1 章　数と式

1 節　整式

1　xについて，次数は3，係数は$-2a^3y$，

yについて，次数は1，係数は$-2a^3x^3$

xyについて，次数は4，係数$-2a^3$

2　(1)　整式の次数は4，xの次数は3，x^3の係数は3，x^2の係数は$-2y$，xの係数はy^3，定数項は$4y^2$

(2)　整式の次数は5，aの次数は2，a^2の係数は$-3b+2b^3$，

aの係数は$b-4b^2$，定数項は$5b^2$

3　(1)　$3x^2+10x-13$　(2)　x^2+3x-7　(3)　$-x^2+17x-4$

(4)　$-3x^2+3x+3$

4　(1)　a^8　(2)　$-6x^2y^4$　(3)　x^5　(4)　a^4b^2　(5)　a^3b^4　(6)　abx^3y^4

5　(1)　x^2y-xy^2

(2)　$a^3b^2-a^2b^3+a^2b^2$

(3)　$2x^2-xy+2x+y-y^2$

(4)　$a^3-5a^2b+8ab^2-6b^3$

(5)　$x^4+3x^3+4x^2+5x-3$

(6)　$4x^5+9x^3-3x^2+2x-6$

(7)　$2x^4-6x^3+4x^2-13x+3$

(8)　$2x^5-x^4+4x^3+2x^2-7x-20$

6　(1)　$4x^2+4x+1$　(2)　x^2-36　(3)　x^2+x-12　(4)　$12x^2+7x-10$

(5)　$8x^3+60x^2+150x+125$　(6)　$27x^3-108x^2+144x-64$

7　(1)　$a^2+2ab+b^2-1$

(2)　$a^2-ab+6b^2+2a-b+1$

(3)　与式$=x^2+y^2+(-1)^2+2xy+2y\cdot(-1)+2\cdot(-1)x=x^2+2xy+y^2-2x-2y+1$

(4)　与式$=\{(x-5)(x+5)\}^2=(x^2-25)^2=x^4-50x^2+625$　(5)　x^4-1　(6)　$16x^4-81y^4$

8　(1)　$xy(x-4y)(x+3y)$　(2)　$(a-b)(x+3)$　(3)　$(a+6)^2$　(4)　$(2x+3y)^2$

(5)　$(x+8)(x-8)$　(6)　$(x+6)(x-4)$　(7)　$(x-6)(x+3)$　(8)　$(x+2y)(x+6y)$

9　(1)　$(3x+5)(x-2)$

(2)　$(5x-4)(2x-3)$

(3)　$(2x+y)(6x-y)$

(4)　$(3x+5y)(2x-3y)$

(5)　$(4m+3n)(m-2n)$

(6)　$2a(2b-1)(b-3)$

10　(1)　$(a-4)(a^2+4a+16)$

(2)　$(3a+5)(9a^2-15a+25)$

(3)　$3(2x-3y)(4x^2+6xy+9y^2)$

11 ⑴ $(a-b-3)^2$

⑵ $(x+y+7)(x+y-2)$

⑶ $(x+y)(x-y+4)$

⑷ $-3(x-y)(x+y)$

⑸ $(a+b)(b+c)$

⑹ $(a+b)(ab-bc+ca)$

12 ⑴ $(ax-1)(x-1)$

⑵ $(ax+1)(bx-1)$

⑶ $(a-b-c)^2$

⑷ $(x+y+1)(x-y+1)$

⑸ $(x+2y-2)(x+y-3)$

⑹ $(2x-y+1)(x+2y+3)$

13 求める多項式をAとすると

$A-(2x^2-3xy+y^2)=x^2+xy-5y^2+(2x^2-3xy+y^2)$

∴ $A=5x^2-5xy-3y^2$

14 ⑴ 与式$=(a+b)(a^2-ab+b^2)(a-b)(a^2+ab+b^2)$

$=(a^3-b^3)(a^3+b^3)=a^6-b^6$

⑵ 与式$=(x+2)(x^2-2x+4)(x-3)(x^2+3x+9)$

$=(x^3+8)(x^3-27)=x^6-19x^3-216$

⑶ 与式$=(2a+b)(2a-b)(a-3b)(a+3b)$

$=(4a^2-b^2)(a^2-9b^2)=4a^4-37a^2b^2+9b^4$

15 ⑴ 与式$=(x^2-2x-3)(x^2-3)$

$=(x^2-3)^2-2x(x^2-3)$

$=x^4-2x^3-6x^2+6x+9$

⑵ 与式$=(x^2-x-2)(x^2-x-12)$

$=(x^2-x)^2-14(x^2-x)+24$

$=x^4-2x^3-13x^2+14x+24$

⑶ 与式$=(x^2-7x-8)(x^2+2x-8)$

$=(x^2-8)^2-5x(x^2-8)-14x^2$

$=x^4-5x^3-30x^2+40x+64$

⑷ 与式$=(x^2+x+1)\{2(x^2+x)-3\}$

$=2(x^2+x)^2-(x^2+x)-3$

$=2x^4+4x^3+x^2-x-3$

16 ⑴ 与式$=(a+b)^2+2c(a+b)+c^2-(a+b)^2+2c(a+b)-c^2$

$+(a-b)^2+2c(a-b)+c^2-(a-b)^2+2c(a-b)-c^2$

$=4(ac+bc+ac-bc)=8ac$

⑵ 与式 $= \{(b+c)+a\}^2 - \{(b+c)-a\}^2 + \{(c-b)+a\}^2 - \{(c-b)-a\}^2$

$= (b+c)^2 + 2a(b+c) + a^2 - (b+c)^2 + 2a(b+c) - a^2$

$+(c-b)^2 + 2a(c-b) + a^2 - (c-b)^2 + 2a(c-b) - a^2$

$= 4(ab+ac+ac-ab) = 8ac$

17 ⑴ 与式 $= (-b-c)a^2 - (b^2-c^2)a + bc(b+c)$

$= -(b+c)\{a^2 + (b-c)a - bc\}$

$= -(b+c)(a+b)(a-c) = (a+b)(b+c)(c-a)$

⑵ 与式 $= (b+c)\{a^2 + (b+c)a + bc\} + abc$

$= (b+c)a^2 + \{(b+c)^2 + bc\}a + bc(b+c)$

$= (a+b+c)\{(b+c)a + bc\}$

$= (a+b+c)(ab+bc+ca)$

18 ⑴ 与式 $= a(a^4-16) = a(a^2+4)(a^4-4)$

$= a(a^4+4)(a+2)(a-2)$

⑵ 与式 $= (9a^2-4b^2)^2 = \{(3a+2b)(3a-2b)\}^2 = (3a+2b)^2(3a-2b)^2$

⑶ 与式 $= (x^2-4y^2)(x^2+3y^2) = (x+2y)(x-2y)(x^2+3y^2)$

⑷ 与式 $= (4x^2-y^2)(x^2-9y^2) = (2x+y)(2x-y)(x+3y)(x-3y)$

19 ⑴ 与式 $= (x^2+8)^2 - 16x^2 = (x^2+4x+8)(x^2-4x+8)$

⑵ 与式 $= (x^2-2y^2)^2 - 4x^2y^2 = (x^2+2xy-2y^2)(x^2-2xy-2y^2)$

20 ⑴ 与式 $= (x+2)^3$

⑵ 与式 $= (3x+1)^3$

⑶ 与式 $= (x^3+8y^3)(x^3-8y^3)$

$= (x+2y)(x^2-2xy+4y^2)(x-2y)(x^2+2xy+4y^2)$

⑷ 与式 $= (4x^2)^3 - 3\cdot(4x^2)^2 + 3\cdot 4x^2\cdot(-1)^2 - 1^2$

$= (4x^2-1)^3 = (2x+1)^3(2x-1)^3$

21 ⑴ 与式 $= \{(a-c)-(b-d)\}\{(a-c)+(b-d)\}$

$= (a-c)^2 - (b-d)^2$

$= a^2 - b^2 + c^2 - d^2 - 2ac + 2bd$

⑵ 与式 $= (a^8-a^4+1)(a^4-a^2+1)\{(a^2+1)^2 - a^2\}$

$= (a^8-a^4+1)(a^4-a^2+1)(a^4+a^2+1)$

$= (a^8-a^4+1)\{(a^4+1)^2 - a^4\}$

$= (a^8-a^4+1)(a^8+a^4+1)$

$= (a^8+1)^2 - a^8 = a^{16} + a^8 + 1$

22 ⑴ 与式 $= (xy+1)(xy+x+y+1) + xy$

$= (xy+1)^2 + (x+y)(xy+1) + xy$

$= (xy+1+x)(xy+1+y)$

$= (xy+x+1)(xy+y+1)$

⑵　与式 $=\{(b-c)+(c-a)\}\{(b-c)^2-(b-c)(c-a)+(c-a)^2\}+(a-b)^3$

$=(b-a)(b^2-2bc+c^2-bc+ab+c^2-ac+c^2-2ac+a^2)+(a-b)^3$

$=(b-a)(a^2+b^2+3c^2+ab-3bc-3ac)+(a-b)^3$

$=(b-a)\{a^2+b^2+3c^2+ab-3bc-3ac-(a^2-2ab+b^2)\}$

$=3(b-a)\{c^2-(a+b)c+ab\}$

$=3(b-a)(c-a)(c-b)=3(a-b)(b-c)(c-a)$

⑶　与式 $=(1-a)b^2+a^2(a+1)-(a+1)$

$=(1-a)b^2+(a+1)(a+1)(a-1)$

$=(a-1)\{(a+1)^2-b^2\}=(a-1)(a+b+1)(a-b+1)$

2節　整式の除法と分数式

23 ⑴　商　$2x-1$，余り　4

⑵　商　$x+1$，余り　-7

⑶　商　$2x^2+x+1$，余り　0

⑷　商　x^2-2x+1，余り　0

⑸　商　$3x+4$，余り　$15x+7$

⑹　商　$2x-3$，余り　$-13x+2$

24 ⑴　$B=x^2+x-3$

⑵　$B=x+2$

25 ⑴　商　$x-3a$，余り　0

⑵　商　$x^2-2xy+2y^2$，余り　y^3

⑶　商　$x^2+2xy-2y^2$，余り　0

⑷　商　$x-y$，余り　$2xy^2-2y^3$

26 ⑴　最大公約数　xy

最小公倍数　$x^2y^2z^2$

⑵　最大公約数　$2x+1$

最小公倍数　$(2x+1)(2x-1)(x+1)$

27 ⑴　$-9x$　⑵　$2ab^2$　⑶　$-8x^5y$　⑷　$-\frac{4}{3}ab^3$

28 ⑴　$\frac{x}{x+3}$　⑵　1　⑶　$\frac{-8xy}{b}$　⑷　$\frac{x}{x^2-2x-3}$

29 ⑴　2　⑵　$x+2$　⑶　1　⑷　$-2a-b$

30 ⑴　$\frac{x^2+x+6}{(x+3)(x-1)}$　⑵　$\frac{a-b}{ab}$　⑶　$\frac{a^2}{(a+2b)(a-2b)}$　⑷　$\frac{-6x}{(x+1)(x+3)(x-2)}$

31 ⑴　$x+1$　⑵　$\frac{1}{x+1}$　⑶　$\frac{1}{x+1}$

32 ⑴　与式 $=1+\frac{3}{x+1}$　⑵　与式 $=x-2+\frac{1}{x-3}$　⑶　与式 $=x+4-\frac{x-2}{x^2+2}$

33 $P=(x-1)Q+1$

$Q=(x^2+1)(x+1)+x-2$　より

$P=(x-1)\{(x^2+1)(x+1)+x-2\}+1$

$=x^4+x^2-3x+2$

34 Pを$2x^2-3$で割った商をQ_1とすると

$P=(2x^2-3)Q_1+5x+9$

Q_1を$3x^2+4x+1$で割った商をQ_2とすると

$Q_1=(3x^2+4x+1)Q_2+3x+7$ より

$P=(2x^2-3)\{(3x^2+4x+1)Q_2+3x+7\}+5x+9$

$=\underline{(2x^2-3)(3x^2+4x+1)Q_2}+6x^3+14x^2-4x-12$

Pを$3x^2+4x+1$で割ると＿＿部分は割り切れる。

よって，下の割り算より余りは

$-14x-14$

$$\begin{array}{r}
2x+2 \\
3x^2+4x+1 \overline{\smash{)}\,6x^3+14x^2-4x-12} \\
\underline{6x^3+\ \ 8x^2+2x\qquad} \\
6x^2-6x-12 \\
\underline{6x^2+8x+\ \ 2} \\
-14x-14
\end{array}$$

35 (1) $\frac{x+2}{x-2}$ (2) 0 (3) $\frac{2ab}{a^2-b^2}$

36 (1) 与式 $=\left(\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x}\right)+\left(\frac{1}{x-2}-\frac{1}{x-1}\right)+\left(\frac{1}{x-3}-\frac{1}{x-2}\right)+\left(\frac{1}{x-4}-\frac{1}{x-3}\right)$

$=\frac{4}{x(x-4)}$

(2) 与式 $=\frac{1}{3}\left\{\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{a+3}\right)+\left(\frac{1}{a+3}-\frac{1}{a+6}\right)+\left(\frac{1}{a+6}-\frac{1}{a+9}\right)+\left(\frac{1}{a+9}-\frac{1}{a+12}\right)\right\}$

$=\frac{1}{3}\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{a+12}\right)=\frac{4}{a(a+12)}$

37 (1) 与式 $=\frac{4}{(x+1)(x+5)}+\frac{4}{(x+3)(x+7)}$

$=\frac{4\{(x+3)(x+7)+(x+1)(x+5)\}}{(x+1)(x+3)(x+5)(x+7)}$

$=\frac{8(x^2+8x+13)}{(x+1)(x+3)(x+5)(x+7)}$

(2) 与式 $=\left(1+\frac{1}{x}\right)-\left(1+\frac{5}{x+2}\right)+\left(1+\frac{5}{x+3}\right)-\left(1+\frac{1}{x+5}\right)$

$=\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{x+5}\right)-\left(\frac{5}{x+2}-\frac{5}{x+3}\right)$

$=\frac{5}{x(x+5)}-\frac{5}{(x+2)(x+3)}=\frac{30}{x(x+2)(x+3)(x+5)}$

38 (1) 商 $2x-1$，余り4 (2) 商 $3x^2-8x+8$，余り-9

$$\begin{array}{r|rrr}
1 & 2 & -3 & 5 \\
 & & 2 & -1 \\ \hline
 & 2 & -1 & 14
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r|rrrr}
-2 & 3 & -2 & -8 & +7 \\
 & & -6 & 16 & -16 \\ \hline
 & 3 & -8 & 8 & -9
\end{array}$$

3 節　数

39　(1)　0.125　　(2)　0.375

　(3)　$1.\dot{4}2857\dot{1}$　　(4)　$-0.\dot{4}\dot{5}$

40　(1)　7　　(2)　$\sqrt{5}-2$　　(3)　$\pi-3$　　(4)　1

41　$x=-4,\ -2,\ 0,\ 5$ の順に，

　(1)　$2,\ 0,\ 2,\ 7$

　(2)　$9,\ 7,\ 5,\ 0$

　(3)　$7,\ 5,\ 5,\ 11$

42　(1)　7　　(2)　2

43　(1)　4　　(2)　11　　(3)　0.04　　(4)　$\frac{3\sqrt{3}}{4}$　　(5)　7　　(6)　8　　(7)　-3　　(8)　6　　(9)　$6\sqrt{6}$

　(10)　$6\sqrt{6}$　　(11)　2　　(12)　5

44　(1)　$-\sqrt{5}$　　(2)　$\frac{5\sqrt{7}}{2}$　　(3)　$5\sqrt{3}$　　(4)　0　　(5)　$9-6\sqrt{2}$　　(6)　18　　(7)　$7\sqrt{3}-7\sqrt{2}$

　(8)　$18+5\sqrt{10}$

45　(1)　$\frac{4\sqrt{2}}{3}$　　(2)　$\frac{3-\sqrt{6}}{3}$　　(3)　$\frac{5-\sqrt{7}}{3}$　　(4)　$7-4\sqrt{3}$　　(5)　$2+\sqrt{3}$　　(6)　$5+2\sqrt{6}$

46　(1)　$2\sqrt{5}$　　(2)　3　　(3)　$7-4\sqrt{5}$　　(4)　14　　(5)　$22\sqrt{5}$　　(6)　42

47　(1)　実部 2，虚部 3　　(2)　実部 0，虚部 -1　　(3)　実部 3，虚部 0

48　(1)　$x=3,\ y=-2$

　(2)　$x=-1,\ y=2$

　(3)　$x=1,\ y=2$

　(4)　$x=3,\ y=-7$

49　(1)　$-8-6i$　　(2)　$1-6i$　　(3)　$8+i$　　(4)　$2i$　　(5)　34　　(6)　$-7-i$

50　(1)　共役な複素数 $6-2i$，和 12，積 $(6+2i)(6-2i)=40$

　(2)　共役な複素数 $-3+i$，和 -6，積 $(-3-i)(-3+i)=10$

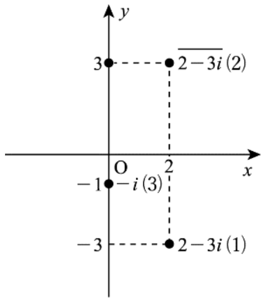
　(3)　共役な複素数 4，和 8，積 16

　(4)　共役な複素数 $-\sqrt{3}i$，和 0，積 3

51　(1)　$\frac{4+3i}{5}$　　(2)　$\frac{1-4\sqrt{3}i}{7}$　　(3)　$-\frac{\sqrt{6}i}{3}$　　(4)　$\frac{2}{3}$　　(5)　$-\frac{3}{5}i$　　(6)　$\frac{-3+i}{2}$

52　(1)　$5\sqrt{2}i$　　(2)　$-9\sqrt{3}$　　(3)　$3\sqrt{6}$　　(4)　5　　(5)　$\sqrt{6}i$　　(6)　$-\frac{\sqrt{2}}{2}i$

53



54 ⑴ $\sqrt{2}$ ⑵ 2 ⑶ 2 ⑷ $\sqrt{10}$ ⑸ $\frac{1}{2}$ ⑹ $\sqrt{5}$

55 ⑴ 与式 $= |x-3|$ $0 \leqq x \leqq 2$ だから $x-3<0$

∴ 与式 $= 3-x$

⑵ 与式 $= |x| + |2x-5|$ $0 \leqq x \leqq 2$ だから $2x-5<0$

∴ 与式 $= x-(2x-5) = -x+5$

56 $P = \sqrt{(a-1)^2} + \sqrt{(a+1)^2} = |a-1| + |a+1|$

$-1 < a < 1$ だから 与式 $= -(a-1)+a+1 = 2$

57 ⑴ $x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x+\frac{1}{x}\right)^2 - 2x \cdot \frac{1}{x} = 3^2 - 2 = 7$

⑵ $x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x+\frac{1}{x}\right)^3 - 3x \cdot \frac{1}{x}\left(x+\frac{1}{x}\right)$

$= 3^3 - 3 \cdot 3 = 18$

別解 $x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x+\frac{1}{x}\right)\left(x^2 - x \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}\right)$

$= 3(7-1) = 18$

⑶ $\left(x-\frac{1}{x}\right)^2 = x^2 - 2 + \frac{1}{x^2} = 5$

∴ $x - \frac{1}{x} = \pm\sqrt{5}$

58 $\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1} = \frac{\left(\sqrt{2}+1\right)^2}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)} = 3+2\sqrt{2}$

$2\sqrt{2} = \sqrt{8}$ ∴ $2 < \sqrt{8} < 3$

⑴ $5 < 3+2\sqrt{2} < 6$ より $a = 5$

⑵ $b = 3+2\sqrt{2}-5 = 2\sqrt{2}-2$

⑶ 与式 $= b(a+b-1) = \left(2\sqrt{2}-2\right)\left(5+2\sqrt{2}-2-1\right)$

$= \left(2\sqrt{2}-2\right)\left(2\sqrt{2}+2\right) = 4$

59 ⑴ 与式 $= i^2 \cdot i + (i^2)^{12} + (i^2)^{25} + (i^2)^{50}$

$= -i + i - 1 + 1 = 0$

⑵ 4 ⑶ 0 ⑷ $\frac{5}{2}$

60　与式 $= \frac{(a-i)(2-i)+(1+ai)(2+i)}{(2+i)(2-i)} = \frac{a+1}{5} + \frac{a-1}{5}i$

これが純虚数になるのは　$\frac{a+1}{5} = 0$　かつ　$\frac{a-1}{5} \neq 0$

よって，$a = -1$，このとき純虚数は$-\frac{2}{5}i$

実数になるのは　$\frac{a+1}{5} \neq 0$　かつ　$\frac{a-1}{5} = 0$

よって，$a = 1$，このとき実数は $\frac{2}{5}$

61　$\alpha = x + yi$（x，yは実数）とおくと

$\alpha^2 = (x+yi)^2 = 4 - 3i$　より

$x^2 - y^2 + 2xyi = 4 - 3i$

x，y は実数だから

$x^2 - y^2 = 4$ …①　$2xy = -3$ …②

②を $y = -\frac{3}{2x}$ として①に代入

$x^2 - \frac{9}{4x^2} - 4 = 0$　より　$(2x^2+1)(2x^2-9) = 0$

$2x^2 + 1 \neq 0$　だから　$2x^2 - 9 = 0$　∴　$x = \pm\frac{3}{\sqrt{2}}$

$x = \frac{3}{\sqrt{2}}$ のとき，$y = -\frac{1}{\sqrt{2}}$，$x = -\frac{3}{\sqrt{2}}$ のとき，$y = \frac{1}{\sqrt{2}}$

よって，$\alpha = \frac{3}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}}i$，$-\frac{3}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}i$

1 章の問題

1　⑴　与式 $= (a^2-b^2)(a^2+b^2)(a^4+b^4)$

$= (a^4-b^4)(a^4+b^4)$

$= a^8 - b^8$

⑵　与式 $= \{(1-x^2)+(x-x^3)\}\{(1-x^2)-(x-x^3)\}$

$= (1-x^2)^2 - (x-x^3)^2$

$= 1 - 2x^2 + x^4 - (x^2 - 2x^4 + x^6)$

$= 1 - 3x^2 + 3x^4 - x^6$

⑶　与式 $= \{(x^2+y^2)+xy\}\{(x^2+y^2)-xy\}(x^4-x^2y^2+y^4)$

$= (x^4+2x^2y^2+y^4-x^2y^2)(x^4-x^2y^2+y^4)$

$= (x^4+y^4+x^2y^2)(x^4+y^4-x^2y^2)$

$= x^8 + 2x^4y^4 + y^8 - x^4y^4 = x^8 + x^4y^4 + y^8$

⑷　x についてまとめると，$\mathrm{A}x^2 + \mathrm{B}x + \mathrm{C}$ の形となり，

$\mathrm{A} = (b-c) + (c-a) + (a-b) = 0$

$\mathrm{B} = (b+c)(b-c) - (c+a)(c-a) - (a+b)(a-b)$

$= -(b^2-c^2) - (c^2-a^2) - (a^2-b^2) = 0$

よって，与式 $= bc(b-c) + ca(c-a) + ab(a-b)$

$= b^2c - bc^2 + c^2a - ca^2 + a^2b - ab^2$

2　x^5 の係数は

$-6x^5-3x^2\times 2x^2=-12x^5$　より　-12

x^3 の係数は

$-3x^2\times(-6)-2x\times 2x^2+7\times x^3=21x^3$　より　21

3　⑴　与式 $=(x^2+5x+4)(x^2+5x+6)-24$

$=(x^2+5x)^2+10(x^2+5x)$

$=(x^2+5x)(x^2+5x+10)$

$=x(x+5)(x^2+5x+10)$

⑵　与式 $=bc(b+c)+ac^2+a^2c+a^2b+ab^2+2abc$

$=(b+c)a^2+(b^2+2bc+c^2)a+bc(b+c)$

$=(b+c)a^2+(b+c)^2a+bc(b+c)$

$=(b+c)\{a^2+(b+c)a+bc\}$

$=(a+b)(b+c)(c+a)$

⑶　与式 $=(a+b+c-a)\{(a+b+c)^2+(a+b+c)a+a^2\}-(b+c)(b^2-bc+c^2)$

$=(b+c)\{a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca+a^2+ab+ac+a^2-b^2+bc-c^2\}$

$=(b+c)(3a^2+3ab+3bc+3ca)$

$=3(b+c)\{a^2+(b+c)a+bc\}$

$=3(a+b)(b+c)(c+a)$

4　⑴　与式 $=\frac{(\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5})+(\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{5})}{\{(\sqrt{2}+\sqrt{3})-\sqrt{5}\}\{(\sqrt{2}+\sqrt{3})+\sqrt{5}\}}$

$=\frac{2(\sqrt{2}+\sqrt{3})}{(\sqrt{2}+\sqrt{3})^2-(\sqrt{5})^2}=\frac{2(\sqrt{2}+\sqrt{3})}{5+2\sqrt{6}-5}=\frac{(\sqrt{2}+\sqrt{3})\sqrt{6}}{\sqrt{6}\cdot\sqrt{6}}=\frac{2\sqrt{3}+3\sqrt{2}}{6}$

⑵　与式 $=\left\{\left(4+\sqrt{2}\right)^2-\left(\sqrt{3}\right)^2\right\}\left\{\left(4-\sqrt{2}\right)^2-\left(\sqrt{3}\right)^2\right\}$

$=\left(18+8\sqrt{2}-3\right)\left(18-8\sqrt{2}-3\right)$

$=\left(15+8\sqrt{2}\right)\left(15-8\sqrt{2}\right)=225-128=97$

5　$\sqrt{2+x} = \sqrt{2+\frac{4a}{1+a^2}} = \sqrt{\frac{2(a^2+2a+1)}{1+a^2}}$

$$= \sqrt{\frac{2(a+1)^2}{1+a^2}} = \frac{\sqrt{2}|a+1|}{\sqrt{1+a^2}}$$

$\sqrt{2-x} = \sqrt{2-\frac{4a}{1+a^2}} = \sqrt{\frac{2(a^2-2a+1)}{1+a^2}}$

$$= \sqrt{\frac{2(a-1)^2}{1+a^2}} = \frac{\sqrt{2}|a-1|}{\sqrt{1+a^2}}$$

よって，与式 $= \dfrac{\frac{\sqrt{2}|a+1|+\sqrt{2}|a-1|}{\sqrt{1+a^2}}}{\frac{\sqrt{2}|a+1|-\sqrt{2}|a-1|}{\sqrt{1+a^2}}}$

$$= \frac{|a+1|+|a-1|}{|a+1|-|a-1|}$$

$a > 1$のとき

与式 $= \frac{a+1+a-1}{a+1-(a-1)} = a$

$0 < a < 1$のとき

与式 $= \frac{a+1-(a-1)}{a+1-(-a+1)} = \frac{1}{a}$

6　⑴　$x = 2+\sqrt{3}$　より　$x-2 = \sqrt{3}$，両辺 2 乗して

$(x-2)^2 = \left(\sqrt{3}\right)^2$，∴　$x^2-4x+1=0$

⑵　下の割り算より

与式 $= (x^2-4x+1)(x^2+1)-2x+4$

$x = 2+\sqrt{3}$ を代入すると

⑴より $x^2-4x+1=0$ だから

与式 $= -2\left(2+\sqrt{3}\right)+4 = -2\sqrt{3}$

$$\begin{array}{r|l} & x^2+1 \\ \hline x^2-4x+1 & x^4-4x^3+2x^2-6x+5 \\ & x^4-4x^2+\ \ x^2 \\ \hline & x^2-6x+5 \\ & x^2-4x+1 \\ \hline & -2x+4 \end{array}$$

別解　与式 $= x^2(x^2-4x+1)+(x^2-4x+1)-2x+4$

と変形してもよい。

7　⑴　$(x+y)^2=4^2$　より　$x^2+2xy+y^2=16$

$2xy=16-20=-4$　∴　$xy=-2$

⑵　$(x-y)^2=x^2-2xy+y^2=20-2\cdot(-2)=24$

$x>y$　だから　$x-y=\sqrt{24}=2\sqrt{6}$

⑶　$x^3-y^3=(x-y)(x^2+xy+y)^2$

$=2\sqrt{6}(20-2)=36\sqrt{6}$

8　⑴　$\alpha a+bi$，$\beta=a-bi$（a，b は実数）とすると

$\alpha+\beta=2a$，$\alpha\beta=a^2+b^2$

よって，どちらも実数となる。

⑵　$\alpha=a+bi$，$\beta=p+qi$（a，b，p，q は実数で，α，β が虚数だから $b\neq0$，$q\neq0$）

とすると

$\alpha+\beta=(a+p)+(b+q)i$

$\alpha\beta=(a+bi)(p+qi)$＝$(ap-bq)+(aq+bp)i$

どちらも実数であるとき

$b+q=0$……①，$aq+bp=0$……②

①より　$q=-b$，②に代入して　$-ab+bp=0$

$b(p-a)=0$，$b\neq0$　だから　$p=a$

よって，$\beta=a-bi$と表せるから α，β は共役な複素数である。