４章　推定と検定

１．統計的推測（P.94～112）

練習 1

X の母集団分布は表のようになるので

X	-1	1	計
P	$\frac{3}{5}$	$\frac{2}{5}$	1

$$m = -1 \times \frac{3}{5} + 1 \times \frac{2}{5} = -\frac{1}{5}$$

$$\sigma^2 = (-1)^2 \times \frac{3}{5} + 1^2 \times \frac{2}{5} - \left(-\frac{1}{5}\right)^2 = \frac{24}{25}$$

練習 2

$$m = 0 \times \frac{1}{10} + 1 \times \frac{2}{10} + 2 \times \frac{2}{10} + 3 \times \frac{2}{10} + 4 \times \frac{2}{10} + 5 \times \frac{1}{10}$$

$$= \frac{25}{10} = \frac{5}{2}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{10}(1^2 \times 2 + 2^2 \times 2 + 3^2 \times 2 + 4^2 \times 2 + 5^2 \times 1) - \left(\frac{5}{2}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{17}{2} - \frac{25}{4}} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}$$

よって，$E(\overline{X}) = \frac{5}{2}$，$\sigma(\overline{X}) = \frac{\frac{3}{2}}{\sqrt{4}} = \frac{3}{4}$

練習 3

$\overline{X}$ は $N\left(15,\ \frac{2^2}{16}\right)$ に従うから，確率 0.99 で

$$15 - 2.58 \times \frac{2}{\sqrt{16}} \leqq \overline{X} \leqq 15 + 2.58 \times \frac{2}{\sqrt{16}}$$

より，$13.7 \leqq \overline{X} \leqq 16.3$ の範囲にあるといえる。

練習 4

(1) $a = 2.5582$

(2) $b = 3.9403$

練習 5

(1) $a = 0.700$

(2) $b = 1.812$

練習 6

$$2\times\frac{1.96\times 0.10}{\sqrt{n}} \leqq 0.04 \quad \text{より} \quad \sqrt{n} \geqq 9.8$$

したがって　　$n \geqq 96.04$

よって，標本の大きさは 97 枚以上

練習 7

母平均 m の信頼度 95%の信頼区間は

$$1012-\frac{1.96\times 2}{\sqrt{16}} \leqq m \leqq 1012+\frac{1.96\times 2}{\sqrt{16}}$$

すなわち，$1011.02 \leqq m \leqq 1012.98$ であるから，信頼度 95%で

1011.0g 以上 1013.0g 以下と推定される。

また，信頼度 99%の信頼区間は

$$1012-\frac{2.58\times 2}{\sqrt{16}} \leqq m \leqq 1012+\frac{2.58\times 2}{\sqrt{16}}$$

すなわち，$1010.71 \leqq m \leqq 1013.29$　より，信頼度 99%では

1010.7g 以上 1013.3g 以下と推定される。

練習 8

母標準偏差のかわりに，標本標準偏差 5g を用いると，母平均 m の信頼度 95%の信頼区間は

$$51-\frac{1.96\times 5}{\sqrt{100}} \leqq m \leqq 51+\frac{1.96\times 5}{\sqrt{100}}$$

すなわち，$50.02 \leqq m \leqq 51.98$　より

50.0g 以上 52.0g 以下と推定される。

練習 9

$n=400$，$p'=\frac{240}{400}=0.6$ であるから

$$0.6-1.96\sqrt{\frac{0.6\times 0.4}{400}} \leqq p \leqq 0.6+1.96\sqrt{\frac{0.6\times 0.4}{400}}$$

より　　$0.552 \leqq p \leqq 0.648$

練習 10

信頼度 95％で 6.43g^2 以上 14.19g^2 以下

練習 11

信頼度 95％で 100ml 当たり 58.7 個以上 71.3 個以下

４章　推定と検定

１．節末問題（P.113）

1

標本平均は$\overline{X} = 4.1$　標本の大きさは$n = 4$

母平均mの信頼度95%の信頼区間は

$$4.1 - \frac{1.96 \times 0.1}{\sqrt{4}} \leqq m \leqq 4.1 + \frac{1.96 \times 0.1}{\sqrt{4}}$$

すなわち　$4.002 \leqq m \leqq 4.198$

より，4.0mm 以上 4.2mm 以下と推定される。

2

標本平均は$\overline{X} = 3.6$

標本の大きさは$n = 100$

母標準偏差は標本標準偏差を代用して，$\sigma = 0.4$とすると，

母平均mの信頼度95%の信頼区間は

$$3.6 - \frac{1.96 \times 0.4}{\sqrt{100}} \leqq m \leqq 3.6 + \frac{1.96 \times 0.4}{\sqrt{100}}$$

より　$3.52 \leqq m \leqq 3.68$

よって，3.52%以上 3.68%以下と推定される。

3

標本の大きさは$n = 400$

標本比率は$p' = \dfrac{160}{400} = 0.4$であるから

$$0.4 - 1.96 \times \sqrt{\frac{0.4 \times 0.6}{400}} \leqq p \leqq 0.4 + 1.96 \times \sqrt{\frac{0.4 \times 0.6}{400}}$$　より

$0.352 \leqq p \leqq 0.448$

4

この製品全体の不良品の比率をp%とすると，標本比率は$p' = \dfrac{4}{100} = 0.04$より，

信頼度95%の信頼区間は

$$0.04 - 1.96 \times \sqrt{\frac{0.04 \times 0.96}{100}} \leqq \frac{p}{100} \leqq 0.04 + 1.96 \times \sqrt{\frac{0.04 \times 0.96}{100}}$$

より　$0.16 \leqq p \leqq 7.84$

よって，不良品は 0.16%以上 7.84%以下と考えられる。

5

⑴　標本平均は $\overline{X} = 121.0$

　標本の大きさは $n = 100$

標準偏差は標本標準偏差を代用して $\sigma = 0.2$ とすると，母平均 m の信頼度 95%の信頼区間は

$$121.0 - \frac{1.96 \times 0.2}{\sqrt{100}} \leqq m \leqq 121.0 + \frac{1.96 \times 0.2}{\sqrt{100}}$$

すなわち，$120.9608 \leqq m \leqq 121.0392$

よって

120.96g 以上 121.04g 以下と推定される。

⑵　信頼度 95%の信頼区間の幅は

$$2 \times \frac{1.96 \times 0.2}{\sqrt{100}} \quad \cdots\cdots①$$

信頼度 99%の信頼区間の幅を①の幅以下にするには

$$2 \times \frac{2.58 \times 0.2}{\sqrt{n}} \leqq 2 \times \frac{1.96 \times 0.2}{\sqrt{100}}$$

を解いて　$n \geqq 173.27\cdots$ より

標本の大きさは 174 個以上にすればよい。

6

⑴　$26.28 \leqq \sigma^2 \leqq 185.16$

⑵　$75.96 \leqq \sigma^2 \leqq 141.72$

7

信頼度 95％で 4.8 年以上 7.6 年以下

仮説の検定（P.114～122）

練習 1　長さのばらつきは変わっていないと考えられる。

練習 2　A に効果はあると考えられる。

練習 3　実験結果は理論どおりといえる。

４章　推定と検定

２．節末問題（P.123）

1

仮説 H : $\overline{X} = 7$

有意水準 5%：平均の検定なので両側検定であるから　$|Z| \geqq 1.96$　を棄却域とする。

$$Z = \frac{\sqrt{100}(7.06-7)}{0.35} = \frac{0.6}{0.35} \fallingdotseq 1.72$$

$|Z| = 1.72 < 1.96$

よって，仮説は棄てられないから，この日の製品は平常より悪かったとはいえない。

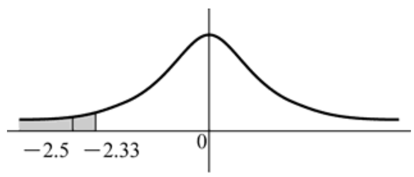
2

仮説 H : $\overline{X} = 250$ （缶詰の中味の重さは 250g である。）

有意水準 1%：少ない方の検定なので片側検定であるから　$Z < -2.33$　を棄却域とする。

$$Z = \frac{\sqrt{100}(248-250)}{8} = \frac{-20}{8} = -2.5 < -2.33$$

よって，仮説は棄却されるから，重さは表示より少ないと判定される。

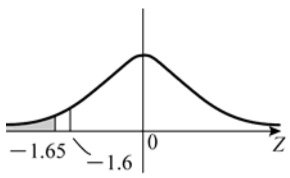


3

仮説 H : $\overline{X} = 170.8$

有意水準 5%：低いかどうかの検定なので片側検定であるから　$Z < -1.65$　を棄却域とする。

$$Z = \frac{\sqrt{400}(170.4-170.8)}{5} = -\frac{8}{5} = -1.6 > -1.65$$



よって，仮説は棄てられないから，ある市の高校生男子の身長は，県平均より低いとはいえない。

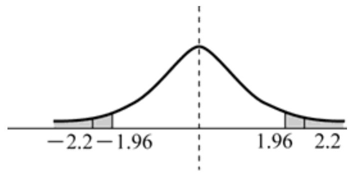
4

仮説 H：さいころの 1 の目が出る確率は $\dfrac{1}{6}$ である。

有意水準 5%：確率が $\dfrac{1}{6}$ に近いかどうかの検定なので両側検定であるから　$|Z|>1.96$　を棄却域とする。

720 回さいころを投げると，1 の目の出る回数 X は $B\left(720,\ \dfrac{1}{6}\right)$ に従う。

$np = 720 \times \dfrac{1}{6} = 120$，$\sqrt{np(1-p)} = \sqrt{700 \times \dfrac{1}{6} \times \dfrac{5}{6}} = 10$



$Z = \dfrac{142-120}{10} = 2.2$

$|Z| = 2.2 > 1.96$

よって，仮説は棄却されるから，このさいころの 1 の目の出る確率は $\dfrac{1}{6}$ であるとはいえない。

5

仮説 H：全有権者の A 候補への支持率は $\dfrac{1}{2}$ である。

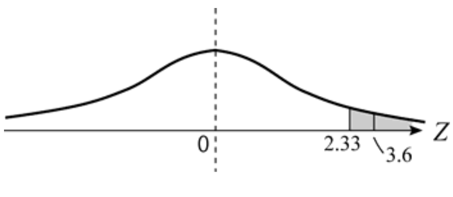
有意水準 5%：支持率が $\dfrac{1}{2}$ 以上であるかの検定なので片側検定であるから　$Z \geqq 2.33$　を棄却域とする。

100 人中で A 候補を支持する人の数を X とすると，X は $B\left(100,\ \dfrac{1}{2}\right)$ に従う。

$np = 100 \times \dfrac{1}{2} = 50$，$\sqrt{np(1-p)} = \sqrt{100 \times \dfrac{1}{2} \times \dfrac{1}{2}} = 5$

$Z = \dfrac{68-50}{5} = 3.6 > 2.33$

よって，仮説は棄てられ，全有権者の $\dfrac{1}{2}$ 以上が A 候補を支持すると判断してよい。



6　標準偏差は 10g より大きいと考えられる。

7　効果があったといえる。

8　消費者の好みの比率にあっているとはいえない。