実践記録

数学の苦手な生徒を対象にした三角比の導入方法について

～三角比の別の見方～

山口県立高森高等学校教諭　**西元教善**

1. はじめに

三角比にはさまざまな性質があり，数学の苦手な生徒にとっては「わからない」ことが雪だるま式に増えていくようである。なぜそのような性質が成り立つのかが教科書の説明だけでは十分に理解できず，やむなく結果(公式)のみ暗記せざるを得なくなり，その繰り返しをすることで理解を伴わない空虚な操作・作業を繰り返すことがある。

それ以前に，定義の意味がわからない，覚えられないという根本的な問題さえある。導入の仕方を刷新する必要があると思い始めたのは，基礎学力の定着が不十分と思われる本校に転勤してからである。三角比の定義やその呼称の段階で躓いて，先に進めない生徒に，一歩でも先に進める三角比の導入方法について考察してみた。

2. 三角比の定義・相互関係について

～数学の苦手な生徒にとってもわかりやすいもの～

三角比の定義の記憶法として定番なのは，たとえばsinならばｓの筆記体$\mathscr{s}$を書くようにして

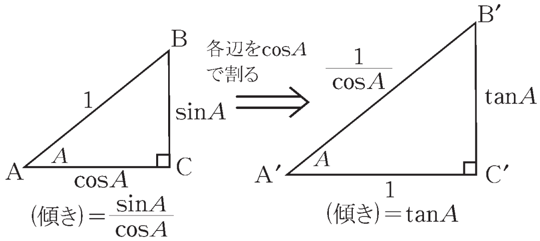
$$\sin A=\frac{\mathrm{BC}}{\mathrm{AB}}\quad つまり\ (正弦)=\frac{(高さ)}{(斜辺)}$$

で覚えさせる方法であるが，最近では中学校で筆記体を扱わないので，これも使いづらい。

特に，斜辺$\mathrm{AB}=1$とすれば，(正弦) = (高さ)，(余弦) = (底辺)，(正接)$=\dfrac{(高さ)}{(底辺)}$で，正接だけ割合になっている。長さでないとその意味がわからない生徒さえいる。さらには，記号sin，cos，tan やその日本語呼称である正弦，余弦，正接が結びつかない，さらにはその用語を構成する漢字「正」「余」「弦」「接」に拘り，どうして$\dfrac{(高さ)}{(斜辺)}$を正弦，$\dfrac{(底辺)}{(斜辺)}$を余弦，$\dfrac{(高さ)}{(底辺)}$を正接というのか，余った弦とは何かと聞いたりする有様である。

定義とは約束事であるから受け入れろ，といってもその語感に拘って，そこから先に進めないこともあり，彼ら・彼女らが受け入れられる，つまり，既有の数学的シェマへの同化が容易になる定義をしなければならないと思った次第である。

１つの方法は$\mathrm{AB}=1$，$\angle\mathrm{C}=90°$である$\triangle\mathrm{ABC}$において，高さ BC の長さをAの正弦，底辺 AC の長さをAの余弦，Aの正接は直線 AB の傾きと説明するものである。



上図から，三角比の相互関係① $\tan A=\dfrac{\sin A}{\cos A}$が得られる。三平方の定理を使うと左図から三角比の相互関係② $\sin^2 A+\cos^2 A=1$が導かれ，右図からは三角比の相互関係③$1+\tan^2 A=\dfrac{1}{\cos^2 A}$が導かれる。

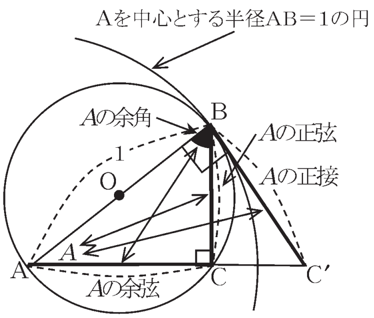
正弦，余弦，正接が数学Ａで扱う接弦(教科書では「弦と接線がつくる角の定理」としてあり「接弦」という語は出ていないが)と一緒くたになって混乱する生徒も見受けられる。

サイン(sine)，コサイン(cosine)，タンジェント(tangent)をそれぞれ正弦，余弦，正接と呼んでいるが，なぜそのように呼ぶのかの説明がないので，これも機械的に暗記しなければならない。

「弦」という語は円上の異なる２点を結ぶ線分の長さであることは中学校でも学んでいる。「接」は接する，接線に関わるのだろうということは予想できるだろうが，「余」とは何なのかという疑問

を持って当然である。所謂「できる生徒」はすんなりと受け入れるが，苦手な生徒の方がそれに拘り続けているようでもある。

「余」については3でも考察するが，余角に関係する。余角とは「２つの角の和が直角であるとき，その一方の角の他の角のこと」をいう。つまり，直角三角形の直角以外の２角に対しては，互いに余角の関係にある。



上のような AB (= 1) を直径とする円に内接する△ ABC を考えると ∠C = 90° の直角三角形である。また，辺 BC, AC は円 O の**弦**である。

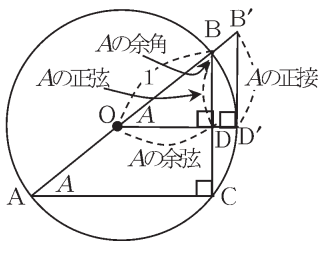
ここで，Aについて考えれば，Bは余角である。A は正に（まさに）考えているそのものであるから，これを「正角」と呼ぶこととする。すると，次のように言える。

正角 A の対辺である**弦** BC が「A の**正弦**」

B は A の余角であるが，この場合の「余」とは「他」という意味である。つまり，直角三角形において直角以外の２つの角のうち１つの角に着目するとき，他の角はその角の「余角」と呼ばれるので，次のように言える。

A の**余**角の対辺である**弦** AC が「A の**余弦**」

また，頂点 A を中心とし，辺 AB を半径とする円上の点 B における接線と AC の延長との交点を C′ とするとき，△ ABC′において，
正角 A の対辺BC′(Bにおける**接**線) が「Aの**正接**」である。



また，前図のように半径を１とする方が今後都合がよい（三角比の拡張のとき）ので，OB = 1 とし，O から辺 BC に下した垂線を OD，OD の延長と円との交点を D′ とし， D′ における円 O の接線と OB の延長との交点を B′ とするとき，BD を「A の正弦」，OD を「A の余弦」，B′D′ を「A の正接」とした方がよいのかもしれないが，これでは「弦」という語感にそぐわなくなってしまう。

3. 余角の三角比

$90° - A$ の三角比の直後にある「次の三角比を 45°以下の角の三角比で表せ。」という問題に戸惑う生徒がいる。その真意を理解させるには若干の補足が必要である。たとえば，次のように説明するとよい。

「$45° < \alpha < 90°$ である角 α の三角比 $\sin\alpha$，$\cos\alpha$，$\tan\alpha$ をその**余角**である角 $\beta = 90° - \alpha$（必然的に $0° < \beta < 45°$ となる）の三角比 $\sin\beta$，$\cos\beta$，$\tan\beta$ で表せ。」

直角三角形の直角以外の２角は互いに「余角」であるから，一方の角の正弦，余弦，正接は「余角の三角比」により，それぞれ他方の角の余弦，正弦，正接の逆数になる。

最近はこの「余角」という語も使わなくなった。「$90° - A$ の三角比」は「余角の三角比」の公式，また,「$180° - \theta$ の三角比」の公式は「補角の三角比」の公式と呼べる。この方が公式名としてはすっきりとすると思う。

4. まとめ

三角比を数学の苦手な生徒に教えていて思うのは,「正弦」,「余弦」,「正接」の「正」,「余」,「弦」,「接」をいう語のもつ意味が生徒によくわかるような説明がなく，そのことが生徒を大いに惑わせているということである。天下り式に定義するのであるから語の意味を反映していなくても構わないではないかという意見もあろうが，そこに拘って先に進めない数学の苦手な生徒が決して少なくないので，その点を反省，是正するのが本稿の目的であった。