

[文字式・式の展開]

問題 1.

(1)  $am + bn$  (m) (2) 円柱の体積は (底面の面積)  $\times$  (高さ) で求められるので  $\pi r^2 h$  ( $\text{cm}^3$ )

問題 2.

(1) 割られる数を  $a$ , 割る数を  $b$  とすると,  $a = bq + r$ .

(2) 3 個の物体の質量を  $a, b, c$  とすると  $m = \frac{a+b+c}{3}$ .

問題 3.

(1) 同類項をまとめて, 降べきの順に整理すると  $3x^2 - 3x + 5$

(2)  $2a^2 + 2b^2$

問題 4.

(1)  $2\pi \cdot 5 = 10\pi$

(2)  $2(2 \cdot 3 + 3 \cdot 6 + 6 \cdot 2) = 72$

問題 5.

(1)  $3a + 12 - 6a - 4 = -3a + 8$

(2)  $xy + 3x + 2y + 6$

問題 6.

(1)  $x^2 - 2 \cdot x \cdot 5 + 5^2 = x^2 - 10x + 25$

(2)  $(2x)^2 - 3^2 = 4x^2 - 9$

(3)  $(3x)^3 - 3(3x)^2 \cdot 2 + 3(3x) \cdot 2^2 - 2^3 = 27x^3 - 54x^2 + 36x - 8$

(4)  $(x^2)^2 + 2(x^2)\left(\frac{2}{x}\right) + \left(\frac{2}{x}\right)^2 = x^4 + 4x + \frac{4}{x^2}$

・練習問題

1.

(1)  $-2a$  (2)  $x^2 + x + 1$

2.

(1)  $2^2 - 2 \cdot 3 + 3^2 = 7$  (2)  $\frac{4}{3}\pi\left(\frac{3}{2}\right)^3 = \frac{9}{2}\pi$

3.

(1) 兄と私の年齢を  $x, y$  とすると,  $x = y + 3$ .

(2) 面積を  $S$ , 上底と下底の長さを  $a, b$ , 高さを  $h$  とすると,

$$S = \frac{1}{2}(a+b)h.$$

$$(3) a\left(1 - \frac{p}{10}\right) = b.$$

4.

$$(1) 2a^2 + 6a + 8 - 3a^2 + 15a - 3 = -a^2 + 21a + 5$$

$$(2) x^2 + 7x + 10$$

$$(3) x^2 - 25$$

$$(4) (2x)(3x) - (2x)(2y) + (3y)(3x) - (3y)(2y) = 6x^2 + 5xy - 6y^2$$

$$(5) (x^2 + 2x + 1) - (x^2 - 2x + 1) = 4x$$

$$(6) a^3 - 3a^2(2b) + 3a(2b)^2 - (2b)^3 = a^3 - 6a^2b + 12ab^2 - 8b^3$$

$$(7) ((x+1) + y)((x+1) - y) = (x+1)^2 - y^2 = x^2 + 2x + 1 - y^2$$

$$(8) a^2b + ab^2 + b^2c + c^2b + c^2a + ca^2 + 2abc$$

[因数分解]

問題 1.

(1)  $x(2x+3)$       (2)  $xy(x-y)$

問題 2.

(1) 掛けて 5, 足して -6 となる 2 つの数は -1 と -5. よって,  $(x-1)(x-5)$

(2) 掛けて -12, 足して 4 となる 2 つの数は 2 と -6. よって,  $(x-2)(x+6)$

問題 3.

(1) 掛けて 5 となる 2 数(1,5)と, 掛けて -4 となる 2 数(1,-4)を組み合わせ  
せて,  $1 \times (-4) + 5 \times 1 = 1$  とできる. よって,  $(x+1)(5x-4)$

(2) 掛けて 12 となる 2 数(4,3)と, 掛けて -2 となる 2 数(-1,2)を組み合わせ  
せて,  $4 \times 2 + 3 \times (-1) = 5$  とできる. よって,  $(4x-1)(3x+2)$

問題 4.

(1)  $(a+2)^2$       (2)  $(x-2)(x+2)$

問題 5.

(1)  $f(x) = x^3 + 2x^2 - 5x - 6$  として因数定理を用いる。  $x = -1$  を代入

してみると  $(-1)^3 + 2 \cdot (-1)^2 - 5 \cdot (-1) - 6 = 0$ . 因数定理より  $f(x)$  は

$x+1$  で割り切れる。割り算すると,  $f(x) = (x+1)(x^2 + x - 6)$  となる。

さらに,  $x^2 + x - 6 = (x-2)(x+3)$  と因数分解できるので

$$f(x) = (x+1)(x-2)(x+3)$$

(2)  $f(x) = x^3 - 4x^2 + 5x - 2$  として因数定理を用いる。  $x = 1$  を代入し

てみると  $1^3 - 4 \cdot 1^2 + 5 \cdot 1 - 2 = 0$ . 因数定理より  $f(x)$  は  $x-1$  で割り

切れる。割り算すると,  $f(x) = (x-1)(x^2 - 3x + 2)$  となる。さらに,

$x^2 - 3x + 2 = (x-1)(x-2)$  と因数分解できるので

$$f(x) = (x-1)^2(x-2)$$

・ 練習問題

1.

$$(1) x(x-3)$$

$$(2) ax(ax-1)$$

$$(3) (x-4)(x+3)$$

$$(4) (x-2)(x+4)$$

$$(5) (2x-1)(2x-3)$$

$$(6) (2x+1)(3x-5)$$

$$(7) (a+2b)^2$$

$$(8) x(x-1)(x+1)$$

$$(9) (2x-y)(2x+y)$$

$$(10) (x+2)(x^2-2x+4)$$

$$(11) (x-1)(x+2)(x-4)$$

$$(12) (x+1)(2x-1)(3x+1)$$

[分数式]

問題 1.

$$(1) \frac{x^2 + x - 2}{3x + 6} = \frac{(x-1)(x+2)}{3(x+2)} = \frac{x-1}{3}$$

$$(2) \frac{x^2 - 4}{x^2 - 4x + 4} = \frac{(x-2)(x+2)}{(x-2)^2} = \frac{x+2}{x-2}$$

問題 2.

$$(1) \frac{3}{x+2} - \frac{2}{x-2} = \frac{3(x-2) - 2(x+2)}{(x+2)(x-2)} = \frac{x-10}{(x+2)(x-2)}$$

$$(2) \frac{4}{x-3} + x - 1 = \frac{4 + (x-1)(x-3)}{x-3} = \frac{x^2 - 4x + 7}{x-3}$$

問題 3.

$$(1) \frac{3x}{x+3}$$

$$(2) \frac{3x-2}{4(x+1)} \div \frac{3x}{2(x+1)^2} = \frac{(3x-2) \cdot 2(x+1)^2}{4(x+1) \cdot 3x} = \frac{(3x-2)(x+1)}{6x}$$

問題 4.

$$(1) \frac{3x}{(x-1)(x+2)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x+2} \text{ とおく。右辺を通分すると}$$

$$\frac{3x}{(x-1)(x+2)} = \frac{A(x+2) + B(x-1)}{(x-1)(x+2)} = \frac{(A+B)x + (2A-B)}{(x-1)(x+2)}. \text{ 分子を比}$$

較すると,  $A+B=3, 2A-B=0$ .  $A, B$  について解くと,  $A=1, B=2$ .

$$\text{よって, } \frac{x+3}{(x+1)(x+2)} = \frac{1}{x-1} + \frac{2}{x+2}.$$

$$(2) \frac{1}{x^2-4} = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x+2} \text{ とおく。右辺を通分すると}$$

$$\frac{1}{(x-2)(x+2)} = \frac{A(x+2) + B(x-2)}{(x-2)(x+2)} = \frac{(A+B)x + 2(A-B)}{(x-2)(x+2)}. \text{ 分子を比}$$

較すると,  $A+B=0, 2(A-B)=1$ .  $A, B$  について解くと,

$$A = \frac{1}{4}, \quad B = -\frac{1}{4}. \text{ よって, } \frac{1}{x^2-4} = \frac{1}{4} \left( \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2} \right)$$

・練習問題

1.

$$(1) \frac{3}{x-5} - \frac{2}{x+5} = \frac{3(x+5) - 2(x-5)}{(x-5)(x+5)} = \frac{x+25}{(x-5)(x+5)}$$

$$(2) \frac{3x-2}{2x+3} + x-2 = \frac{3x-2 + (x-2)(2x+3)}{2x+3} = \frac{2x^2 + 2x - 8}{2x+3}$$

2.

$$(1) \frac{(x-1)(x-3)}{x+3}$$

(2)

$$\frac{x}{x^2-4} \div \frac{x^2}{x^3-8} = \frac{x}{(x-2)(x+2)} \times \frac{(x-2)(x^2+2x+4)}{x^2} = \frac{x^2+2x+4}{x(x+2)}$$

3.

$$(1) \frac{1}{x(x+1)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x+1} \text{ とおく。右辺を通分すると}$$

$$\frac{1}{x(x+1)} = \frac{A(x+1) + Bx}{x(x+1)} = \frac{(A+B)x + A}{x(x+1)}. \text{ 分子を比較すると,}$$

$$A+B=0, A=1. \text{ } A, B \text{ について解くと, } A=1, B=-1.$$

$$\text{よって, } \frac{1}{x(x+1)} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}$$

$$(2) \frac{2x+7}{(x-1)(x+2)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x+2} \text{ とおく。右辺を通分すると}$$

$$\frac{2x+7}{(x-1)(x+2)} = \frac{A(x+2) + B(x-1)}{(x-1)(x+2)} = \frac{(A+B)x + (2A-B)}{(x-1)(x+2)}. \text{ 分子を比}$$

$$\text{較すると, } A+B=2, 2A-B=7. \text{ } A, B \text{ について解くと,}$$

$$A=3, B=-1.$$

$$\text{よって, } \frac{2x+7}{(x-1)(x+2)} = \frac{3}{x-1} - \frac{1}{x+2}$$

$$(3) \frac{2}{x^2-x} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x} \text{ とおく。右辺を通分すると}$$

$$\frac{2}{x^2-x} = \frac{Ax + B(x-1)}{(x-1)x} = \frac{(A+B)x + (-B)}{(x-1)x}. \text{ 分子を比較すると,}$$

$$A+B=0, -B=2. \text{ } A, B \text{ について解くと, } A=2, B=-2.$$

$$\text{よって, } \frac{2}{x^2-x} = \frac{2}{x-1} - \frac{2}{x}$$

[1次方程式と1次関数]

問題1.

(1) 両辺を  $-3$  で割って  $x = 3$

(2)  $x$  を含む項を左辺に, それ以外の定数項を右辺に移項すると,

$$2x - 5x = -2 - 3. \text{ よって } -3x = -5. \text{ 両辺を } -3 \text{ で割って } x = \frac{5}{3}$$

(3) 両辺のカッコをはずすと,  $3x - 10x - 5 = -8x - 6$ . 移項すると  
 $3x - 10x + 8x = -6 + 5$ . よって,  $x = -1$ .

(4) 両辺を 10 倍して分母を払うと  $2(2x+1) - 10x = 5(x-3) + 20$ . よって,  
 $4x + 2 - 10x = 5x - 15 + 20$ . 移項して整理すると,  $-11x = 3$ .

$$\text{両辺を } -11 \text{ で割って, } x = -\frac{3}{11}.$$

問題2.

(1) 傾き 3,  $y$  切片  $-6$ . 方程式  $y = 3x - 6$ .

(2) 傾き  $-\frac{2}{3}$ ,  $y$  切片 3. 方程式  $y = -\frac{2}{3}x + 3$ .

問題3.

(1)  $y - 0 = \frac{1}{3}(x - (-5))$ . 整理すると,  $y = \frac{1}{3}x + \frac{5}{3}$ .

(2) まず, 傾きを求めると,  $\frac{1 - (-3)}{4 - (-2)} = \frac{2}{3}$ . よって, 直線の方程式は

$$y - (-3) = \frac{2}{3}(x - (-2)). \text{ 整理すると, } y = \frac{2}{3}x - \frac{5}{3}.$$

・練習問題

1.

(1) 移項すると,  $3x - 7x = -4 - 1$ . よって  $-4x = -5$ . 両辺を  $-4$  で割って  $x = \frac{5}{4}$

(2) 両辺を 12 倍して分母を払うと  $3(x+7) - 4(x+1) = 6(x-4)$ . よって,  
 $3x + 21 - 4x - 4 = 6x - 24$ . 移項して整理すると,  $-7x = -41$ . 両辺を  $-7$  で割って,  $x = \frac{41}{7}$ .

2. 求める数を  $x$  とおくと,  $4(x+3) = x$ . 解くと,  $x = -4$ .

3.

(1) 傾き  $-\frac{1}{2}$ ,  $y$  切片 2. 方程式  $y = -\frac{1}{2}x + 2$ .

(2) 傾き  $\frac{3}{4}$ , y 切片  $-5$ . 方程式  $y = \frac{3}{4}x - 5$ .

4.

(1)  $y - 1 = -2(x - 3)$ . 整理すると,  $y = -2x + 7$ .

(2) まず, 傾きを求めると,  $\frac{4 - 0}{3 - (-3)} = \frac{2}{3}$ . よって, 直線の方程式は

$y - 0 = \frac{2}{3}(x - (-3))$ . 整理すると,  $y = \frac{2}{3}x + 2$ .

[連立方程式]

以下の解答では、与えられた連立方程式の第1式、第2式をそれぞれ①、②と書く。

問題1.

(1) ①より、 $y = 4x - 5$ 。②に代入して、 $2x + 3(4x - 5) = -1$ 。これを解くと、 $x = 1$ 。このとき、 $y = 4 \times 1 - 5 = -1$ 。

$$\text{解は } \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases}$$

(2) ②より、 $x = 2y + 2$ 。①に代入して、 $2(2y + 2) - 3y = 7$ 。これを解くと、 $y = 3$ 。このとき、 $x = 2 \times 3 + 2 = 8$ 。

$$\text{解は } \begin{cases} x = 8 \\ y = 3 \end{cases}$$

問題2.

(1) ①+②より  $y$  を消去すると、 $5x = 10$ 。したがって、 $x = 2$ 。これを①に代入すると、 $3 \times 2 - 5y = 1$ 。よって、 $y = 1$ 。

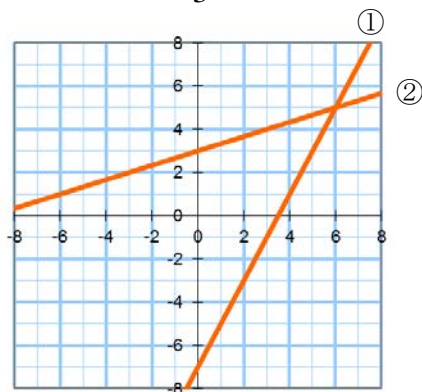
$$\text{解は } \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$

(2)  $3 \times \text{①} - 4 \times \text{②}$ より  $x$  を消去すると、 $-y = 5$ 。したがって、 $y = -5$ 。これを①に代入すると、 $4x - 3 \times (-5) = 7$ 。よって、 $x = -2$ 。

$$\text{解は } \begin{cases} x = -2 \\ y = -5 \end{cases}$$

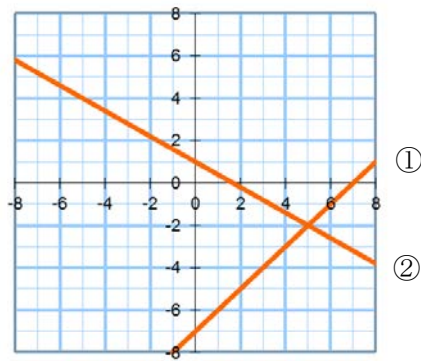
問題3.

(1) ①は、 $y = 2x - 7$ 、②は、 $y = \frac{1}{3}x + 3$ 、と変形できる。



2 直線の交点の座標は(6,5)であり, 解は  $\begin{cases} x=6 \\ y=5 \end{cases}$

(2) ①は,  $y=x-7$ , ②は,  $y=-\frac{3}{5}x+1$ , と変形できる。



2 直線の交点の座標は(5,-2)であり, 解は  $\begin{cases} x=5 \\ y=-2 \end{cases}$

・練習問題

1.

(1) ①より,  $y=-3x+8$ . ②に代入して,  $4x-2(-3x+8)=-6$ . これを解くと,  $x=1$ . このとき,  $y=(-3)\times 1+8=5$ .

解は  $\begin{cases} x=1 \\ y=5 \end{cases}$

(2) ①より,  $x=2y-7$ . ②に代入して,  $3(2y-7)+5y=1$ . これを解くと,  $y=2$ . このとき,  $x=2\times 2-7=-3$ .

解は  $\begin{cases} x=-3 \\ y=2 \end{cases}$

2.

(1) ① $\cdot$ 2 $\times$ ②より  $x$  を消去すると,  $-13y=-13$ . したがって,  $y=1$ . これを①に代入すると,  $4x-7\times 1=5$ . よって,  $x=3$ .

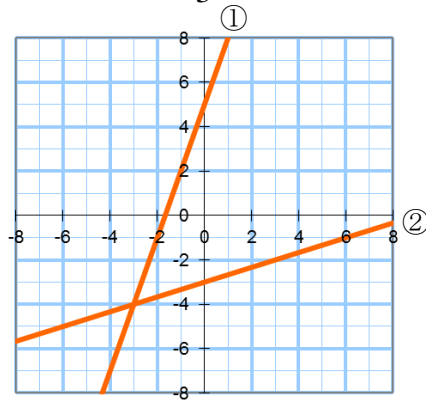
解は  $\begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases}$

(2) 4 $\times$ ①+5 $\times$ ②より  $x$  を消去すると,  $y=-2$ . これを①に代入すると,  $-5x+4\times(-2)=7$ . よって,  $x=-3$ .

解は  $\begin{cases} x = -3 \\ y = -2 \end{cases}$

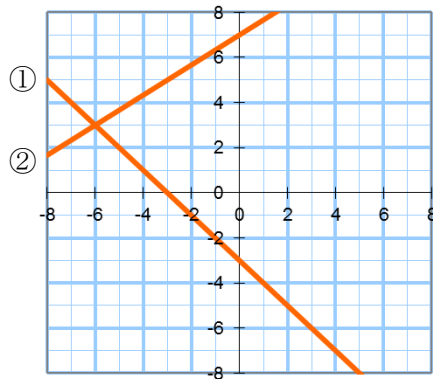
3.

(1) ①は、 $y = 3x + 5$ 、②は、 $y = \frac{1}{3}x - 3$ 、と変形できる。



2 直線の交点の座標は  $(-3, -4)$  であり、解は  $\begin{cases} x = -3 \\ y = -4 \end{cases}$

(2) ①は、 $y = -x - 3$ 、②は、 $y = \frac{2}{3}x + 7$ 、と変形できる。



2 直線の交点の座標は  $(-6, 3)$  であり、解は  $\begin{cases} x = -6 \\ y = 3 \end{cases}$

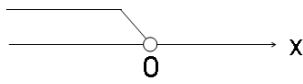
[不等式]

問題 1.

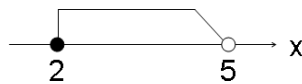
(1)  $3.14 < \pi$       (2)  $3 \leq n \leq 5$

問題 2.

(1)



(2)



問題 3.

(1) 移行して整理すると  $2x < -10$ . 両辺を 2 で割ると  $x < -5$

(2) カッコを開き, 移行して整理すると  $x \leq 11$

問題 4.

(1) 第 1 式を解くと  $x > -3$ . 第 2 式を解くと  $x \leq 2$ . よって,  
 $-3 < x \leq 2$

(2) 第 1 式を解くと  $x \geq -\frac{1}{4}$ . 第 2 式を解くと  $x > -\frac{4}{3}$ . よって,

$$-\frac{1}{4} \leq x$$

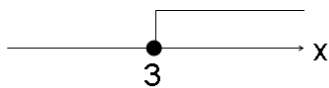
・練習問題

1.

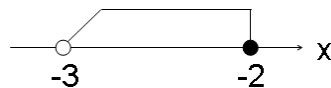
(1)  $x \leq 5$       (2)  $1 < ab$

2.

(1)



(2)



3.

(1) 移行すると  $2x > 10$ . 両辺を 2 で割ると  $x > 5$ . よって,  $5 < x$

(2) 移行すると  $-3x \geq -9$ . 両辺を  $-3$  で割ると  $x \leq 3$

(3) 両辺に 2 を掛けて分母を払うと  $x + 6 < 2(2x - 5)$ . 移行して整理すると  $-3x < -16$ . 両辺を  $-3$  で割ると  $x > \frac{16}{3}$ . よって,  $\frac{16}{3} < x$

(4) 両辺に 6 を掛けて分母を払うと  $2(x + 2) - 3(x - 2) \leq 0$ . 移行して整理すると  $-x \leq -10$ . 両辺を  $-1$  で割ると  $x \geq 10$ . よって,  $10 \leq x$

4.

(1) 第 1 式を解くと  $x < -\frac{3}{2}$ . 第 2 式を解くと  $x \geq -\frac{5}{3}$ . よって,

$$-\frac{5}{3} \leq x < -\frac{3}{2}$$

(2) 第1式を解くと  $x < \frac{1}{6}$ . 第2式を解くと  $x \leq -\frac{2}{3}$ . よって,

$$x \leq -\frac{2}{3}$$

[2次方程式]

問題1.

(1)  $x^2 - 6x + 5 = (x-1)(x-5)$  と因数分解できるため、元の方程式の解は  $x-1=0$ ,  $x-5=0$  の解となる。したがって、 $x=1,5$

(2)  $x^2 + 2x - 8 = (x+4)(x-2)$  と因数分解できるため、元の方程式の解は  $x+4=0$ ,  $x-2=0$  の解となる。したがって、 $x=-4,2$

問題2.

(1) 両辺の平方根をとると、 $x-1=\pm\sqrt{2}$ 。したがって、 $x=1\pm\sqrt{2}$ 。

(2) 左辺を平方完成すると、 $(x+2)^2 - 4 - 1 = 0$ 。したがって、

$(x+2)^2 = 5$ 。両辺の平方根をとると、 $x+2=\pm\sqrt{5}$ 。よって、

$x = -2 \pm \sqrt{5}$ 。

問題3.

(1) 解の公式より、 $x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2)}}{2 \cdot 1} = \frac{-5 \pm \sqrt{33}}{2}$

(2) 解の公式より、

$x = \frac{-6 \pm \sqrt{6^2 - 4 \cdot 2 \cdot 1}}{2 \cdot 2} = \frac{-6 \pm \sqrt{28}}{4} = \frac{-6 \pm 2\sqrt{7}}{4} = \frac{-3 \pm \sqrt{7}}{2}$

・練習問題

1.

(1)  $x = -5, -2$

(2)  $x = 4$

(3)  $x^2 - 8x + 15 = (x-3)(x-5) = 0$  より  $x = 3, 5$

(4)  $x^2 + x - 12 = (x+4)(x-3) = 0$  より  $x = -4, 3$

(5)  $3x^2 + 5x - 2 = (x+2)(3x-1) = 0$  より  $x = -2, \frac{1}{3}$

(6)  $4x^2 - 4x + 1 = (2x-1)^2 = 0$  より  $x = \frac{1}{2}$

2.

(1) 両辺の平方根をとると、 $x-3=\pm 2$ 。したがって、 $x=1,5$

(2) 移行して、 $(x+5)^2=5$ 。両辺の平方根をとると、 $x+5=\pm\sqrt{5}$ 。したがって、 $x=-5\pm\sqrt{5}$

(3) 左辺を平方完成すると、 $(x-1)^2-1-6=0$ 。したがって、

$(x-1)^2=7$ 。両辺の平方根をとると、 $x-1=\pm\sqrt{7}$ 。よって、 $x=1\pm\sqrt{7}$

(4) 左辺を平方完成すると、 $\left(x+\frac{5}{2}\right)^2-\left(\frac{5}{2}\right)^2+3=0$ 。したがって、

$\left(x+\frac{5}{2}\right)^2=\frac{13}{4}$ 。両辺の平方根をとると、 $x+\frac{5}{2}=\pm\frac{\sqrt{13}}{2}$ 。よって、

$$x=-\frac{5}{2}\pm\frac{\sqrt{13}}{2}$$

(5) 左辺を平方完成すると、 $2((x+2)^2-4)-3=0$ 。したがって、

$(x+2)^2=\frac{11}{2}$ 。両辺の平方根をとると、 $x+2=\pm\frac{\sqrt{22}}{2}$ 。よって、

$$x=-2\pm\frac{\sqrt{22}}{2}$$

(6) 左辺を平方完成すると、 $3\left(x-\frac{3}{2}\right)^2-\left(\frac{3}{2}\right)^2+1=0$ 。したがって、

$\left(x-\frac{3}{2}\right)^2=\frac{23}{12}$ 。両辺の平方根をとると、 $x-\frac{3}{2}=\pm\frac{\sqrt{69}}{6}$ 。よって、

$$x=\frac{3}{2}\pm\frac{\sqrt{69}}{6}$$

3.

$$(1) x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-1)}}{2 \cdot 1} = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$(2) x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1}}{2 \cdot 1} = \frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$(3) \quad x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot 9 \cdot 1}}{2 \cdot 9} = \frac{1}{3}$$

$$(4) \quad x = \frac{-7 \pm \sqrt{7^2 - 4 \cdot 2 \cdot 5}}{2 \cdot 2} = \frac{-7 \pm 3}{4} = -\frac{5}{2}, -1$$

[2次関数のグラフ]

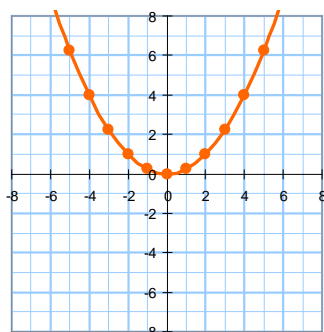
問題1.

$x$  と  $\frac{1}{4}x^2$ ,  $-x^2$  の関係を表にすると以下のようなになる。

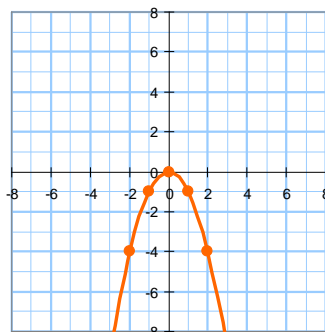
$x$	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$\frac{1}{4}x^2$	$\frac{9}{4}$	1	$\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{4}$	1	$\frac{9}{4}$	4
$-x^2$	-9	-4	-1	0	-1	-4	-9	-16

の表の点をプロットしてグラフを描くと次の通りである。

(1)のグラフ



(2)のグラフ



問題2.

(1)  $y = 3x^2$  のグラフを  $x$  軸方向に 1,  $y$  軸方向に 2 平行移動したもののなので, 頂点は(1,2), 軸は  $x = 1$ , 下に凸

(2)  $y = -x^2 - 4x = -(x+2)^2 + 4$ . よって,  $y = -x^2$  のグラフを  $x$  軸方向に -2,  $y$  軸方向に 4 平行移動したもののなので, 頂点は(-2,4), 軸は  $x = -2$ , 上に凸

問題3.

(1)  $(x-1)(x+2)$  の符号を調べる。

$x$		-2		1	
$x-1$	-	-	-	0	+
$x+2$	-	0	+	+	+
$(x-1)(x+2)$	+	0	-	0	+

よって, 解は  $-2 < x < 1$ .

(2)  $-x^2 + 6x - 8 \leq 0$  を  $x^2 - 6x + 8 \geq 0$  と変形する。

$x^2 - 6x + 8 = (x-2)(x-4)$  であるから, この符号を調べる。

$x$		2		4	
$x-2$	-	0	+	+	+
$x-4$	-	-	-	0	+
$(x-2)(x-4)$	+	0	-	0	+

よって、解は  $x \leq 2, 4 \leq x$ .

・練習問題

1.

(1)  $y = x^2$  のグラフを  $x$  軸方向に 2 平行移動したものであるため、頂点は

(2,0), 軸は  $x = 2$ , 下に凸

(2)  $y = -\frac{1}{8}x^2$  のグラフを  $y$  軸方向に -4 平行移動したものであるため、頂点

は(0,-4), 軸は  $x = 0$ , 上に凸

(3)  $y = -x^2 - 4x + 6 = -(x+2)^2 + 4 + 6 = -(x+2)^2 + 10$ . よって、

$y = -x^2$  のグラフを  $x$  軸方向に -2,  $y$  軸方向に 10 平行移動したもので

なので、頂点は(-2,10), 軸は  $x = -2$ , 上に凸

(4)  $y = 3x^2 - 2x + 1 = 3\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 - \left(\frac{1}{3}\right)^2 + 1 = 3\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 + \frac{2}{3}$ . よって、

$y = 3x^2$  のグラフを  $x$  軸方向に  $\frac{1}{3}$ ,  $y$  軸方向に  $\frac{2}{3}$  平行移動したものである

ので、頂点は $\left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$ , 軸は  $x = \frac{1}{3}$ , 下に凸

2.

(1)  $(x+4)(x-4)$  の符号を調べる。

$x$		-4		4	
$x+4$	-	0	+	+	+
$x-4$	-	-	-	0	+
$(x+4)(x-4)$	+	0	-	0	+

よって、解は  $x \leq -4, 4 \leq x$ .

(2)  $2x^2 + 3x = x(2x+3)$  であるから、この符号を調べる。

$x$	-	$-\frac{3}{2}$	-	0	+
$2x+3$	-	0	+	+	+
$x(2x+3)$	+	0	-	0	+

よって、解は  $-\frac{3}{2} < x < 0$ .

[グラフの変換]

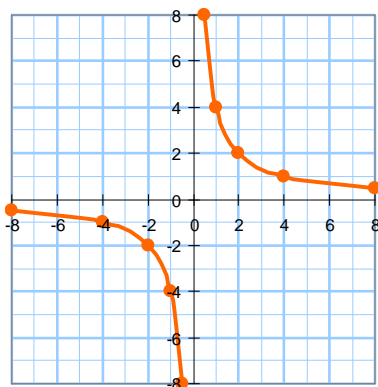
問題 1.

(1)  $x$  と  $y$  の関係を表にすると以下のようなになる。

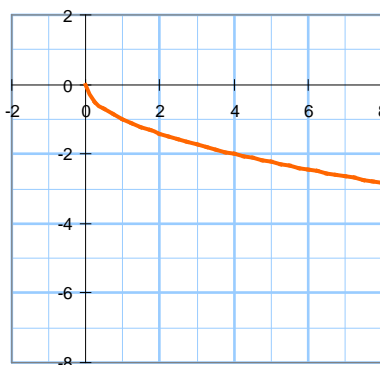
$x$	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$y$	-1	$-\frac{4}{3}$	-2	-4	なし	4	2	$\frac{4}{3}$	1

この表の点をプロットしてグラフを描くと次のような双曲線になる。

(1) のグラフ



(2) のグラフ



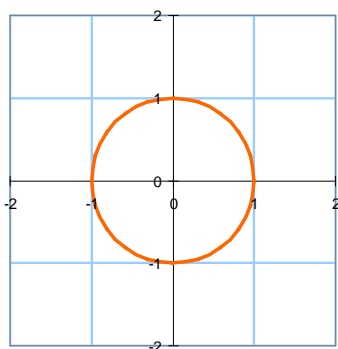
(2)  $y \leq 0$  であり、両辺を 2 乗すると  $y^2 = x$  となる。 $x$  と  $y$  を入れ替え

ると、 $y = x^2$ ,  $x \leq 0$ . これは放物線の左半分である。よって、もとの

グラフは軸を  $x$  軸とする放物線の下半分である。

(3) 原点を中心とする半径 1 の円である。

(3) のグラフ



問題 2.

(1)  $y = \sqrt{x-1} + 2$  ( $x \geq 1$ )

(2)  $(x - (-3))^2 + (y - (-4))^2 = 25$  よって、 $(x+3)^2 + (y+4)^2 = 25$

問題 3.

(1)  $y = \frac{x}{2} + 1$

(2)  $\left(\frac{x}{3}\right)^2 + (4y)^2 = 1$  よって,  $\frac{x^2}{9} + 16y^2 = 1$

問題 4.

(1)  $y = (-x)^2 + 2(-x) - 3$  よって,  $y = x^2 - 2x - 3$

(2)  $-y = \sqrt{x}$  よって,  $y = -\sqrt{x}, x \geq 0$

問題 5.

(1)  $-y = 3(-x) + 2$  よって,  $y = 3x - 2$

(2)  $((-x) - 1)^2 + ((-y) + 4)^2 = 100$  よって,  $(x + 1)^2 + (y - 4)^2 = 100$

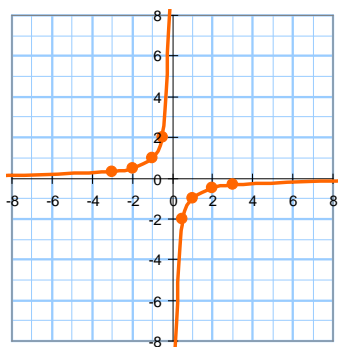
・練習問題

1.

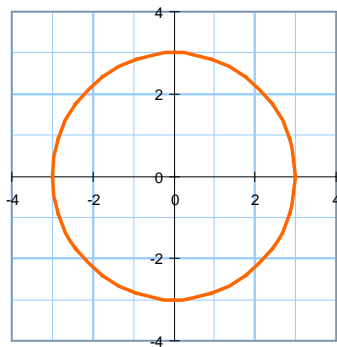
(1) 双曲線  $y = \frac{1}{x}$  を  $x$  軸 (または  $y$  軸) について対称移動したグラフである。

(2)  $x^2 + y^2 = 3^2$  より原点を中心とする半径 3 の円である。

(1) のグラフ



(2) のグラフ



2.

(1)  $y - (-4) = (x - 3)^2 - 2(x - 3)$  よって,  $y = x^2 - 8x + 11$

(2)  $(x - (-1))^2 + (y - 1)^2 = 16$  よって,  $(x + 1)^2 + (y - 1)^2 = 16$

$$(3) y = \frac{1}{2} \left( \frac{x}{3} \right) + 1 \quad \text{よって, } y = \frac{1}{6}x + 1$$

$$(4) 2y = x^2 + 3 \quad \text{よって, } y = \frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}$$

$$(5) -y = \frac{2}{x-4} + 3 \quad \text{よって, } y = -\frac{2}{x-4} - 3$$

$$(6) y = \sqrt{-x}, \quad x \leq 0$$

$$(7) -y = -\frac{2}{3}(-x) + 7 \quad \text{よって, } y = -\frac{2}{3}x - 7$$

$$(8) ((-x) - 2)^2 + ((-y) + 3)^2 = 9 \quad \text{よって, } (x + 2)^2 + (y - 3)^2 = 9$$