2019 年度入試での出題

「高校数学・新課程を考える会」事務局長／予備校講師
大淵智勝

・はじめに

2019 年度の大学入試では，2018 年度に引き続き,「定員厳格化」の影響を受け，とりわけ首都圏の私立大学では思った志望校に入れない，あるいは,「滑り止め」と言われていた大学で「滑り止まらない」といったことが多く見受けられたようである。一方で，入試における数学の出題については，一部の大学を除いては引き続き，解きやすい問題が多く出されているように感じる。今回も 2019 年度入試の問題などを検討しながら，最後のセンター試験実施となる 2020 年入試とそれ以降の入試について考えていく。

・大学入試センター試験

昨年度のセンター試験では，数学 IA での集合と論理の分野における「正誤の４択」や，数学 IIB の「ラジアンの定義」といった，2021 年度から実施される「大学入学共通テスト」（以下，新テスト）を見越したような出題がされていたが，本年度は IA，IIB とも，そのような傾向はなく，2017 年以前のような出題のされ方となったという印象がある。

＜数学 IA ＞

2019 年の IA の出題は例年と同じく第１, ２問が数学 I の問題で必答問題，第３～５問は数学 A の問題で３題中２題の選択である。出題分野は以下のようになっている。

第１問	[1] 数と式（10 点）
	[2] 集合と論理（10 点）
	[3] 二次関数（10 点）
第２問	[1] 三角比（15 点）
	[2] データの分析（15 点）
第３問	確率（20 点）
第４問	整数の性質（20 点）
第５問	図形の性質（20 点）

平均点は 59.68 点と，昨年度の 61.91 点よりは低くなっている。しかし，細かく得点分布を調べると，上位 15％においては昨年よりも高い点数を取っており，それより下においては昨年よりも低い点数を取っているようである。数学 IA の受験者数が 392,486 人であるから，その 15％となると約 59,000 人となる。センター試験を受けた上で，国公立大学に合格する人数が約 10 万人であるから，難関大学と呼ばれる大学を目指す受験生にとっては，昨年よりも点が取りやすかったのではないだろうか。

ここでは第２問 [2] のデータの分析の (3) について見ていく。

> (3) 一般に n 個の数値 x_1，x_2，$\cdots$，x_n からなるデータ X の平均値を $\overline{x}$，分散を s^2，標準偏差を s とする。各 x_i に対して
>
> $$x_i' = \frac{x_i - \overline{x}}{s}\left(i = 1,\ 2,\ \cdots,\ n\right)$$
>
> と変換した x_1'，x_2'，$\cdots$，x_n' をデータ X' とする。ただし，$n \geqq 2$，$s > 0$ とする。
>
> 次の $\boxed{テ}$，$\boxed{ト}$，$\boxed{ナ}$ に当てはまるものを，下の⓪～⑧のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。
>
> ・X の偏差 $x_1 - \overline{x}$，$x_2 - \overline{x}$，$\cdots$，$x_n - \overline{x}$ の平均値は $\boxed{テ}$ である。
>
> ・ X' の平均値は $\boxed{ト}$ である。
>
> ・ X' の標準偏差は $\boxed{ナ}$ である。
>
> ⓪ 0　① 1　② -1　③ $\overline{x}$　④ s
>
> ⑤ $\dfrac{1}{s}$　⑥ s^2　⑦ $\dfrac{1}{s^2}$　⑧ $\dfrac{\overline{x}}{s}$
>
> （2019 年度 大学入試センター試験　数学Ｉ・Ａ 第２問 ［２］）

テについては,「偏差の平均は 0」だから,「平均からのズレの平均」を考えたいときにその二乗の和の平方根を取ることで，標準偏差に行き着くという話がわかっていれば迷うことはないと思

う。また，トはテ全体を s で割っただけということから 0 であることもすぐわかると思われる。さらに，この変換は「平均から $+s$ ずれているものは 1，$-s$ ずれているものは -1」とするもの（標準化）であるから，その標準偏差は 1 であるというのもわかる。しかし実際の正解率はテが 3 割強，トが 2 割強，ナが 2 割弱とかなり低い。マークしていない割合が 4 ～ 5 ％程度であることからしても，問題を解こうとしているが，正解に至らないというケースが多かったのだろうと思われる。

データの分析において変数変換が問われることについては賛否があるようではあるが，このような問題は標準偏差などがデータのどのようなものを表すのかという「意味」を学ぶことによって，和などの計算をしなくても正解が出ることが多い。単に定義を丸暗記している生徒と，意味がわかっている生徒では，このあたりの問題の解け具合は大きく変わるのだと考えられる。

<数学 IIB>

2019 年の IIB の出題は例年と同じく第 1，2 問が数学 II の問題で必答問題，第 3 ～ 5 問は数学 B の問題で 3 題中 2 題の選択である。出題分野は以下のようになっている。

第 1 問	[1] 三角関数（15 点）
	[2] 指数関数・対数関数（15 点）
第 2 問	微分積分（30 点）
第 3 問	数列（20 点）
第 4 問	ベクトル（20 点）
第 5 問	確率・統計（20 点）

平均点は 53.21 点と，昨年度の 51.07 点よりも高い。細かい得点分布を見ると，上位 5％は昨年度と変わらず，それより下では昨年よりも高い点数を取っているようである。

実際，問題を見てみると，必答問題にあたる第 1 問，第 2 問は，昨年度の新テストを見越したかのような出題ではなく，これまで多く出題されている形式であり，誘導などを含めて極めて標準的である。したがって，過去問をしっかり解いてきた受験生にとっては，取り組みやすかったのではないだろうか。第 2 問の最後についても，マークしていない割合が昨年とほぼ同じ 6 割程度であるが，正解率は 1 割強（昨年度は約 5 ％）であった。また，第 4 問のベクトルについても，各問の正解率やマークしていない割合について，昨年度と同じような傾向になっている。

一方，第 3 問の数列については昨年よりもだいぶ正解率が低い。

> 初項が 3，公比が 4 の等比数列の初項から第 n 項までの和を S_n とする。また，数列 $\{T_n\}$ は，初項が -1 であり，$\{T_n\}$ の階差数列が数列 $\{S_n\}$ であるような数列とする。
>
> (1) $S_2 = \boxed{アイ}$，$T_2 = \boxed{ウ}$ である。
>
> (2) $\{S_n\}$ と $\{T_n\}$ の一般項は，それぞれ
>
> $$S_n = \boxed{エ}^{\boxed{オ}} - \boxed{カ},\quad T_n = \frac{\boxed{キ}^{\boxed{ク}}}{\boxed{ケ}} - n - \frac{\boxed{コ}}{\boxed{サ}}$$
>
> である。ただし，$\boxed{オ}$ と $\boxed{ク}$ については，当てはまるものを，次の⓪～④のうちから一つずつ選べ。同じものを選んでもよい。
>
> ⓪ $n-1$　① n　② $n+1$　③ $n+2$　④ $n+3$
>
> (3) 数列 $\{a_n\}$ は，初項が -3 であり，漸化式
>
> $$na_{n+1} = 4(n+1)a_n + 8T_n \ (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$
>
> を満たすとする。$\{a_n\}$ の一般項を求めよう。
>
> そのために，$b_n = \dfrac{a_n + 2T_n}{n}$ により定められる数列 $\{b_n\}$ を考える。$\{b_n\}$ の初項は $\boxed{シス}$ である。
>
> $\{T_n\}$ は漸化式
>
> $$T_{n+1} = \boxed{セ}T_n + \boxed{ソ}n + \boxed{タ} \ (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$
>
> を満たすから，$\{b_n\}$ は漸化式
>
> $$b_{n+1} = \boxed{チ}b_n + \boxed{ツ} \ (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$
>
> を満たすことがわかる。　（後略）
>
> （2019 年度 大学入試センター試験　数学 II・B 第 3 問）

最初の T_n を求めるところは，階差数列から一般項を求める典型的な問題ではあるが，この時点で正解率が 3 割強にまで落ちている。この続きとして，a_n が出てくるが，$a_n = nb_n - 2T_n$ を $\{a_n\}$ の漸化式に代入して整理すると，

$$n(n+1)b_{n+1} = 4n(n+1)b_n + 2n(T_{n+1} - 4T_n)$$

となることと，$T_n = \dfrac{4^n}{3} - n - \dfrac{4}{3}$ より

$$
\begin{aligned}
T_{n+1} &= \frac{4^{n+1}}{3} - (n+1) - \frac{4}{3} \\
&= 4 \cdot \frac{4^n}{3} - n - \frac{7}{3} \\
&= 4\left(T_n + n + \frac{4}{3}\right) - n - \frac{7}{3} \\
&= 4T_n + 3n + 3
\end{aligned}
$$

から$\{b_n\}$の漸化式が求まるのであるが，T_nの漸化式の段階で正解率は約 15％になる。

b_nの漸化式から一般項が求まり，最後にa_nの一般項を答えさせているが，b_nの漸化式以降の正解率は５％以下で，最後のa_nについては２％程度にまで低下する。マークしていない割合も最後の問題では８割弱にまで上がるので，計算の分量に対応できなかった受験生が多かったのではないかと考える。

とはいえ，比較的標準的な数列の計算であるので，日頃から「手を動かすこと」をたくさんしていれば，何とか最後まで行けたのではないだろうか。近年，生徒が数学の勉強をするにあたり，「問題集の解答を読む」あるいは「写す」といった作業に終始している傾向が強いように思う。このセンター試験での正解率などの様子からも，多くの生徒が「手を動かすこと」をしていない可能性が高いことが垣間見えるように思える。

・大学の個別入試

数年前の大学入試での出題ミスなどの多発から，最近では大学側の入試に関しての情報開示が行われるようになってきた。とはいえ，数学の入試に関しては「出題意図」という形のものの公開にとどまっているケースが多い。

しかし，その「意図」だけからも，ある程度，大学側がほしい学生がどのような数学的な能力をもっていてほしいのかが見て取れる。

東京大学の場合,「数学的な思考力・表現力・総合力がバランスよく身についているかを評価するために,」とあり，京都大学の場合は「論理性，計算力，数学的な直観，数学的な表現といった数学に関する多様な基礎学力を総合的に評価することを念頭において出題しています。」とある。単に,「数学の問題の解き方を覚えている」ということではなく，論理的な観点が身についているかどうかが重要であるということ。さらには,「計算力」がしっかりあるかどうかも，重要視しているように思える。

計算という点では，東京大学の理系の第１問があげられる。

> 次の定積分を求めよ。
>
> $$\int_0^1 \left(x^2 + \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}\right)\left(1 + \frac{x}{(1+x^2)\sqrt{1+x^2}}\right)dx$$
>
> （2019 年度 東京大学 前期数学（理科）第１問）

まず，被積分関数を展開して，

$$\int_0^1 \left(x^2 + \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} + \frac{x^3}{(1+x^2)\sqrt{1+x^2}} + \frac{x^2}{(1+x^2)^2}\right)dx$$

となり，この第３項で，

$$\frac{x^3+x-x}{(1+x^2)\sqrt{1+x^2}} = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} - \frac{x}{(1+x^2)^{\frac{3}{2}}}$$

となることから，

$$\int_0^1 \left(x^2 + \frac{2x}{\sqrt{1+x^2}} - \frac{x}{(1+x^2)^{\frac{3}{2}}} + \frac{x^2}{(1+x^2)^2}\right)dx$$

となる。この第３項までは原始関数が求まり，第４項については$x = \tan\theta$の置換で求めることができる。

「数学的表現力」ということでいえば，京都大学の文系の第４問があげられる。

> １つのさいころをn回続けて投げ，出た目を順にX_1，X_2，…，X_nとする。このとき次の条件をみたす確率をnを用いて表せ。ただし$X_0 = 0$としておく。
>
> 条件：$1 \leqq k \leqq n$をみたすkのうち，$X_{k-1} \leqq 4$かつ$X_k \geqq 5$が成立するようなkの値はただ１つである。
>
> （2019 年度　京都大学　数学（文系）第４問）

確率の計算問題としては標準的な問題ではある。しかし，この条件がどのような事象に対応するのかを把握し，それを答案の中で説明をしていく「表現力」が必要となるので，普段から答案を書いたことのない受験生にとっては「何を言っているのかわからない答案」になってしまったケースも多かったのではないかと思われる。

また,「論理的な観点」ということでは，同じ

く京都大学の文系の第３問があげられる。

> a，b，c は実数とする。次の命題が成立するための，a と c がみたすべき必要十分条件を求めよ。さらに，この (a, c) の範囲を図示せよ。
> 命題：すべての実数 b に対して，ある実数 x が
> 不等式 $ax^2+bx+c<0$ をみたす。
> （2019 年度　京都大学　数学（文系）第３問）

普段だと，「すべての実数 x について」が多いが，「すべての実数 b」について「ある実数 x が」となっているところで，正確に命題を理解することができたかどうかがポイントとなる。あとは，a の値で場合分けをしていく。

$a<0$ のときは，$y=ax^2+bx+c$ のグラフを考えると，b がどんな値であっても，$y<0$ となる x が存在する。

$a=0$ のときは，$y=bx+c$ のグラフを考えると，$b=0$ のケースから $c<0$ が条件となる。

$a>0$ のときは，

$$ax^2+bx+c=a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2-4ac}{4a}$$

となるから，これが０未満となる x が，どんな b に対しても存在することから，

$$b^2-4ac>0$$

が，どんな b についても成り立つことから，$c<0$ が条件となる。

ちなみに今年度の京都大学では，文系では 8.96^{18} の桁数と最高位から２桁の数字，理系では $(1+i)^n+(1-i)^n>10^{10}$ を満たす最小の正の整数 n を求める問題が出題されており，これらの問題に対して「常用対数表」が用意されていた。

特に，文系の問題の場合，常用対数を求めるだけではなく，常用対数から真数を探る際にも利用する必要がある。教科書には載っている「常用対数表」がどういうものなのかを知っていたか，あるいは，2.0 と０のクロスしたところに「.3010」があることから常用対数表がどういうものなのかがわかったか，そのいずれかの場合ではないと厳しい問題であったのではないだろうか。このように「大学入試ではあまり出たことがない」けれど「教科書には必ず載っている」といったことも，新テストを含め，大学入試ではこれから多く問われてくるのかもしれない。

数学的な思考力という点では，一橋大学の第１問をあげてみる。

> p を自然数とする。数列 $\{a_n\}$ を
> $a_1=1$，$a_2=p^2$，
> $a_{n+2}=a_{n+1}-a_n+13\,(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$
> により定める。数列 $\{a_n\}$ に平方数でない項が存在することを示せ。
> （2019 年度　一橋大学　数学（前期）第１問）

「存在すること」を示せばいいので，具体的に数列を求めていくと，$a_6=14-p^2$ が出てくる。この p に１，２，３を入れてもこれは平方数にならず，p に４以上の値を入れるとこれは負となって，平方数にはならない。

数列について「n の式をただ何となくイジる」とか「とにかく公式に代入する」，また，この数列の漸化式が３項間の漸化式なので一般項を出そうとする，など，「解き方を覚える」といった考えではなく，「そもそも数列は数が並んでいるもの」という認識のもとで，「数学的な思考」としては当然な考えである「具体的に数列を求める」という作業ができたかどうかがポイントとなる。

ところで，大学入試懇談会などでも前から出ていた話として，「数学の解法をとにかく覚える」ではなく「なぜそのように解くのか」などを考えることが必要，ということがある。しかし，ここ数年，同会では「計算力」という言葉を多く耳にするようになった。先にも書いたが「手を動かすこと」をしない数学の勉強をしている生徒が多いというのは大学側も共通して感じていることなのだと思われる。

なお，京都大学の「出題意図」の文には「問題文に記載された注意事項を熟読していないと思われるものがあったことを注意喚起しておきます。」とある。判読できないくらい汚い字で答案を書いたり，解答を書いてはいけない場所に何の断り書きもなく解答の続きを書いているなど，そもそも受験に対する根本的な姿勢がなっていない受験生がそれなりにいるということなのだろう。