



乱流遷移に対する基礎科学の挑戦

～そこに潜む普遍的な法則～



東京大学物性研究所 特任研究員

玉井 敬一

1. はじめに

蛇口をひねると水が出る。こぼさないよう小さくひねれば水はサーッと流れるし、一気に使おうと沢山ひねればジョボジョボと出てくる。このように、水の流量を変えると水が流れ出てくる様子に変化することは、生活する中でおおよそ誰でも知っていることである。本稿のテーマは、このサーツとした流れからジョボジョボとした流れへの変化、ひとことでいえば乱流遷移である。

これが物理学において最先端のテーマのひとつだ、というと驚かれるかもしれない。今年4月にニュースになったブラックホール撮影成功は文字通り宇宙規模の話題だし、近頃メディアに取り上げられる機会が増えている量子コンピュータの核となる物理現象の主役は、電子対であったり光子であったり、(具体的な「もの」は原理によって異なるが)ともかく裸眼では到底見えない物体である。現代物理学の最先端というと、そのように非日常的なスケールの現象を研究しているというイメージがある読者も少なくないのではないだろうか。然るに、水の流れというのはきわめて日常的であって、それを理解し制御するのは、どちらかというと工学の問題ではないかと素朴には感じられるだろう。

本稿の目的は、乱流遷移の問題が、工学的にはもちろん、普遍的な法則の探求を目的とする物理学の観点からも確かに興味深い題材であることを読者に感じて頂くことである。6年前のノーベル賞でも話題になったヒッグス粒子の発見をはじめとした素粒子物理学の発展によって、「我々が棲む世界が何でできているか」については(重力・ダークマターなど厄介な問題を残しつつも)ある程度分かってきた。一方で、「そういうミクロな要素がたくさん集まってできた集団が

マクロにどう振舞うか、そこに普遍的な法則はあるのか」というのも、特に実生活・工学的応用を考える上で重要な問いであり、それに関してはまだ分かっていないことも多い。本稿で扱う水の流れのケースでいえば、我々は水の流れが普遍的に従う運動方程式は知っている(後述)が、「その場所で流れが乱れているかどうか」のようなより大雑把な情報に着目したときに普遍的な法則を見出せるのか、というのが問題になる。熱の移動がない「静かな」熱平衡状態に対しては、我々は「熱力学」という普遍的な枠組みを持っているが、それが水の流れのようなダイナミックな現象にまで拡張できる保証などないのだ。

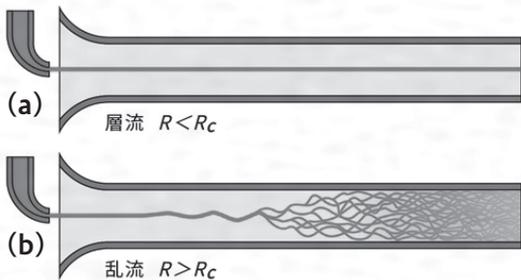
そのような拡張自体ははまだ遠い夢だが、「現象のマクロな性質に着目して普遍的な法則を見出す」というアプローチは少なくとも乱流遷移の場合には侮れないことが分かってきた、というのが比較的最近のニュースである。一体どういうことなのか、そしてそういう基礎研究を進めることが、より生活に身近なところではどういう影響を与えるかについて本稿で紹介することにしたい。

前置きはこれくらいにして、まずは乱流遷移の現代的な研究がどこから始まったかを見ていくことにしよう。

2. レイノルズの実験

乱流遷移の現代的な研究の潮流が切り開かれたのは1883年、アインシュタインやボーアをはじめとした偉人たちの活躍で量子論が形作られるよりさらに少し前に遡る。メインプレイヤーは、大学で「流体力学」を習う機会があれば必ず名前を耳にすることになるオズボーン・レイノルズである。ビデオカメラはおろか写真フィルムも無いその時代に、レイノルズは、パイプの中の水の流れ(パイプ流)を観察する実験を

行った。水は透明で、そのままでは流れの様子を目で視ることができないので、彼は少量の染料を混ぜて流れを可視化したのだ。レイノルズが一連の実験をまとめた 52 ページにわたる論文の中に、可視化した流れのスケッチが見られる。流れが十分遅いときには、染料は直線状に延ばされて管の中を流れる (図 1 (a)) が、流れを速くしていくと、途中で直線の筋が崩れ、周囲の水と混ざりあっていく (図 1 (b)) のが見られるようになる。現在では、図 1 (a) の流れを層流、図 1 (b) の流れを乱流と呼ぶ。



▲図 1 レイノルズの実験 (a) 層流, (b) 乱流
出典元 「レイノルズの実験」
(小学館『日本大百科全書 (ニッポニカ)』「乱流」より)

レイノルズによる考察は深くかつ多岐にわたるが、中でも最も重要なのは相似則の発見である。パイプ流の実験にはパイプの直径 D 、水の最大速度 V 、温度 (を経由して水の粘度 μ 、密度 c) など様々なパラメータがあるが、流れが層流になるか乱流になるか、染料が直線になるか周囲の水と混ざり合うかは、 cVD/μ が特定の値 (臨界値) より大きいか小さいかで決まることが明らかになったのだ。現在では cVD/μ は流れのレイノルズ数と呼ばれ¹⁾、臨界値より小さければ層流に、大きければ乱流になる。臨界レイノルズ数近傍で流れがどのようにして乱流に遷移していくか、それを明らかにするための研究がここから始められ、そして今なお続いているのである。

3. 乱流遷移のミクロとマクロ

さて、できることなら乱流遷移を理論的に理解したい。高校物理で物体の運動を理解しようとする際、真っ先に考えることは運動方程式を書き下して解くことである。しかし、今回の場合、このアプローチは困

難である。その理由のひとつは、乱流という物体の流れ・変形に関心を持っている以上、物体の空間的な広がりを見捨てるわけにはいかないことにある。つまり現実には、高校物理のように物体を大きさを持たない質点とは見なせず、運動方程式を立てる際には一層注意深い物理的考察が必要である。しかし、より重大なのは、先に挙げた困難を乗り越えて得られる運動方程式 (ナビエ-ストークス方程式) が紙とペンで解けないことであり、現在でも 100 万ドルの懸賞金が懸けられた数学上の未解決問題になっている。我々が生活する空間 3 次元・時間 1 次元の設定²⁾で、任意の初期条件のもとでナビエ-ストークス方程式を立てた時、具体的に解く以前にそもそも滑らかな解が存在するかどうかですら分かっていない。現象を支配する原理“方程式”を見出すのは現象理解の重要な一側面ではあるが、それだけでは必ずしもターゲットとなる現象を理解したことにはならないのだ。現代物理学では、このことが様々な問題の中で悩みの種として姿を現すことになる。

だが、運動方程式が解けなければ運動に関して何の理解も望めないかということ、必ずしもそうではない。高校物理でもその初歩を習う「熱力学」がこのことを教えてくれる。たとえば、高校の授業で使う教室のサイズを $7\text{ m} \times 9\text{ m} \times 3\text{ m}$ とすると、その中には大雑把な見積もりで約 9 kmol 、つまり約 5.5×10^{28} 個の空気分子が浮かんでいる。原理的に考えればそれぞれの分子が運動方程式に従って運動していることになるが、約 5.5×10^{28} 個の運動方程式を連立して解くのは途方もない作業なのはいうまでもないし、分子の運動を直接観察するのも難儀である。しかし、温度計が設置してあれば、部屋が暑いか寒いかは分かるし、生活する上ではそれより詳細な情報は普通必要ない。このように、分子 1 個 1 個のようなミクロな世界の詳細にはあまり興味が無く、寧ろ「温度」や「圧力」のような、分子の集団としての空気の特徴づける (マクロな) 物理量にこそ興味があることは往々にしてある。そして、そういうマクロな物理量に関する普遍的な法則が「熱力学」にまとめられているのだった。水の流れの場合に戻れば、たとえナビエ-ストークス方程式

1) 実はレイノルズ数と本質的に同じものは、後述のナビエ-ストークス方程式を発見したジョージ・ストークス卿によって 1851 年に導入されていたが、この実験の功績によって、レイノルズの名前を冠することとなった。

2) そもそも我々が棲む世界が本当に空間 3 次元・時間 1 次元なのかというのも根本的な問題だが、そのことは一旦忘れることにしよう。少なくとも非常に良い近似ではあるはずだ。

を解くことはできなくても、もっと大雑把な捉え方で、それより遥かに単純で普遍的な法則性を捉えることができないか、と考えたくなるのである。

そうはいっても、「大雑把にやる」ためのアイデアを得るにはまずは実験や、ナビエ-ストークス方程式のコンピュータシミュレーションが必要である。実験であれコンピュータシミュレーションであれ、乱流遷移の研究の典型的なセットアップでは、層流を最初に用意して、それを意図的に乱した時に流れがどう振舞うかを見ることになる。実験できれいな層流を作り出すのも、複雑なナビエ-ストークス方程式を大規模にシミュレーションするのも容易なことではないが、研究が進められていく中で、実験技術もコンピュータの能力も劇的に向上し、その結果分かったことも増えてきた。

まず、パイプ流では、加える乱れが十分に小さい限り、どれだけレイノルズ数が高くても層流は乱流に遷移しないことが示唆された³⁾。パイプ以外の形状の流れにおいても、層流が小さな乱れに対して不安定になるレイノルズ数は、典型的な実験で乱流への遷移が見られるレイノルズ数よりも遥かに高いことが明らかになった。つまり、乱流遷移の問題は「大きな」乱れに対する流れの応答の問題ということになる。では、層流に対して水のジェットを注入するなどの手段で「大きな」乱れを加えると何が起きるかという、空間的に局在した乱れの塊が生成される（※参考までに我々が長方形の流路中の流れ（チャンネル流）を使った実験で乱れの塊を可視化して撮影した写真を図2に示す）。



▲図2 チャンネル流における局在化した乱れの塊

レイノルズ数が小さいと、乱れの塊はいずれ減衰・消滅して元の層流が取り戻される。レイノルズ数を大きくしていくと、乱れの塊の分裂・拡大が見えるようになる。そしてレイノルズ数がある臨界値を超えると、分裂・拡大のプロセスが消滅・減衰のプロセスに打ち勝って層流に戻らなくなる。どうやら臨界レイノルズ数近傍では、この2つのプロセスのせめぎあいが生きているようだ。このことは、流れのミクロな詳細ではなく、乱れが空間に占める割合のようなマクロな情報に着目することで見通しが良くなる可能性を示唆している。

4. 乱流遷移の普遍的な仕組み？

「乱れの塊の消滅・減衰と分裂・拡大のせめぎあい」と言葉で述べたが、そのままではまだ観察の域を出ない。観察ももちろん重要だが、数値化したり、グラフを描いたりすることで初めて見えてくるものもある。せめぎあいというからには、レイノルズ数を色々変えたときにどちらのプロセスが「勝つ」かに興味がある。「勝ち負け」の定義の仕方は複数あり得る⁴⁾が、ここでは十分長い時間待った時に乱れが全滅するか否かで定義しよう。より定量的には、乱れている部分が流れ全体に対して占める割合が0なら減衰・消滅が、0でなければ分裂・拡大がそれぞれ勝っているということになる。0でないときの値の大きさは、分裂・拡大の「勝ち」の程度を定量化しているといえるだろう。

我々やオーストリアのグループがそれぞれ異なるセットアップで実際に測定を行った結果、セットアップによって異なる臨界レイノルズ数を境に0からべき乗則⁵⁾に従って立ち上がるのが見られた。べき乗則の指数はふたつのセットアップによって互いに異なっている。我々がチャンネル流の実験で得た指数はおおよそ0.58、オーストリアのグループが2つの短い同軸回転円筒の間の流れ（テイラー-クエット流）の実験で得た指数はおおよそ0.28という具合である。なぜべき乗則なのか？ 指数の違いは何に起因しているのか？

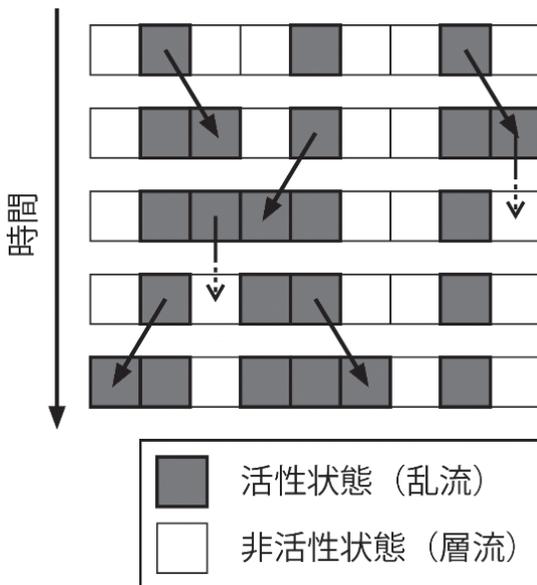
実は、これらの問いの背後に普遍的な法則が潜

3) 実験でこれを証明するのは原理的に不可能なので、シミュレーションが大きな役割を担っていることになる。それでも、徹底的に乱れを抑える実験技術の進歩の結果、乱流遷移が見られる典型的なレイノルズ数の50倍に至るまで層流の観測に成功した報告があるのもまた事実である。

4) たとえば、それぞれのプロセスが1回起きるまでに掛かる典型的な時間の長さで比べる、というのものもあるだろう。実際、その指標に基づく比較の結果が2011年に有名な学術雑誌“Science”で出版されている。

5) ある測定値がパラメータのべき乗（るい乗）に比例すること。ここでのパラメータとは、測定を行うレイノルズ数と臨界レイノルズ数の差を指す。

でいる。これを理解するカギになるのもやはり「せめぎあい」である。局在化した乱れの消滅と拡大のプロセスのせめぎあいを限界まで単純化すると図3のようになる。空間を粗くぶつ切りにした挙句、図2で見えるような複雑な模様のことを忘れて活性・非活性の2状態モデルに落とし込むなど大胆にも程があるが、ともかくこのようにモデル化すると、モデルの振る舞いを明らかにするのは単純に数学の問題になる。たとえば、消滅プロセス（破線矢印）発生頻度と拡大プロセス（実線矢印）発生頻度の比率を変えたときに活性状態サイトが全サイトに対して占める割合を求める問題は、元のケースでいうところの、レイノルズ数を色々変えたときに乱れが流れ全体に対して占める割合を求める問題に対応すると考えられる。実はこの問題も依然として難問で、定量的かつ厳密な答えは知られていない。しかし、ある比率を境に0から立ち上がることは示すことができるし、何より簡略化したモデルの場合はシミュレーションが簡単である。実際にシミュレーションを行うと、活性状態サイトが全サイトに対して占める割合がべき乗則で立ち上がるのが見られる。



▲図3 せめぎあいを示すモデルのひとつ
活性状態（乱流に対応）が非活性化（層流化に対応）するプロセスと隣の非活性状態を活性化するプロセスがせめぎあっている

重要かつ驚くべきことは、簡略化したモデルで見られるべき乗則が、モデルの詳細には依らず普遍的なことである。乱流遷移に限らず、森林火災、伝染病の拡大など、様々な自然・社会現象でせめぎあいが見られるが、それらも同様にモデル化してシミュレーションすると、多くのモデルで同じ指数のべき乗則が見られるのである⁶⁾。指数を変える数少ないファクターのうちの一つは、モデルが何次元空間上で定義されているかである。1次元で定義されていればおよそ0.2765、2次元ならおよそ0.58である。見覚えのある数字？ その通り！ 円筒が短いために、局在化した乱れが広がる方向がひとつしかない「テイラー-クエット流実験（オーストリア）」における結果が1次元の指数と一致する。一方、広がる方向がふたつある「チャンネル流実験（我々）」における結果が2次元の場合の指数と一致するのが分かったのである。乱流遷移もまた、現象のコアが「せめぎあい」であることに由来する普遍的な法則に支配されていることを示唆しているのだ⁷⁾。

5. 応用と展望

研究で得られる知見が実生活にすぐ応用できるものではない、というのは基礎研究の常である。基本的な事実が明らかにされた後、それを活かして実益にかなうことをするのは後世の人々の想像力の仕事である。現時点では、上記の知見が実用的な研究開発に直接役立てられた事例を筆者はまだ知らないが、乱流遷移に関する基礎研究の将来的な応用可能性としてどのようなものが考えられるだろうか。

筆者の限られた想像力で思いつくケースのひとつは、飛行機などの翼に取り付けられるボルテックスジェネレータ（図4）である。飛行機に乗って、窓から注意深く翼を見たことがあれば、翼面にいくつか突起が並んでいることに気づいたことがあるかもしれない。「渦（vortex）を生成するもの（generator）」の名前通り、それには翼近傍の流れを乱す効果がある。

6) ただし、モデルは現実と比べるとかなりの単純化が施されている場合がほとんどであり、ここで例に挙げた現象が現実でも須らく同じ普遍的な法則を示す保証はない。

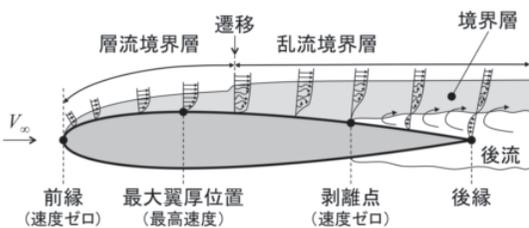
7) もちろん、ひとつの証拠だけをもとにここまで踏み込んだ主張をするのは勇み足が過ぎるので、実際の研究論文では、複数の証拠が同じ結論を支持することを確かめている。



▲図4 飛行機のボルテックスジェネレータ

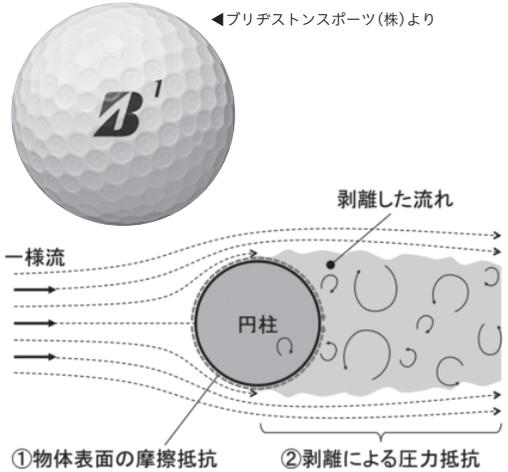
乱流によって発生する抵抗のことを考えると、流れを乱すのは寧ろ不利なように見えるが、実はこの仕組みが飛行機の安定性の向上に一役買っている。飛行機が失速する原因のひとつに「境界層剥離」がある。境界層とは、空気の流れが翼を通り過ぎるとき、空気の粘性によって翼表面近傍に形成される「遅い流れの層（境界層）」のことである（図5）。重要なことは、下流の方が上流より圧力が高くなる「逆圧力勾配」が発生している領域が生じると、空気が下流から上流に流れようとする圧力が掛かっていることになる。境界層がこの圧力に屈すると、下流における翼の表面近傍に逆流が発生して、境界層は翼から離れることになる。これが「境界層剥離」であり、この現象が起きると翼が効率的に揚力を得られなくなり、失速の原因となる。そこで、流れをあえて乱して境界層を乱流にしまうと、抵抗が増えるのと引き換えに、境界層剥離が起きにくくなるのである。境界層内外の流れが混ぜ合わさり、境界層外の速い流れのエネルギーを受け取ることができるからである。実は、ゴルフボールに多数の窪み（ディンプル）があるのも、根本的な発想は同じだ（図6）。ディンプルによって境界層剥離を遅らせることで、ツルツルのボールを使う場合よりも長い距離を飛ばすことができるようになるのである。

先ほどまでで述べたチャンネル流やテイラー・クエット流（以下「チャンネル流な



▲図5 飛行機の翼と境界層

(<https://pigeon-poppo.com/> より)



▲図6 ゴルフボールと境界層

(<https://pigeon-poppo.com/> より)

ど」における乱流遷移と状況が少し似ていることに気づいた読者もいるだろう。そのままであれば層流境界層であるところを、ボルテックスジェネレータで「大きな」乱れを与えて乱流に遷移させていることになる。一方でチャンネル流などでは、「小さな」乱れに対して安定である層流に大きな乱れを与えたときに、局在化した乱れのせめぎあいが普遍的な法則に従っているのが見られるのだった。「大きな」乱れを与えたときに見られる乱流遷移という状況の類似性を踏まえ、法則の普遍性を信じて、チャンネル流などで得られた知見が、境界層における乱流遷移の理解やボルテックスジェネレータの配置・設計指針の策定に役立つことがあるかもしれない、と思われるのである。

もちろん、仮にそう信じたとしても先は長い。チャンネル流などでは、チャンネルや円筒の面に対して垂直な方向には非常に短いシステムに「閉じ込められた」乱れの様子を観察していた。一方で、境界層における乱流遷移では、流れが翼面に対して垂直な方向に閉じ込められてはいない。また、チャンネル流などでは流れの形状が比較的シンプルだったが、翼面の形は往々にして複雑になりうる。そのように色々違う中、どこまでアナロジーが成り立つかというのは慎重な検討・検証が必要な問題である。そもそもチャンネル流などにおける乱流遷移の理解もまだ不完全だ。局在化した乱れの減衰・消滅と分裂・拡大のプロセスのせめぎあいが中核であることは分かっても、未知の流れにおける乱流遷移を予測できるようになるには、それぞれのプロセスがどういうメカニズムで起きているかを詳しく理解する必要がある。特に、分裂・拡大のメカニズムの詳細な理解は、ボルテックスジェネレータによって生じた乱れがどのように拡がっていくかを理解する上で重要になる可能性がある。このように、実用的な応用に向けて乗り越えるべき壁はまだ多い。だがそれは裏を返せば、(筆者を含め)若い人々が問題解決に貢献できる余地が多く残されていることを意

味している。また、筆者が予想もしないような方向に
応用先がある可能性もある。次なるブレークスルーを
もたらすのは、筆者かもしれないし、あるいは本稿を
読んでくださっている読者かもしれない（というより、
そうであることを願っている）。

6. おわりに

乱流遷移の問題に関して、歴史的経緯、基本的な
観察、そこに潜む普遍的な法則や研究の将来的な発展
の可能性などについて駆け足で紹介した。乱流遷移は、
我々にとって身近な空気や水の流れが大きな舞台であ
り、それを理解することは我々の生活をより便利にし
ていくためにも必要なことである。一方で、普遍的な
法則を求める基礎科学の視点からも、乱流遷移は興味
深い話題を提供してくれる。

本稿を終えるにあたり、二つの教訓を示したい。
水や空気の流れのように、我々が普段から慣れ親しん
でいる「と思っている」ものであっても、いざ真剣に
考えてみるとよく分からないことというのは意外なほ
ど多い。そのため、安易に「分かっているつもり」に
なってはならず、ふと疑問が生じたら立ち止まって考
えてみる習慣を身につけて欲しい。また、本稿で水の
流れの物理を考えている最中に数学がちらりと顔を出
したように、近頃では、ひとつの問題を解決するのに
複数の分野の知見を融合することになるのが普通であ
る。そして各分野の繋がり方が最初から見通せる場合
はかなり少ない。したがって、趣味でも勉強でも、機
会が簡単に手に入るうちに「やってみて」、広い視野
を確保することをお勧めしたい