

第 9 章

1. 圧力角を $\alpha = 20^\circ$ として，表 9-3 より

$$d = mz = 5 \times 25 = 125 \text{ mm}$$

$$d_a = d + 2h_a = d + 2m = 125 + 2 \times 5 = 135 \text{ mm}$$

$$d_f = d - 2h_f = d - 2 \times 1.25m = 125 - 2 \times 1.25 \times 5 = 112.5 \text{ mm}$$

$$d_b = d \cos \alpha = 125 \times \cos 20^\circ = 117.46 \text{ mm}$$

$$h_a = m = 5 \text{ mm}$$

$$h_f = 1.25m = 1.25 \times 5 = 6.25 \text{ mm}$$

$$p = \pi m = \pi \times 5 = 15.71 \text{ mm}$$

$$s = \frac{p}{2} = \frac{\pi m}{2} = \frac{\pi \times 5}{2} = 7.85 \text{ mm}$$

2. 圧力角を $\alpha = 20^\circ$ として，表 9-3 より

$$d_a = m(z + 2) \text{ より}$$

$$m = \frac{d_a}{z + 2} = \frac{89}{20 + 2} = 4.05 \text{ mm}$$

表 9-2 (モジュールの標準値) より， $m = 4 \text{ mm}$ と決定する。

3. 式 9-4 より

$$i = \frac{z_2}{z_1} = \frac{30}{17} = 1.765$$

$$N_2 = N_1 \frac{z_1}{z_2} = 1200 \times \frac{17}{30} = 680 \text{ min}^{-1}$$

式 3-26 より

$$v = r\omega = \frac{d_1}{2} \frac{2\pi N_1}{60} = \frac{mz_1}{2} \frac{2\pi N_1}{60} = \frac{3 \times 10^{-3} \times 17}{2} \times \frac{2\pi \times 1200}{60} = 3.20 \text{ m/s}$$

4. 表 9-3 より

$$a = \frac{m(z_1 + z_2)}{2} = \frac{2(20 + 31)}{2} = 51 \text{ mm}$$

両歯車の基礎円直径を d_{b1} および d_{b2} として

$$d_{b1} = d_1 \cos \alpha_n = mz_1 \cos \alpha_n, \quad d_{b2} = d_2 \cos \alpha_n = mz_2 \cos \alpha_n$$

中心距離を 3 mm 離れたときの中心距離を a' として

$$a' = a + 3 = 51 + 3 = 54 \text{ mm}$$

中心距離が a' のときのかみあい圧力角を α' ，両歯車のかみあいピッチ円直径を d'_{p1} ， d'_{p2} とすると

$$\frac{d'_{p1}\cos\alpha'}{2} = \frac{d_{b1}}{2} \quad , \quad \frac{d'_{p2}\cos\alpha'}{2} = \frac{d_{b2}}{2}$$

$$d'_{p1} = \frac{d_{b1}}{\cos\alpha'} = \frac{mz_1\cos\alpha_n}{\cos\alpha'} \quad , \quad d'_{p2} = \frac{d_{b2}}{\cos\alpha'} = \frac{mz_2\cos\alpha_n}{\cos\alpha'}$$

$$a' = \frac{d'_{p1} + d'_{p2}}{2} = \frac{m(z_1 + z_2)\cos\alpha_n}{2\cos\alpha'}$$

以上より

$$\alpha' = \cos^{-1} \left\{ \frac{m(z_1 + z_2)\cos\alpha_n}{2a'} \right\} = \cos^{-1} \left\{ \frac{2(20 + 31) \times \cos 20^\circ}{2 \times 54} \right\} = 27.44^\circ$$

$$d'_{p1} = \frac{mz_1\cos\alpha_n}{\cos\alpha'} = \frac{2 \times 20 \times \cos 20^\circ}{\cos 27.44^\circ} = 42.4 \text{ mm}$$

$$d'_{p2} = \frac{mz_2\cos\alpha_n}{\cos\alpha'} = \frac{2 \times 31 \times \cos 20^\circ}{\cos 27.44^\circ} = 65.6 \text{ mm}$$

5. 式 9-12 より

$$x \geq 1 - \frac{z\sin^2\alpha_n}{2} = 1 - \frac{10 \times \sin^2 20^\circ}{2} = 0.415$$

$$xm = 0.415 \times 6 = 2.49 \text{ mm}$$

6. かみあい圧力角は法線方向バックラッシを無視して式 9-13 より

$$\begin{aligned} \text{inv}\alpha &= 2\tan\alpha_n \left(\frac{x_1 + x_2}{z_1 + z_2} \right) + \text{inv}\alpha_n \\ &= 2 \times \tan 20^\circ \left(\frac{0.45 + 0.45}{10 + 10} \right) + \tan 20^\circ - \frac{20^\circ \times \pi}{180^\circ} = 0.04766 \end{aligned}$$

インボリュート関数表などから $\alpha = 28.9^\circ$ となる。

かみあいピッチ円直径は式 9-18 より

$$d_{p1} = \frac{z_1 m \cos\alpha_n}{\cos\alpha} = \frac{10 \times 6 \times \cos 20^\circ}{\cos 28.9^\circ} = 64.4 \text{ mm}$$

中心距離増加係数は式 9-14 より

$$y = \frac{z_1 + z_2}{2} \left(\frac{\cos\alpha_n}{\cos\alpha} - 1 \right) = \frac{10 + 10}{2} \left(\frac{\cos 20^\circ}{\cos 28.9^\circ} - 1 \right) = 0.7336$$

歯先円直径は式 9-16 より

$$\begin{aligned} d_{a1} &= (z_1 + 2)m + 2(y - x_2)m \\ &= (10 + 2) \times 6 + 2 \times (0.7336 - 0.45) \times 6 = 75.4 \text{ mm} \end{aligned}$$

歯たけは $k = 0.25$ として式 9-20 より

$$\begin{aligned} h &= (2 + k)m - (x_1 + x_2 - y)m \\ &= (2 + 0.25) \times 6 - (0.45 + 0.45 - 0.7336) \times 6 = 12.5 \text{ mm} \end{aligned}$$

7. $z_1 = z'_2 = 16$, $z_2 = z_3$ と仮定すると、式 9-21 より

$$i = \frac{z_2 z_3}{z_1 z'_2} = \left(\frac{z_2}{z_1}\right)^2$$

$$\text{これより, } z_2 = z_1 \sqrt{i} = 16\sqrt{5} = 35.8$$

以上と歯数が整数であることから、 $z_2 = z_3 = 36$ が候補となる。

ここで、小歯車と大歯車の歯数が「互いに素」となる組み合わせを考慮すると $z_2 = z_3 = 35 \text{ or } 37$ も候補としてよい。「互いに素」となる組み合わせでは、すべての歯が均一に摩耗し滑らかな動力伝達が期待できる。そこで、それぞれの組み合わせにおける速度伝達比を確認する。

候補(1) $z_2 = z_3 = 36$ の場合、目標値 $i = 5$ に対して +1.25%

$$i = \frac{36 \times 36}{16 \times 16} = 5.063$$

候補(2) $z_2 = z_3 = 35$ の場合、目標値 $i = 5$ に対して -4.30%

$$i = \frac{35 \times 35}{16 \times 16} = 4.785$$

候補(3) $z_2 = z_3 = 37$ の場合、目標値 $i = 5$ に対して +6.95%

$$i = \frac{37 \times 37}{16 \times 16} = 5.348$$

候補(4) $z_2 = 35$, $z_3 = 37$ の場合、目標値 $i = 5$ に対して +1.17%

$$i = \frac{35 \times 37}{16 \times 16} = 5.059$$

以上のように所定の速度伝達比、2つの大歯車の歯数を可能な限り等しくするという条件、さらには歯車の摩耗を考慮した結果、候補(4)の組み合わせが妥当と考え、 $z_2 = 35$, $z_3 = 37$ に決定する。

8. まず、強度計算に必要な円周力をモジュールの関数として記述すると以下ようになる。

円周力 F_t [N] は式 3-26 と式 3-51 で示される周速度 v [m/s] と伝達動力 P [W] の関係と、モジュール m [mm] と小歯車の基準円直径 d_1 [mm] の関係を示す式 9-3 より

$$v = r\omega = \frac{d_1}{2} \frac{2\pi N_1}{60} \qquad P = F_t v \qquad d_1 = m z_1$$

$$F_t = \frac{60P}{m \times 10^{-3} z_1 \pi N_1} \quad [\text{N}]$$

ここで、モジュール m の単位は $[\text{mm}]$ であり、円周力 F_t の単位を $[\text{N}]$ で計算するために、式中では $m \times 10^{-3}$ とすることで、長さの単位を基本単位のメートル $[\text{m}]$ に換算していることに注意を要する。

【歯面強さによるモジュールの検討】

モジュール m $[\text{mm}]$ は、面圧力 σ_H $[\text{MPa}]$ を求める式 9-34 に、円周力 F_t $[\text{N}]$ 、小歯車基準円直径 d_1 $[\text{mm}]$ および歯幅 b $[\text{mm}]$ を代入し以下のように導出できる。ここで、歯幅はモジュールの 6～10 倍が一般的であり、今回は定数 A を歯幅定数として用いて $b = Am$ $[\text{mm}]$ と定義した。

$$m = \sqrt[3]{\frac{60P \left(\frac{i+1}{i} \right)}{A \times 10^{-3} \pi z_1^2 N_1 \left(\frac{\sigma_H}{Z_H Z_M Z_\varepsilon \sqrt{K_{H\beta} K_V K_O} \times S_F} \right)^2}}$$

また、式中の各係数は以下のように決定する。

・歯幅定数 A 今回は $A=10$ （歯幅はモジュールの 10 倍）とする。

・領域係数 Z_H

平歯車のためねじれ角は $\beta = 0$ であり、式 9-35 より

$$Z_H = \frac{1}{\cos \alpha_{ns}} \sqrt{\frac{2 \cos \beta_g}{\tan \alpha_s}} = \frac{1}{\cos 20^\circ} \sqrt{\frac{2 \cos 0^\circ}{\tan 20^\circ}} = 2.5$$

・材料定数係数 Z_M

式 9-37 および表 9-7 より

$$Z_M = \sqrt{\frac{1}{\pi \left(\frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \right)}} = \sqrt{\frac{1}{\pi \left(\frac{1 - 0.3^2}{206 \times 10^3} + \frac{1 - 0.3^2}{206 \times 10^3} \right)}} = 189.8 \sqrt{\text{MPa}}$$

・かみあい率係数 Z_ε 平歯車であるので $Z_\varepsilon = 1.0$

・歯すじ荷重分布係数 $K_{H\beta}$

基準円直径と歯幅の比 (b/d_1) を以下のように決定し、また軸受けを両端対称支持と仮定して表 9-8 より $K_{H\beta} = 1.05$ と決定する。

$$\frac{b}{d_1} = \frac{Am}{mz_1} = \frac{A}{z_1} = \frac{10}{20} = 0.5$$

- ・ 動荷重係数 K_V

表 9-5 より決定するのだが，モジュールが決定していないため表中の最大値を採用して $K_V = 2.0$ と仮定する。

- ・ 過負荷係数 K_O

表 9-6 より，駆動が電動機であり，被動機械の衝撃を中程度と想定して， $K_O = 1.25$ と仮定する。

- ・ 安全率 $S_F = 1.2$ とする。

また，付表 9-2 より S35C の許容面圧力 $\sigma_{Hlim} = 455\text{MPa}$ を決定し，これを面圧力 σ_H に代入してモジュールを求める。

$$m = \sqrt[3]{\frac{60P \left(\frac{i+1}{i} \right)}{A \times 10^{-3} \pi z_1^2 N_1 \left(\frac{\sigma_H}{Z_H Z_M Z_\varepsilon \sqrt{K_{H\beta} K_V K_O} \times S_F} \right)^2}}$$

$$= \sqrt[3]{\frac{60 \times 7.5 \times 10^3 \left(\frac{2+1}{2} \right)}{10 \times 10^{-3} \times \pi \times 20^2 \times 1450 \left(\frac{455}{2.5 \times 189.8 \times 1.0 \sqrt{1.05 \times 2.0 \times 1.25 \times 1.2}} \right)^2}} = 5.34 \text{ mm}$$

モジュールは表 9-2 に示す標準値から $m = 6\text{mm}$ に決定し，歯幅は $b = Am = 10 \times 6 = 60\text{mm}$ と決定できる。

【歯元の曲げ強さの検討】

つぎに，歯面強さから決定したモジュールと歯幅を用いて歯元の曲げ強さを検討する。

歯元の曲げ応力は式 9-26 で計算でき，各パラメータは以下のように決定する。

- | | | |
|---------|---|---|
| ・ モジュール | $m = 6\text{mm}$ | ・ 歯幅 $b = 60\text{mm}$ |
| ・ 歯数 | $z_1 = 20$ | $z_2 = iz_1 = 2 \times 20 = 40$ |
| ・ 基準円直径 | $d_1 = mz_1 = 6 \times 20 = 120\text{mm}$ | $d_2 = mz_2 = 6 \times 40 = 240\text{mm}$ |

・ 齒先円半径 $r_{a1} = d_{a1}/2 = m(z_1 + 2)/2 = 6(20 + 2)/2 = 66 \text{ mm}$

$$r_{a2} = d_{a2}/2 = m(z_2 + 2)/2 = 6(40 + 2)/2 = 126 \text{ mm}$$

・ 基礎円半径 $r_{b1} = d_{b1}/2 = d_1 \cos \alpha / 2 = 120 \times \cos 20^\circ / 2 = 56.38 \text{ mm}$

$$r_{b2} = d_{b2}/2 = d_2 \cos \alpha / 2 = 240 \times \cos 20^\circ / 2 = 112.76 \text{ mm}$$

・ 中心距離 $a = (d_1 + d_2)/2 = (120 + 240)/2 = 180 \text{ mm}$

・ 周速度 $v = \pi d_1 N_1 / 60 = \pi \times 120 \times 10^{-3} \times 1450 / 60 = 9.11 \text{ m/s}$

・ 円周力

$$F_t = \frac{60P}{m \times 10^{-3} z_1 \pi N_1} = \frac{60 \times 7.5 \times 10^3}{6 \times 10^{-3} \times 20 \pi \times 1450} = 824 \text{ N}$$

・ 齒形係数 Y_F

図 9-20 で $z_1 = 20$, $x_1 = 0$ (転位なし) より $Y_F = 2.8$

・ 荷重分布係数 Y_ε

式 9-7 より 正面かみあい率 ε_α は

$$\begin{aligned} \varepsilon_\alpha &= \frac{\sqrt{r_{a1}^2 - r_{b1}^2} + \sqrt{r_{a2}^2 - r_{b2}^2} - a \sin \alpha}{\pi m \cos \alpha} \\ &= \frac{\sqrt{66^2 - 56.38^2} + \sqrt{126^2 - 112.76^2} - 180 \times \sin 20^\circ}{\pi \times 6 \times \cos 20^\circ} = 1.636 \end{aligned}$$

式 9-31 より

$$Y_\varepsilon = \frac{1}{\varepsilon_\alpha} = \frac{1}{1.636} = 0.612$$

・ ねじれ角係数 Y_β

平齒車のためねじれ角は $\beta = 0$ であり, 式 9-32 より $Y_\beta = 1.0$

・ 過負荷係数 K_O

齒面強さの検討と同様, 表 9-6 より, 駆動が電動機であり, 被動機械の衝撃を中程度と想定して, $K_O = 1.25$ とする。

・ 動荷重係数 K_V

表 9-5 の注意書き b) と c) より

線荷重

$$f_u = \frac{F_t K_O}{b} = \frac{824 \times 1.25}{60} = 17.2 \text{ N/mm}$$

換算速度

$$V = \frac{z_1 v}{100} \sqrt{\frac{i^2}{i^2 + 1}} = \frac{20 \times 9.11}{100} \sqrt{\frac{2^2}{2^2 + 1}} = 1.63 \text{ m/s}$$

表 9-5 において線荷重を「軽荷重」，換算速度を「高 3.0」，平歯車の精度等級を「N8」と仮定して $K_V = 2.0$ と決定する。

・安全率 $S_F = 1.2$ とする。

以上のパラメータを用いて歯元の曲げ応力は，式 9-26 より

$$\begin{aligned} \sigma_F &= \frac{F_t}{mb} Y_F Y_\epsilon Y_\beta K_V K_O S_F \\ &= \frac{824}{6 \times 60} \times 2.8 \times 0.612 \times 1.0 \times 2.0 \times 1.25 \times 1.2 = 11.8 \text{ MPa} \end{aligned}$$

付表 9-2 より S35C の許容曲げ力は $\sigma_{Flim} = 173 \text{ MPa}$ であり，計算で求めた歯元の曲げ応力 σ_F に比べ σ_{Flim} が十分に大きいことから安全が確認できた。

なお，ここでは省略するが，最終的に決定したモジュールと歯幅を用いて実際に作用する面圧力を求め，許容面圧力と比較して安全性を確認しておくことも重要である。

以上