2018 年度入試を振り返る

「高校数学・新課程を考える会」事務局長／予備校講師
大淵智勝

・はじめに

現行課程での数学の大学入試も４年目を終えた。ここ数年，難関大学と呼ばれる大学でも「かなり簡単な問題」を出題するといった傾向もあったが，今年度の入試はその辺りも適度な難易度に戻ってきたといえる。各大学で出題に対してどのような受験生がどのような正答率なのかといったデータを分析しているのかもしれない。いずれにせよ，より「アドミッション・ポリシー」に基づいた入試問題を考えてきていると思われる。また，いよいよ今年度の高校１年生が大学受験をする頃には「新テスト」が始まるということもあり，大学入試センター試験にも少し動きがあったようにも見える。今回も 2018 年度入試の問題などを検討しながら，来年度，さらには，新テストに向けてどのように対応していけば良いのかを考えてみたい。

・大学入試センター試験

2018 年度の大学入試センター試験・本試験では数学 IA で 396,479 人，IIB で約 353,423 人が受験している。受験者の最も多い科目である英語 (筆記) の 546,712 人からすると，数学の受験者数は IA で 72.5％，IIB で 64.6％となる。聞くところによれば,「英語は受けているが，数学は受けていない」という割合が特に大きいのは首都圏の受験生なようである。高校の早い段階から「私立文系専願」にし,「数学を捨てる」という選択肢を選びやすいのが首都圏の特徴なのかもしれない。

平均点は IA が 61.91 点，IIB が 51.07 点であった。2017 年の平均点が IA で 61.12 点，IIB で 52.07 点であったので，平均点だけで見れば，昨年と大差はない。しかし，細かく見ると一概に「大差はない」とは言い切れない。得点分布のばらつきを調べると，IA，IIB ともに昨年と比べて,「得点上位層」にとっては点が取りにくく,「得点下位層」にとっては点が取りやすかったということがわかる。

＜数学 IA ＞

2018 年の IA の出題は例年と同じく第１，２問が数学 I の問題で必答問題，第３～５問は数学 A の問題で３題中２題の選択である。出題分野は以下のようになっている。

第１問	〔1〕数と式 (10 点)	
	〔2〕集合と論理 (10 点)	
	〔3〕二次関数 (10 点)	
第２問	〔1〕三角比 (15 点)	
	〔2〕データの分析 (15 点)	
第３問	場合の数・確率 (20 点)	
第４問	整数の性質 (20 点)	
第５問	図形の性質 (20 点)	

「じっきょう数学資料 No.76」でも書いたが，今年のセンター試験は「新テスト」を少し意識しているのか，今までと違った形式の出題をしている問題がいくつか見受けられる。例えば，第１問〔2〕では，普段の「必要条件・十分条件」の４択のみではなく，２つの論理式のそれぞれの正誤を４択で選ぶという問題が出ている。ただ，集合と論理の正答率という点では，昨年度の出題と大きく変わっているわけではない。また，データの分析では，データから読み取ることのできるものを選ぶ問題に加えて，共分散についての式変形を問う問題が出題された。この式変形の問題は分散が各データの２乗の平均からデータの平均の２乗を引く値となる計算を知っている受験生からすれば，難なく考えられたものと思われる。実際にこの式変形の問題の正答率は約 50％であった。

なお，この問題の「続き」は「数学 I」のみの第４問にあり，分散がデータの２乗の平均から

データの平均の２乗を引くことで求められることを用いた問題がある。なお，このようにセンター試験の問題を用いてデータの分析についての受験対策をする際には，この「数学Ⅰ」のみの方の問題にも注目をすると，よりよい対策ができると考えられる。

一方，必答問題で正答率が低かったのが第２問〔1〕の三角比の問題である。

> 四角形 ABCD において，３辺の長さをそれぞれ AB = 5，BC = 9，CD = 3，対角線 AC の長さを AC = 6 とする。このとき，
>
> $$\cos\angle ABC = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}},\quad \sin\angle ABC = \frac{\boxed{\text{ウ}}\sqrt{\boxed{\text{エ}}}}{\boxed{\text{オ}}}$$
>
> である。
>
> ここで，四角形 ABCD は台形であるとする。
>
> 次の $\boxed{\text{カ}}$ には下の ⓪ ～②から，$\boxed{\text{キ}}$ には③・④から当てはまるものを一つずつ選べ。
>
> CD $\boxed{\text{カ}}$ AB · sin∠ABC であるから $\boxed{\text{キ}}$ である。
>
> ⓪ ＜
> ① ＝
> ② ＞
> ③ 辺 AD と辺 BC が平行
> ④ 辺 AB と辺 CD が平行
>
> したがって，
>
> $$BD = \boxed{\text{ク}}\sqrt{\boxed{\text{ケコ}}}$$
>
> である。
>
> （2018 年度 大学入試センター試験
> 数学Ⅰ・A 第２問〔1〕）

空欄 $\boxed{\text{オ}}$ までは典型的な問題であるため，正解率は 95％と 91％と高いが，その後，空欄 $\boxed{\text{カ}}$ が 69％，$\boxed{\text{キ}}$ が 59％，そして BD の長さでは 6.5％まで低下する。AB と CD が平行だと気づいても，∠ABC と∠BCD の和が 180° であることから，cos∠ABC の値から余弦定理で BD の長さが出せることに気がつくに至らなかったことと思われる。

なお，BD の長さについては，ノーマーク率（マークをしていない割合）が 35％であるので，一旦，打ち切って先に行ければ良かったのだが，ここで時間を取られた上に正解できなかった受験生が多いということになる。また，昨年度の三角比の問題別の正答率は，60 ～ 94％であることからすると，最後の問題がとれなかったことが「得点上位層が点を取りにくかった」ことの要因の一つと考えられる。

さらに「得点上位層が点を取りにくく，得点下位層が点を取りやすくなった」という傾向が見られるのが第３問である。この場合の数・確率の問題別の正解率は昨年度が 41 ～ 88％であるのに対し，今年度は 15 ～ 95％と問題による正答率のばらつきに開きがある。

センター試験が実施された後，受験生の国公立大学の出願校の決定などのために速報値として出てくる「平均点」でセンター試験の前年との比較をしがちであるが，とりわけセンター試験を利用した国公立大学の募集人員が毎年約 10 万人であるということを考えると，平均点ではなく「得点上位層の動向」を見ていく必要がある。

＜数学 IIB ＞

2018 年の IIB の出題は例年と同じく第１，２問が数学 II の問題で必答問題，第３～５問は数学 B の問題で３題中２題の選択である。数学 II の分野はすべてを出題することが難しく，年によっては三角関数の代わりに図形と方程式の分野となっていることがあるが，今年は例年通りであり，出題分野は以下のようになっている。

第１問	〔1〕	三角関数（15 点）
	〔2〕	指数関数・対数関数（15 点）
第２問		微分積分（30 点）
第３問		数列（20 点）
第４問		ベクトル（20 点）
第５問		確率・統計（20 点）

そしてやはり今年の数学 IIB で触れないわけにはいかないのが，第１問〔1〕の最初の問題である。

(1)　1ラジアンとは，$\boxed{\text{ア}}$のことである。

$\boxed{\text{ア}}$に当てはまるものを，次の⓪〜③のうちから一つ選べ。

⓪ 半径が1，面積が1の扇形の中心角の大きさ

① 半径がπ，面積が1の扇形の中心角の大きさ

② 半径が1，弧の長さが1の扇形の中心角の大きさ

③ 半径がπ，弧の長さが1の扇形の中心角の大きさ

(2) 144° を弧度で表すと$\dfrac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}}\pi$ラジアンである。

また，$\dfrac{23}{12}\pi$ラジアンを度で表すと$\boxed{\text{エオカ}}$°である。

（2018 年度 大学入試センター試験
数学Ⅱ・B　第 1 問〔1〕）

(1)の「ラジアンの定義」の正解率は 54%，(2)の 144° と $\dfrac{23}{12}\pi$ がそれぞれ 63％であり，一方，ノーマーク率は(1)が２％，(2)が４％であるから，ここで考え込んでしまった受験生も多いのではないだろうか。例年，三角関数の最初の問題は正答率が８割を超え，そこから問題が進むにつれて正答率が 35％程度まで下がるようになっている。しかし今年度は，最初が上記のような正答率，この次の問題で８割に戻るが，最後はまた 36％になる。

弧度法の定義は当然数学Ⅱの教科書にもあり，授業でも扱われているはずであるが，ここ最近のセンター試験では扱われていない上に，他の入試問題でもほとんど聞かれることがないため「軽視」されていたのだろうと思われる。ラジアンで表された角度で計算を進めていくことができることももちろん重要ではあるが，「定義」はより重要なものである。なお，(2)に「弧度」とあるわけで，もし「ラジアン」という言葉自体の意味を忘れてしまっても，「弧度法」が「弧の長さで角度を定義する方法」であることを思い出せば(1)も何とか答えられたのではなかろうか。

なお，このように大問の最初に「定義」から入ったものには 2015 年度本試験の第２問がある。この問題では，与えられた関数の平均変化率と，極限を使った定義式から微分係数を求めるもので，問題別の正答率が 58 〜 63％と微分積分の最初の問題としては低かったことがあった。

また，今年度の問題では第２問の「煩雑さ」が上げられる。「新テスト」の試行調査のように問題文が長く，これを読み取った上で，自ら図を描いて，計算をしていく必要がある。例年であれば，第２問は最初の問題の正答率が９割，最後の方の問題の正解率が２割で，最後の方の問題のノーマーク率が 45％程度なのであるが，このこともあり，今年度の問題では，最初の問題の正答率は９割だが，最後の問題の正答率は５％でノーマーク率も 59％に達した。

なお，第３，４問は例年通りで正答率は最初の方の問題が８割，最後の方が１割弱であるが，今年度の方が最後の方の問題の正解率が２％前後大きい。また，最後の方の問題のノーマーク率も例年は 60 〜 65％であるが，今年度は数列が 58％，ベクトルが 59％とこちらは若干小さい。

全体としての得点分布を見ると，上位５％の受験生にとっては昨年度よりも点が少し取りやすくなっており，上位５〜 50％の受験生にとっては昨年度よりも点が取りにくくなっている傾向が見られる。上位５〜 50％辺りの受験者層は，普段から数学の典型的な問題のパターンを認識して解くことに対しては慣れてはいるのだろうが，今年度のラジアンの定義や，問題文が長い微積分の問題などには慣れていないため，苦戦を強いられたこととなったのだろうと思われる。

「新テスト」に関しては「知識から思考力へ」と，時折報じられるが，それは誤りで，大学入試センターなどからの情報によれば「知識の上に，思考力が必要」だということである。となると，「解き方を覚える」だけでは新テストには全く歯が立たないことになる。したがって，今回上げたような入試問題などを通じて「問題文を読んで考える，ということが，「新テスト」に向けてもより一層，重要度が増してくるであろう。

・大学の個別入試

昨年度は東京大学，一橋大学がかなり「簡単な問題」を出したことが話題になったが，今年はそこまで「簡単すぎる」という問題は見受けられなかった。とはいえ，解きやすい問題は各大学で出題されており，数学の勉強を一通り終え，受験勉強へと向かうにあたり，まずは解いてみたい問題は多い。逆に言えば，それらの問題は数学が苦手であっても解けないと，その大学の合格というところには至らない問題ということとなる。

まず，東京大学・理科 第 1 問は数学 III を一通り勉強をした生徒であれば，まずその受験勉強への入り口として解いてみるのによい問題ではないだろうか。

> 関数
> $$f(x)=\frac{x}{\sin x}+\cos x \qquad (0<x<\pi)$$
> の増減表をつくり，$x\to+0$，$x\to\pi-0$ のときの極限を調べよ。
>
> （2018 年度 東京大学 前期 数学（理科） 第 1 問）

$f'(x)$ を求めただけでは,

$$\begin{aligned}f'(x)&=\frac{\sin x-x\cos x}{\sin^2 x}-\sin x\\&=\frac{\sin x-x\cos x-\sin^3 x}{\sin^2 x}\\&=\frac{\sin x\left(1-\sin^2 x\right)-x\cos x}{\sin^2 x}\\&=\frac{\sin x\cos^2 x-x\cos x}{\sin^2 x}\\&=\frac{\cos x(\sin x\cos x-x)}{\sin^2 x}\end{aligned}$$

となるので分子のカッコ内の「$\sin x\cos x-x$」の符号をさらに探るためにこれを微分するなどする必要がある。

微分の計算ができるというだけでなく，その先の「符号を調べる」という目的のためにどのような式変形をし，さらにどうするべきかを考えるという点で，一通りの典型的な問題の考え方が身についているかをチェックすることができると思われる。

また，東京大学の文理共通問題である理科第 4 問（文科では第 3 問で(1)に小問が付いている）も，グラフを考えれば典型的な考え方で処理ができる。

> $a>0$とし，
> $$f(x)=x^3-3a^2x$$
> とおく。次の 2 条件をみたす点 $(a,\ b)$ の動きうる範囲を求め，座標平面上に図示せよ。
>
> 条件 1 ：方程式$f(x)=b$は相異なる 3 実数解をもつ。
>
> 条件 2 ：さらに，方程式$f(x)=b$の解を$\alpha<\beta<\gamma$とすると$\beta>1$である。
>
> （2018 年度 東京大学 前期 数学（理科） 第 4 問）

さらに「ベクトル」の加法がわかっているかどうかを見る上では，東京大学・理科第 3 問あたりも考えてみたい問題である。

> 放物線 $y=x^2$ のうち $-1\leqq x\leqq 1$ をみたす部分を C とする。座標平面上の原点 O と点 $\mathrm{A}(1,\ 0)$ を考える。 $k>0$ を実数とする。点 P が C 上を動き，点 Q が線分 OA 上を動くとき，
> $$\overrightarrow{\mathrm{OR}}=\frac{1}{k}\overrightarrow{\mathrm{OP}}+k\overrightarrow{\mathrm{OQ}}$$
> をみたす点 R が動く領域の面積を$S(k)$とする。
>
> $S(k)$および $\displaystyle\lim_{k\to+0}S(k)$，$\displaystyle\lim_{k\to\infty}S(k)$ を求めよ。
>
> （2018 年度 東京大学 前期 数学（理科） 第 3 問）

放物線 C を O を中心に k 分の 1 倍に縮小したものとそれを x 軸方向に平行移動させたものの通過領域を考えればよく，隙間が空くかどうかで場合分けが必要ではあるが，文系でも $S(k)$ までは求められる問題である。典型的なベクトルの問題というわけではないが，ベクトルの性質を理解していれば容易に状況を把握できる問題である。そのため，実際の入試でも手が付けられたかどうかで差がつく問題であったのではないだろうか。

また，現行課程では数学 III にある「複素数平面」の問題としては，東京工業大学の第 1 問がある。

a，b，c を実数とし，３つの２次方程式

$$x^2+ax+1=0 \quad \cdots ①$$

$$x^2+bx+2=0 \quad \cdots ②$$

$$x^2+cx+3=0 \quad \cdots ③$$

の解を複素数平面上で考察する。

(1)　２つの方程式①，②がいずれも実数解を持たないとき，それらの解はすべて同一円周上にあるか，またはすべて同一直線上にあることを示せ。また，それらの解がすべて同一円周上にあるとき，その円の中心と半径を a，b を用いて表せ。

(2)　３つの方程式①，②，③がいずれも実数解を持たず，かつそれらの解がすべて同一円周上にあるための必要十分条件を a，b，c を用いて表せ。

（2018 年度 東京工業大学 前期 数学 $\boxed{1}$ ）

複素数平面は数学 III でも，「微分積分」に対して，どうしても学習をする時期が遅くなることがあるため，理解度が低い。しかも，そこに図形の性質が入ってくるので，大学が思っていたよりも正答率は低かったのではないだろうか。

(1) は，それぞれの方程式の２解は，共役なので実軸対称である。$a=b$ のときは，実軸に垂直な直線上に４点があり，$a \neq b$ のときは，４点で等脚台形ができるので同一円周上にある。後者の場合，実軸対称なので円の中心は実軸上にあることから，その中心を p などとおいて計算をしていけばよい。これがわかれば (2) はその円周上に③の２解がある条件を求めていけばよいこととなる。

このように，東京大学や東京工業大学の問題だからといって，すべての問題が超難問というわけではなく，そのレベルの大学ではない大学を目指す受験生にとっても「時間がかかってもいいから解いてほしい問題」というものはある。これらの問題は「典型的な問題を知っている」というだけではなく，その「考え方」がしっかりとわかっていないと解けない。こういった問題を時間をかけて考えて解ききるということができれば，受験生にとっても自信につながるのではないだろうか。

「新テスト」ということも視野に入れるのであれば，こういった問題文を読んで「どうすればいいか」を考えることが，あの長い問題文の把握の前に必要なことである。いずれにしても，問題文を読みながら，図を描いたり計算式を立ててみるといった「能動的な作業」が足りていない受験生が多々見られる。まずはこの点を改善していくことが重要で，それが「新テスト」にもつながっていくと思われる。