma = \frac{1}{2}\sigma \quad \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{を解いて } a = \pm \frac{1}{2}$$

$$\text{よって } a = \frac{1}{2}, \quad b = \frac{3}{2}m$$

$$\text{または } a = -\frac{1}{2}, \quad b = \frac{5}{2}m$$

4

X は二項分布 $B\left(4, \frac{1}{5}\right)$ に従うから

$$P(X = r) = {}_4C_r \left(\frac{1}{5}\right)^r \left(\frac{4}{5}\right)^{4-r} \\ (r = 0, 1, 2, 3, 4)$$

$$(1) \quad P(X = 2) = {}_4C_2 \left(\frac{1}{5}\right)^2 \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{96}{625}$$

$$(2) \quad P(X \leq 2) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) \\ = \frac{256}{625} + \frac{256}{625} + \frac{96}{625} = \frac{608}{625}$$

5

任意の 1 人について、A 新聞の購読者である確率は 0.2 であるから、50 人の中の購読者 X は二項分布 $B(50, 0.2)$ に従う。

よって

$$\text{平均} \quad E(X) = 50 \times 0.2 = 10$$

$$\text{標準偏差} \quad \sigma(X) = \sqrt{50 \times 0.2 \times 0.8} \\ = \sqrt{8} = 2\sqrt{2} (\approx 2.82)$$

6

$$(1) \quad n = 100, \quad p = \frac{1}{10} = 0.1$$

$$(2) \quad E(X) = np = 10, \quad V(X) = np(1-p) = 9$$

(3) X は近似的に $N(10, 3^2)$ に従う。

$$Z = \frac{7-10}{3} = -1$$

$$\begin{aligned} P(X \leq 7) &= P(Z \leq -1) \\ &= 0.5 - P(Z \leq 1) \\ &= 0.5 - 0.3413 \\ &= 0.1587 \end{aligned}$$

$$(4) \quad Z = \frac{4-10}{3} = -2$$

$$Z = \frac{13-10}{3} = 1$$

$$\begin{aligned} P(4 \leq X \leq 13) &= P(-2 \leq Z \leq 1) \\ &= P(0 \leq Z \leq 2) + P(0 \leq Z \leq 1) \\ &= 0.4772 + 0.3413 \\ &= 0.8185 \end{aligned}$$

7

表の回数を Y とすると裏の回数は $20 - Y$ であるから

$$\begin{aligned} X &= 2Y - (20 - Y) = 3Y - 20 \\ (Y &= 0, 1, 2, \dots, 20) \end{aligned}$$

ここで、 Y は二項分布 $B\left(20, \frac{1}{2}\right)$ に従うから

$$E(Y) = 20 \times \frac{1}{2} = 10$$

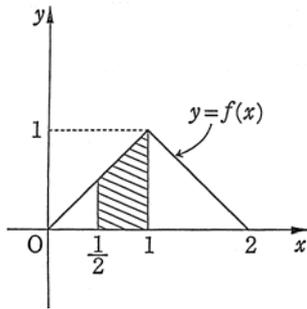
$$\sigma(Y) = \sqrt{20 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}} = \sqrt{5}$$

よって、 X の平均 $E(X)$ と標準偏差 $\sigma(X)$ は

$$E(X) = E(3Y - 20) = 3E(Y) - 20 = 3 \times 10 - 20 = 10$$

$$\sigma(X) = |3| \sigma(Y) = 3 \times \sqrt{5} = 3\sqrt{5}$$

$$f(x) = \begin{cases} -x + 2 & (1 \leq x \leq 2) \\ x & (0 \leq x \leq 1) \end{cases}$$



$$\begin{aligned} P\left(\frac{1}{2} \leq X \leq 1\right) &= \int_{\frac{1}{2}}^1 x \, dx = \left[\frac{x^2}{2}\right]_{\frac{1}{2}}^1 \\ &= \frac{3}{8} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(X) &= \int_0^2 xf(x) \, dx \\ &= \int_0^1 x^2 \, dx + \int_1^2 (-x^2 + 2x) \, dx \\ &= \left[\frac{x^3}{3}\right]_0^1 + \left[-\frac{x^3}{3} + x^2\right]_1^2 = 1 \end{aligned}$$

9 A社の缶コーヒーの容量を X とすると、 X は $N(203, 1^2)$ に従う。

$$Z = \frac{X - 203}{1} \text{ とおくと、} Z \text{ は } N(0, 1) \text{ に従う。}$$

容量が 200g に満たないものが生産される確率は

$$\begin{aligned} P(x < 200) &= P(Z < -3) \\ &= P(Z > 3) \\ &= P(Z \geq 0) - P(0 \leq Z \leq 3) \\ &= 0.5 - 0.4987 = 0.0013 \end{aligned}$$

10 この工場で作られるパン 1 個の重さを X とすると、 X は $N(100, 5^2)$ に従う。

$$Z = \frac{X - 100}{5} \text{ とおくと、} Z \text{ は } N(0, 1) \text{ に従う。}$$

$X = 90$ のとき、 $Z = -2$ だから

$$\begin{aligned} P(X \leq 90) &= P(Z \leq -2) \\ &= P(Z \geq 2) \\ &= P(Z \geq 0) - P(0 \leq Z \leq 2) \\ &= 0.5 - 0.4772 = 0.0228 \end{aligned}$$

よって、 $500 \times 0.0228 = 11.4$ から

90g 以下となるのは、およそ 11 個。

- (1) 表の出る枚数 X は二項分布 $B(400, 0.5)$ に従う。

$$E(X) = 400 \times 0.5 = 200$$

$$\sigma(X) = \sqrt{400 \times 0.5 \times 0.5} = 10$$

であるから、 X は近似的に $N(200, 10^2)$ に従う。

ここで、 $Z = \frac{X-200}{10}$ とおくと、 Z は $N(0, 1)$ に従う。

$X = 190$ のとき

$$Z = \frac{190 - 200}{10} = -1$$

よって

$$\begin{aligned} P(X \leq 190) &= P(Z \leq -1) = P(Z \geq 1) \\ &= P(Z \geq 0) - P(0 \leq Z \leq 1) \\ &= 0.5 - 0.3413 = 0.1587 \end{aligned}$$

- (2) $P(X \leq a) \doteq 0.1$ となる a の値を求める。

(1)の Z について、巻末の正規分布表から調べる。

$$P(Z \leq a') = 0.1 \text{ となる } a' \text{ は、 } a' < 0$$

だから

$$\begin{aligned} P(Z \leq a') &= P(Z \geq -a') \\ &= P(Z \geq 0) - P(0 \leq Z \leq -a') \\ &= 0.5 - P(0 \leq Z \leq -a') \doteq 0.1 \end{aligned}$$

$$\text{より } P(0 \leq Z \leq -a') \doteq 0.4$$

$$\text{ゆえに } -a' = 1.28$$

$$\text{よって } a' = -1.28$$

したがって、 $Z = \frac{X-200}{10} \leq -1.28$ を解くと

$$X \leq 187.2$$

a は整数だから $a = 187$

12

表の出る回数を X とすると、 X は二項分布 $B(1600, 0.5)$ に従う。

$$E(X) = 1600 \times 0.5 = 800$$

$$\sigma(X) = \sqrt{1600 \times 0.5 \times 0.5} = 20$$

であるから、 X は近似的に正規分布 $N(800, 20^2)$ に従う。

$$Z = \frac{X - 800}{20} \text{ とおくと、} Z \text{ は } N(0, 1) \text{ に従う。}$$

$$X = 780 \text{ のとき } Z = -1$$

$$X = 840 \text{ のとき } Z = 2$$

であるから

$$\begin{aligned} P(780 \leq X \leq 840) &= P(-1 \leq Z \leq 2) \\ &= P(0 \leq Z \leq 1) + P(0 \leq Z \leq 2) \\ &= 0.3413 + 0.4772 = 0.8185 \end{aligned}$$

13

(1) X は $N(170, 6^2)$ に従うから、

$$Z = \frac{X - 170}{6} \text{ とおくと } Z \text{ は } N(0, 1) \text{ に従う。}$$

$$X = 168 \text{ のとき } Z = -\frac{1}{3} = -0.33 \dots$$

$$X = 172 \text{ のとき } Z = \frac{1}{3} = 0.33 \dots$$

であるから

$$\begin{aligned} P(163 \leq X \leq 167) \\ &= P(-0.33 \leq Z \leq 0.33) \\ &= 2P(0 \leq Z \leq 0.33) \\ &= 2 \times 0.1293 = 0.2586 \end{aligned}$$

(2) $X = 180$ のとき $Z = \frac{5}{3} = 1.66 \dots$

であるから

$$\begin{aligned} P(X \geq 180) &= 1 - P(Z \leq 1.66) \\ &= 0.5 - 0.4515 \\ &= 0.0485 \end{aligned}$$