

第2章

1 ベクトル

1.1 座標平面と点の位置

■練習問題(解答) p.85

- 1 ■ (1) 略
(2) 略

1.2 ベクトルの和とスカラー倍

■練習問題(解答) p.89

■ 1 ■ 略

■ 2 ■ $\vec{AD} = \vec{AB} + \vec{BD} = \mathbf{a} + 2\mathbf{b}$
 $\vec{EB} = \vec{EA} + \vec{AB} = -2\mathbf{b} + \mathbf{a}$
 $\vec{EC} = \vec{ED} + \vec{DC} = \mathbf{a} - \mathbf{b}$

■ 3 ■ 略

■ 4 ■ $|T_A| = 10 \sin 30^\circ = 5 \text{ kgW}$
 $|T_B| = 10 \cos 30^\circ = 3\sqrt{3} \text{ kgW}$

1.3 ベクトルの成分表示

■練習問題(解答) p.91

- 1 ■ (1) $(-6, 3) = n(1, 2) + m(-2, 1)$ より、 $-6 = n - 2m$, $3 = 2n + m$ 、連立方程式を解き、
 $n = 0, m = 3$ したがって、 $\vec{c} = 0\vec{a} + 3\vec{b}$
 (2) $(-9, 11) = n(-2, 2) + m(1, 3)$ より、 $-9 = -2n + m$, $11 = 2n + 3m$ 、連立方程式を解き、
 $n = \frac{19}{4}, m = \frac{1}{2}$

■ 2 ■ 略

1.4 ベクトルの内積

■練習問題(解答) p.94

■ 1 ■ (1) $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}| \cos \frac{\pi}{6} = 3 \cdot 6 \frac{\sqrt{3}}{2} = 15\sqrt{3}$

$$(2) \vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}| \cos \frac{\pi}{4} = 5 \cdot 5 \frac{\sqrt{2}}{2} = 25 \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$(3) \vec{a} \cdot \vec{b} = (4, 2) \cdot (3, 4) = 12 + 8 = 20$$

$$(4) \vec{a} \cdot \vec{b} = (-1, 3) \cdot (2, 5) = -2 + 15 = 13$$

■ 2 ■ (1) $|\vec{a} + \vec{b}|^2 = \vec{a}^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b}^2 = 3^2 + 2(-1) + 1 = 8$ 、したがって、与式 $= 2\sqrt{2}$

(2) $2|\vec{a} + \vec{b}|^2 = 4\vec{a}^2 + 4\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b}^2 = 4 \cdot 9 - 4 + 1 = 33$ 、したがって、与式 $= \sqrt{33}$

(3) $|\vec{a} - \vec{b}|^2 = \vec{a}^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b}^2 = 9 + 2 + 1 = 12$ 、したがって、与式 $= 2\sqrt{3}$

(4) $|(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (2\vec{a} - \vec{b})| = 2\vec{a}^2 + \vec{a} \cdot \vec{b} - \vec{b}^2 = 18 - 1 - 1 = 16$

■ 3 ■ 図より、 $F = mg \sin 30^\circ = 10 \times 9.8 \frac{1}{2} = 49 \text{ N}$ 、仕事 $w = (\text{力}) \times (\text{移動距離}) = 49 \times 5 = 245 \text{ Nm}$

1.5 ベクトルの外積

■練習問題 (解答) p.94

■ 1 ■ (1) $\vec{a} \times \vec{b} = (2\vec{i} + 3\vec{j}) \times (3\vec{i} + \vec{j}) = 2\vec{k} - 9\vec{k} = -7\vec{k}$ したがって、 $\vec{a} \times \vec{b} = (0, 0, -7)$ 、
 $\vec{n} = \frac{\vec{a} \times \vec{b}}{|\vec{a} \times \vec{b}|} = -\vec{k}$

(2) $\vec{a} \times \vec{b} = (\vec{i} + 2\vec{j} + 4\vec{k}) \times (-2\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}) = 2\vec{k} - \vec{j} + 4\vec{k} + 2\vec{i} - 8\vec{j} - 8\vec{i} = 6\vec{i} - 9\vec{j} + 6\vec{k}$
 $|\vec{a} \times \vec{b}| = \sqrt{6^2 + 9^2 + 6^2} = \sqrt{153}$ より、 $n = \frac{1}{\sqrt{153}}(6\vec{i} - 9\vec{j} + 6\vec{k})$

■ 2 ■ $\vec{a} \times \vec{b} = (-\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}) \times (2\vec{i} + \vec{k}) = 2\vec{i} + 3\vec{j} - 4\vec{k}$

したがって、 $|(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}| = |(2, 3, -4) \cdot (3, -2, 1)| = |6 - 6 - 4| = 4$

■ 3 ■ $\vec{a} \times \vec{b} = (3\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}) \times (-3\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}) = \vec{i} - 6\vec{j} + 9\vec{k}$

したがって、 $|(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}| = |(1, -6, 9) \cdot (4, -2, 3)| = 43$