

芝浦工業大学

システム理工学部数理科学科
計算数理研究室

准教授 福田亜希子

1. 数理科学科について

研究室紹介の前に、筆者が所属する芝浦工業大学システム理工学部数理科学科の紹介をさせていただきたい。まず、学科の名称である「数理科学」とは、数学そのものや、工学や情報学などへの応用を意識した広い意味での数学を指す学問領域であり、様々な科学の基礎となる分野である。数学を介して、自然現象や物理現象を理解する、あるいは経済など社会の動向を分析するなど、あらゆる分野において解析の共通手段となる。本学科は、2009年4月に新設された比較的新しい学科である。いわゆる理学部数学科とは趣が異なり、純粋数学や応用数学に加えて、システム理工学部ならではのシステム工学も学べるのが特徴であり、グループワークを行う科目も多い。学科としては、基礎数理系、応用数理系、システム・情報数理系の3つのフィールドを軸にして、数学全般の知識や数学的思考を修得し、幅広い分野の問題を数理的アプローチで解決できる「数理エンジニア」を育成している。卒業後は、情報産業、メーカー、金融・保険業、製造業、中学・高校の数学教員などの分野で活躍できる人材を輩出している。

2. 研究分野

当研究室は、数学を純粋数学と応用数学で分けるとすれば応用数学寄りの研究室であり、コンピュータを用いた／用いるための数学について様々な視点から研究を行っている。筆者の研究分野や研究キーワードを挙げると、数値シミュレーション、数値解析、数値計算アルゴリズム、離散・超離散可積分系、グラフ理論、離散数学、セル・オートマトン、離散力学系、max-plus代数など

である。

以下では、上記の項目の中から実際に研究室の所属学生が卒業研究のテーマとして取り組んでいる内容について紹介したい。

3. 検索エンジンの数理

GoogleなどのWeb検索エンジンを用いて情報を検索するとき、検索キーワードを入力すると、インターネット上の膨大な情報の中から検索結果を瞬時に返してくれるが、その裏では大学初年次で学ぶ線形代数などの数学の知識が活用されている。ネットワークのリンク構造(図1)を有向グラフと見なして解析し、大規模な行列の固有ベクトルを計算することによって、重要なページが検索結果の上位に表示されるのである。卒業研究としては、数理的なアプローチに基づく検索結果の改善やスパムサイトの検出、計算の高速化などを行っている。

最近では、この計算手法を検索順位決定以外に応用する研究も行っている。インターネットショッピングで「あなたへのおすすめ商品」など、ユーザの購入履歴や閲覧履歴に応じたおすすめ商品が表示されることがあるが、このようなおすすめ商品の提案にも前述の検索順位決定の手法が応用できる。昨年の卒業研究において、従来のレコメンドシステムに対し、ユーザの好みに応じた結果を返せるようにアルゴリズムの改良を行った。また、同じ計算手法を野球などのスポーツに関する数値データに応用することで、チームあるいは選手に関する単純な数値の比較では出せない順位を計算することが可能になる。

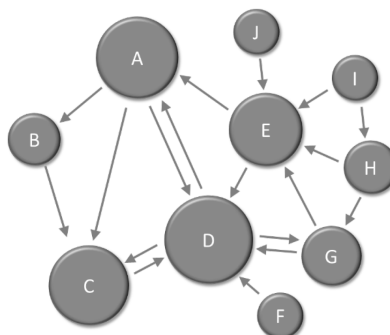


図1：ネットワークのリンク構造

4. 超離散化とセル・オートマトン

自然現象や物理現象などをコンピュータでシミュレーションする際には、まず対象とする現象を表現する数理モデル（主に微分方程式）をたて、それをコンピュータで計算できるようにするために「離散化」とよばれる操作を行い、得られた離散（差分）方程式をコンピュータで計算する。最終的には、大規模な連立一次方程式や固有値問題を解くことに帰着される場合が多い。

1990年代に、現象の本質的な構造をうまく抽出する「超離散化」とよばれる手法が考案され、現在に至るまで研究が進展している。超離散化とは以下の極限に関する公式に基づく。

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow +0} \varepsilon \log(e^{A/\varepsilon} + e^{B/\varepsilon}) = \max(A, B)$$

数学Ⅲ程度の知識があれば、上の公式は簡単に証明できる。超離散化とは、元の方程式の変数に $e^{A/\varepsilon}$ 型の変数変換を行い、 $\varepsilon \rightarrow +0$ の極限をとることで、max 演算と加算で構成される max-plus 代数とよばれる代数上の方程式に変換することを指す。例えば、バーガーズ方程式とよばれる一次元の流体の運動を記述する非線形偏微分方程式の離散版に対して、超離散化の操作を施すと、超離散バーガーズ方程式が得られるが、これは、ある条件の下で、交通流を表すセル・オートマトンモデル（ECA Rule184）と一致する。このセル・オートマトンの時間発展の例を図2に示す。

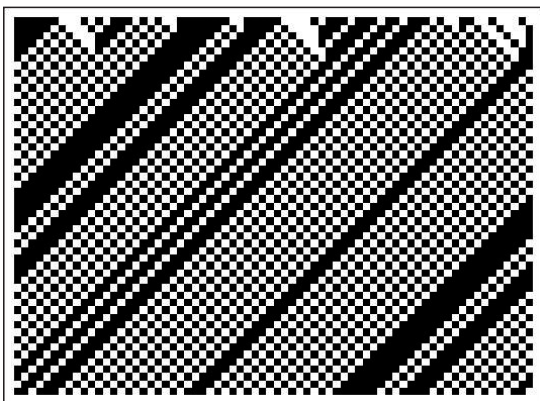


図2：交通流を表すセル・オートマトン

図2の各行において、■(=1)は車がいる状態、□(=0)は車がない状態を表す。車は左から右方向に進み、上から下に進むにつれて時間が進む様子を表している。■が連続している場所は車の渋滞を表し、渋滞自体は車の進行方向とは逆方向に進む様子が確認できる。このように、超離散化とよばれる操作を介することで、特徴的な構造のみを抽出して単純化したモデルを導出することができる。セル・オートマトンの時間発展ルールは単純な場合が多いが、時間発展によって非常に複雑な現象を表現することもできる。セル・オートマトンはコンピュータとの相性も良く、交通流の他にも群衆運動、森林火災、海洋汚染、結晶成長など多くの現象のシミュレーションに応用されている。過去の卒業研究においては、迷路を二次元のセル・オートマトンとみなし、最短経路探索に関する研究を行った例もある。最近では、ファジーセル・オートマトン（FCA）とよばれる、取り得る値を整数値に限定しないセル・オートマトン（図3）の研究も進行中である。

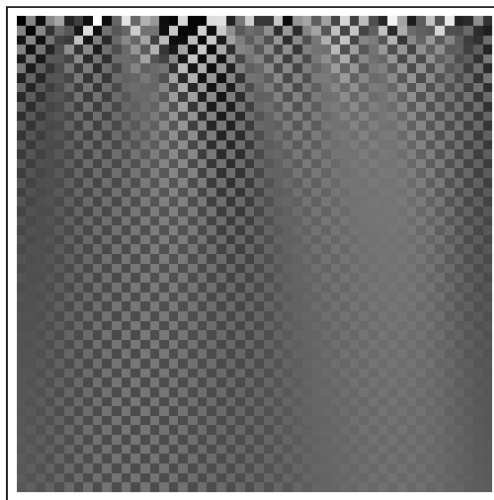


図3：ファジーセル・オートマトン Rule184

セル・オートマトンはルールが単純であり、高校生にとっても、予備知識はほとんど不要で導入可能と思われる。また、FCA以外にもルールを局所的な規則ではなく大域的なものにする、確率を導入するなど様々な拡張があるので、機会があれば生徒さんに紹介していただければ幸いである。