

本統計シリーズの書を利用して授業をされる先生方へ：

小学校・中学校・高等学校 における統計教育の 内容と留意点

景山 三平

東京理科大学 理数教育研究センター

目次

はじめに	2
1. 小学校における統計教育	4
1.1 第1・2学年における留意点	5
1.2 第3・4学年における留意点	5
1.3 第5・6学年における留意点	6
2. 中学校における統計教育	9
2.1 第1学年における留意点	9
2.2 第2学年における留意点	10
2.3 第3学年における留意点	11
3. 高等学校における統計教育	12
3.1 数学I（3単位：必履修科目）	12
3.1.1 データの分析での留意点	13
3.1.2 授業上の留意点	15
3.2 数学A（2単位）	16
3.3 数学B（2単位）	17
3.4 数学活用（2単位）	18
4. ものの見方・考え方	19
5. 統計学習サイト	20
参考文献	20

本冊子は、先生方が担当されているご授業で目の前に座っている生徒・学生さん達が、高等学校を卒業するまでにどのような統計の内容を学んで来ているのかを説明するものです。自分たちが昔高等学校までで習った内容とは比較にならないくらい充実しています。ぜひご一読下さい。また、ここでは現在の教育現場で行われている統計教育の活動についての提案も記述していますが、これらの提案は今から10年以上前から広く言われていることですので、今では多くの教育現場で実践されています。したがって、本冊子に紹介することとしました。

はじめに

社会の急速な情報化に伴って、統計的なものの見方・考え方の有用性は一層拡大してきています。統計的なものの見方・考え方は、実証研究を行うあらゆる科学の基礎となっています。このことは、単に自然科学だけではなく、人文科学、社会科学においても同様で、実験、調査、観察研究で得られるデータから正しく推論を行う力は、すべての学問分野で必要とされ、この点からも、統計教育の重要性は高いと言えます。また、この世には結果が決まり切っている確定的な現象より、2通り以上の結果が想定される不確定的な現象の方が、はるかに多いですね。そのような不確定的な現象の中で生活している我々にとって、統計的な知識は国民の大切な素養の一つであると私は考えます。

小学校・中学校が義務教育、高等学校は義務教育ではないとしても高校進学率が98%に達する現状を考えますと、多くの人が高等学校までの内容は学んでいると言えます。平成20,21年に改訂された学習指導要領では、小学校・中学校および高等学校で学ぶべき、統計に関する多くの内容が新たに盛り込まれました。特に高等学校では、中学校での学習内容を受ける形で必修科目「数学I」（3単位）に、数と式、図形と計量、二次関数とともに“データの分析”という内容が入りました。結局、現在では小学校1年から中学校そして高等学校1年までの10年間はすべての児童・生徒が系統的に統計教育を受けることになり、統計教育の内容が一層充実することになりました。すなわち、小学校でグラフ作成・表示等の作業を通して記述統計を学び、中学校では第1学年で記述統計の数理的基礎を、第2学年で確率（数学的確率および統計的確率）を、第3学年で推測統計の基礎として、母集団と標本との関係の中で標本調査の有用性を学んでいます。これらの内容の発展として、高等学校1年の統計教育では、記述統計の数量的理解と視覚的理解の総合化を目指しています。

本冊子では、第1,2節において、平成20年3月28日告示の学習指導要領を通して、小学校、中学校における統計教育の内容を記述しています。また第3節で平成21年3月9日告示の学習指導要領を通して、高等学校における統計教育の内容構成について概観しています。その中で、小学校、中学校、高等学校の1年生までで学習している統計の内容について主に記述します。具体的な内容の解説は実際の教科書に譲り、本冊子では、そこで扱うべき統計的用語の列挙を中心とした教授活動などを述べます。

現在の学習指導要領の下での教育活動は、算数、数学に関しては、補助教材を用いての先行実施が小学校・中学校とも平成 21 年度から、高等学校では平成 24 年度から始まりました。この流れで、現学習指導要領の下で学んだ高校生が平成 27 年 4 月から大学に入学しています。平成 27 年度用のセンター試験において、統計では“データの分析”の内容が必修問題として新たに出題され、確率は選択問題として出題されていました。この最初のセンター試験での統計に関する必修問題の内容が今後の高等学校における統計教育を実施する方法（授業内容構成）に影響を与えると思います。これらの状況は、大学や社会での統計教育や統計学習にも今後様々な影響を与えるでしょう。各大学の個別入試でも統計の内容が出題されていました。これにより多くの人が統計に関心をもつようになることを期待したいところです。

1. 小学校における統計教育

小学校において統計に関する教育は主に算数科で実施されていますが、理科、社会、国語などの教科でも実際されています。算数科には、数と計算、量と測定、図形、そして数量関係の4つの学ぶ内容（領域）があります。

本節では、算数科の領域「数量関係」において扱われている統計の内容「資料の整理と読み」について記述します。「数量関係」には、他に関数の考え、式の表現と読みの内容があります。

算数科においては、算数的言語力の育成および活用能力を高めることを目指し、その中で不確定的な現象の捉え方、その現象を分析するためのデータ収集の必要性の理解、データ整理能力、分析結果の読み方・見方、結果の活用能力を身に付けることが目標になっています。実に盛り沢山です。このことは小学校の算数科において醸成すべき統計的リテラシーを『数(量)、グラフを読み取る能力や作成する能力』と定義づけることで妥当化できます。これは、中学校の第1学年の新しい領域「資料の活用」で達成されるべき目標につながっています。

まず、小学校の6年間において学ぶ統計の内容のキーワードを表1に列挙します（太字は筆者が強調するためにつけました）。

表1 数量関係「資料の整理と読み」

学年	キーワード	指導の内容
1 学年	絵グラフ	ものの個数を絵や図などを用いて表したり読み取ったりする
2 学年	資料の整理 、表、絵グラフ	身の回りにある数量を分類整理し、簡単な表やグラフを用いて表したり読み取ったりする
3 学年	資料の分類 、 整理 (一次元の表、簡単な二次元の表の作成と読み方 棒グラフの読み方や書き方)	資料の分類・整理（「正」の字で表し、表に整理する） 棒グラフの読み方や書き方 簡単な二次元の表 2つの棒グラフの比較 表・グラフなどの資料の読み取り
4 学年	資料の収集 、分類、整理 (二次元の表の作成と考察) 気温や体温の変化について (折れ線グラフの読み方や書き方 折れ線グラフでの変化の比較)	折れ線グラフの読み方；変わり方の大小とグラフの傾き 2つの折れ線グラフ；折れ線グラフの書き方 波線の使い方 資料を2つの観点で分類・整理し、2次元の表にまとめる 表を使って問題を解決する

学年	キーワード	指導の内容
5 学年	平均 (単位量あたり, 混みぐあい, 人口密度 割合, 百分率 , 歩合 割合のグラフ (帯グラフ, 円グラフ))	平均の意味 平均を求め, 問題解決に活用する 部分の平均から全体の平均を求める 歩幅による概測と利用 仮平均; 飛び離れた値 についての処理 帯グラフ・円グラフの読み方と書き方; 相対度数, 累積度数 表やグラフを目的に応じて適切に選ぶ問題 表・グラフなどの資料の読み取り
6 学年	資料の収集, 分類, 整理 資料の平均 度数分布表 柱状グラフ , 柱状グラフでの比較 標本調査の素地 工夫されたグラフ 起こり得る場合の調べ	資料を表 (度数分布表) に整理する 資料を柱状グラフに表す 表や柱状グラフによる 2 つの集団の特徴の考察 人口の散らばりを工夫されたグラフで読み取る 表・グラフなどの資料の読み取り
算数的活動	(第 3 学年) 資料を表を用いて表す活動	
	(第 4 学年) 身の回りの数量の関係を調べる活動	
	(第 5 学年) 目的に応じて表やグラフを選び活用する活動	

次に, これらのキーワードそのものの学習を通して統計の内容が理解できるように, 小学校において授業中に留意されているポイントを述べます。

1.1 第 1・2 学年における留意点

低学年においても領域「数量関係」が新たに設定されたことにより, 小学校のすべての学年において「資料の整理と読み」に関する目標と内容が示されました。しかし, その中にはそれらの算数的活動の例示はありません。そこで, 具体的な算数的活動を第 1.3 節に 6 年間分をまとめて提案します。これらの新たな活動は前述の統計的リテラシーの醸成に有効であることより多くの小学校で実施されています。

1.2 第 3・4 学年における留意点

棒グラフと折れ線グラフについて, 児童は折れ線グラフの点と点の間の点を確定的な値として読む傾向があります。この傾向は, 第 4 学年において, 関数的な関係を折れ線グラフに表したり, 折れ線グラフから関数的な関係を読み取ったりする学習によって, 一層強固なものとなる危険性をはらんでいます。それを防ぐために, 棒グラフと折れ線

グラフの関連性および相違について、折れ線グラフを導入するために棒グラフを一時的に利用するのではなく、同じ資料の時系列的な棒グラフと折れ線グラフを重ねて表現したり、また両グラフを比較したりする場を経験させることで、棒グラフと折れ線グラフの関連性および相違を明確に理解できるようになっています。特に折れ線グラフについては次の3つの活動を通して進められています。

1) 折れ線グラフの線上の点が意味をもつ場合（連続量データ）と意味をもたない場合（離散量データ）のグラフを比較しながら、折れ線グラフの点と点を結ぶ線上の点の意味について考えさせる。

2) 線上の点が意味をもつ場合においても、折れ線グラフの線上の点の示す値と実際の測定値を比較する活動を通して、線上の点は実際の数量を確定するものではないことについての認識を深める。

3) 関数的な関係を折れ線グラフに表したり、折れ線グラフから関数的な関係を読み取ったりする学習において、既習の統計グラフとしての連続量についての折れ線グラフを提示し、相違点を考える活動を行う。これは、確定的な現象と不確定的な現象の捉え方の相違の理解につながる。

1.3 第5・6学年における留意点

平均および度数分布について、第5学年で、領域「量と測定」に“測定値の平均について知ること”が新たに位置付けられたことにより、平均の学習が2学年2領域にわたって行われています。具体的には、第5学年においては測定値の平均について学び、第6学年においては資料の代表値としての平均について、資料の散らばりとの関連において学ぶことになり、平均についてはこのスパイラル性を通して理解を深めています。

第6学年においては、“度数分布を表す表やグラフについて知ること”が新たな内容として明記されました。これら統計的な考察や表現は、中学校の第1学年の領域「資料の活用」の素地となるもので、中学校においては、小学校第6学年の内容に基づくスパイラルな学習が可能となっています。

また、中学校の内容から“具体的な事柄について、起こりうる場合を順序よく整理して調べることができるようにする”が移行されました。この内容は、第5学年までの分類整理して考える活動の上に、“起こりうる全ての場合を適切な観点から分類整理して、順序よく列挙できるようにすること”（学習指導要領）をねらいとしたものですが、中学校の第2学年の（数学的）確率の学習への接続、高等学校科目「数学A」の数え上げの原則、順列・組合せの学習を意識した活動が可能となっています。

第6学年の度数分布表については、小学校第3・4学年のグラフ学習との関連や、中学校第1学年の領域「資料の活用」の学習との関連についての記述はなく、学年間、学校種間の系統性およびスパイラルな指導内容が明確にされていません。これらの問題点を解決するための具体的な方策として、「資料の整理と読み」における算数的活動についての記述がない第6学年でも、たとえば下記のような活動を行ってくれば、有意な

スパイラルな学習ができます（下記参照；学習指導要領に第 3, 4, 5 学年における活動例の記述はある）。もし提案しているような活動がなされれば、これによって第 1, 2 学年で提案した新たな活動とあわせて 6 年間すべての学年にわたって統計内容「資料の整理と読み」に関する算数的活動が実施できます。これらの活動を通して、小学校における統計的リテラシーの醸成が可能となります。ここで 6 年間にわたる「資料の整理と読み」に関する算数的活動をまとめると、次のようになります。重ねて述べますが、多くの小学校で実際には実践されているようです。

第 1 学年	<u>絵や図を用いた数量をまとめ読み取る活動</u> （絵や図を用いたいろいろな数量を、目的に適するようにまとめ、表に表すことを通して読み取る活動）
第 2 学年	<u>いろいろな数量をまとめ表現し読み取る活動</u> （いろいろな数量を目的に応じてまとめ、それを表やグラフに表し、課題を解決する活動）
第 3 学年	資料を分類整理し表を用いて表す活動
第 4 学年	身の回りの数量の関係を調べる活動
第 5 学年	目的に応じて表やグラフを選び活用する活動
第 6 学年	<u>収集した資料を統計的に活用し課題を探究する活動</u> （身の回りの現象に関心をもち、それを統計的に見つけ分析し話し合う活動を中心とする）

また第 5・6 学年での学習について、さらに下記の 4 つの視点を学ばせることが重要となります。

1) 第 5 学年の「平均」において、測定値の平均の意味理解と計算処理技能の定着を図るとともに、分布の散布度は異なるが平均の値が等しくなることがあるという経験をもたせる。

2) 第 6 学年の「平均」において、平均のみで集団の傾向を捉えることがないように、分布の散布度は異なるが平均の値が等しくなる資料を比較・考察するなどして、分布全体との関連において平均を捉える活動を行わせる。

3) 第 6 学年の「度数分布を表す表やグラフ」については、視覚的な理解を促す図的表現に基づき、度数分布表や柱状グラフ（ヒストグラム）に表す活動を行わせる。この中で、主に視覚的な理解を通して資料全体の分布の様子や特徴を把握させ、表現する活動を大切にする。その経験を素地としたスパイラルな学習として、中学校の第 1 学年において数量的な理解を図る（平均値、中央値、最頻値、相対度数、範囲などの値を通して資料の傾向を読み取る）ことが学びの系統性として大切である。

4) 棒グラフとヒストグラムの違いについて資料を通して理解する活動を行わせる（棒グラフとヒストグラムの違いを説明できない者が依然として多いことに驚いています）。

このように、小学校の統計教育では、入手（収集）した資料を図、表、グラフなどに整理し表現するという工夫の経験を通して、現象を視覚的に理解するというを中心
に統計的なものの見方・考え方を身に付けています。さらに、それらの数量的理解はス
パイラルとして中学校での学習として位置付けられています。

また扱う資料（データ）は、原則第1学年から第5学年までは質的データで、第6学
年で量的データを扱った展開になっています。

2. 中学校における統計教育

中学校で学ぶ領域の構成は、従前の3領域「数と式」、「図形」、「数量関係」から次の4領域に分類され、確率以外の統計の内容が新たに第1, 3学年に入り、不確定的な現象を取り上げる領域が位置付けられました。

「数と式」、「図形」、「関数」、「資料の活用」

ただ、新たに位置付いた数学的活動と今回の統計的活動における活動方法の違いは、学習指導要領には明確に記述されていません。思考法の構造は同一ではありませんので、その違いを的確に理解することは大切ですが、教育現場では意外と認識されていないと思っています（第4節参照）。このような中で領域「資料の活用」のキーワードとその内容を学習指導要領に見ますと表2のようになっています（太字や下線は筆者が強調するためにつけました）。

表2 資料の活用

学年	キーワード	指導の内容
1 学年	資料の散らばりと代表値	<ul style="list-style-type: none"> ・ヒストグラムや代表値の<u>必要性と意味</u>を理解する ・ヒストグラムや代表値を用いて資料の<u>傾向</u>をとらえ説明する ・誤差や近似値, $a \times 10^n$ の形の表現を取り扱う 用語・記号： 平均値, 中央値, 最頻値, 相対度数, 範囲, 階級
2 学年	確率	<ul style="list-style-type: none"> ・確率の必要性と意味を理解し, 簡単な場合について確率を求める ・確率を用いて不確定な事象をとらえ<u>説明すること</u>
3 学年	標本調査	<ul style="list-style-type: none"> ・標本調査の必要性と意味を理解する ・簡単な場合について標本調査を行い, 母集団の傾向をとらえ<u>説明する</u> 用語・記号： 全数調査

次に、これらのキーワードそのものの学習を通して統計の内容が理解できるように、各単元の目標と中学校において授業中に留意されているポイントを述べます。

2.1 第1学年における留意点

「資料の散らばりと代表値」は、高等学校での従前の科目、数学基礎、数学 B から移行した内容です。“目的に応じて資料を収集し、コンピュータを用いたりするなどして表やグラフに整理し、代表値や資料の散らばりに着目してその資料の傾向を読み取る

ことができること”（学習指導要領）が目標になっています。すなわち、記述統計の考え方でデータが示す現状を把握することを目指しています。集団としての特性を記述するために、観測対象となった各個体について調査・実験を通して観測し、得られたデータを整理・要約することが中心となります。この際、データの視覚化・数量化の手法が重要です。これらの基礎的能力は学習指導要領の下、小学校ですでに培われています。つまり、学校種にまたがるスパイラル学習になっています。

小学校とは異なり、中学校ではコンピュータを用いて処理時間を短縮し、統計資料の中から本来の価値ある情報の読み取りや知見の活用に授業時間をどの程度確保できるかが課題になっています。集団を把握するための適切なヒストグラムの作成では、階級数の変更による作業が容易にできるコンピュータソフトウェアを積極的に利用したいものです(第5節参照)。またこの学年でどうしても実施させておいてほしいことは、3つの代表値（平均値、中央値、最頻値）間の関係やそれぞれの有用性についての考察およびヒストグラムとの対応の理解です。量的データの分布の比較も大切です。このことは、高等学校科目「数学I」のデータ分析や「数学B」での確率分布の理解につながっています。

2.2 第2学年における留意点

「確率」は、小学校の第6学年の算数科において、具体的な事柄について、起こり得る場合を順序よく整理して調べることを学習していることと、中学校の第1学年での相対度数を理解していることを前提とした内容になっています。“不確定な事象についての観察や実験などの活動を通して、確率について理解し、それを用いて考察し表現することができること”（学習指導要領）が目標になっています。すなわち、蓋然性の理解が中心です。くり返し観測できる現象という仮定があることの認識が、確率の意味を理解する上で大切になります。ここでの確率はその数値を普遍的に求めやすいという意味（同様に確からしいという仮定の下）で**数学的確率**（古典的確率，先験的確率）を扱いますが、その意味付けは、**統計的確率**（経験的確率，頻度論的確率）の考えで説明されています。統計的確率とは、多数回試行可能な不確定的な事象の起こりやすさの指標です。確率の値の解釈で大切なことは、その数値はある事象が実際に起こる（または起こらない）直前までの状況を示しているのであって、実際にその時が来れば、その事象は生じたか生じなかったかのどちらかで、100%か0%のどちらかであることです。これが確率というものを実際に扱うときの理解のポイントとなります。確率の数値は人間が行動する際に意志決定するための事前の参考情報だと思います。これらの理解は、高等学校の科目「数学A」の（数学的）確率の内容を通してさらに深めます。推測統計における議論の客観性の根拠を保証する概念は確率（無作為性へつながるもの）であると理解させることは、第3学年で行っています。

2.3 第3学年における留意点

「標本調査」は、高等学校での従前の科目、数学基礎、数学 C から移行した内容です。“コンピュータを用いたりするなどして、母集団から標本を取り出し、標本の傾向を調べることで、母集団の傾向が読み取れることができること”（学習指導要領）を目標にしています。すなわち、無作為に抽出した一部のデータから全体を理解するという推測統計の有用性・将来予測の考えに体験を通して気付かせることを目指しています。これらの標本調査の考えは、我々が自然に日常生活の中で利用しているということに気付くことが大切です。たとえば、書店での立ち読み、みそ汁作成中における味見、などです。その際、極端に偏った一部分から全体を類推すると偏見につながるため、注意が必要です。全体の適正な縮図となるようなデータを選び出す（抽出する）ことが大切です、それができれば、あとは調査目的に照らして特性を調べればよくなります。調べるべき適正な一部分をどのように抽出するかは、ものの見方の根幹にかかわる問題です。この保証は、第2学年で学習する確率を用いて説明する無作為性で与えているため、すでに理解していると思います。また、大数の法則の理解につながる、取り出す標本の数の問題も大切になります。ここで実行したいことは、生徒に実際の調査の前に結果を予測させ、実際の調査結果とのズレを感じさせる活動です。このことにより誤差というものに対する認識ができるようになり、推測統計という根本的な考え方を醸成させることにつながります。もし場合によって全数調査ができる場合には、本当の誤差が評価できることとなります。

このように、新しい領域「資料の活用」が設けられた理由は、中学校の数学での従前の確率や統計の内容の学習が、計算が中心となる資料の整理に重きをおく傾向にあったことを見直し、整理した結果の意味を用いて考えたり議論したり判断したりすることの学習を重視していることを伝えるためと思われます。つまり活用の充実です。この点は教育現場では十分に意識されているはずです。

大きく言えば、中学校の3年間で学ぶ統計を通して、統計的なものの見方・考え方を理解できるような仕組みになっています。そのためには、教師は第3学年で学ぶ母集団と標本の設定で、実践を通して思考する推測統計の扱う基本的構造をまずイメージした上で、生徒に統計を理解させることが大切です。このことは、第1学年では標本を資料と見なした目の前のデータの現状の分析を行い、第2学年では推論の客観性を保証するための確率の概念（無作為性）の重要性を認識し、第3学年では（一部の情報から全体の性質を把握する）統計的推論での予測の神髄の一端を理解するという流れで、達成できると考えています。

3. 高等学校における統計教育

高等学校数学の学習内容が、従前の数学 7 科目、数学 I、数学 II、数学 III、数学 A、数学 B、数学 C、数学基礎の構成から次の 6 科目構成に再編されました。

「数学 I」「数学 II」「数学 III」「数学 A」「数学 B」「数学活用」

統計に関する内容の一部が共通必修修化され、科目「数学 I」(3 単位)の中に入りました。基礎的な統計活用能力の育成を重要視していますが、これは中学校 1 学年との接続や内容の系統性を一層重視したことが理由だと思えます。また、科目「数学 A」(2 単位)には(数学的)確率が入りました。「数学 B」(2 単位)では、中学校 3 学年の内容の発展として、確率分布と統計的推測を統合・新設し、統計活用力を重視しています。しかし、これらは選択履修内容ですので、高校生による実際の履修がどのようになるのかは分かりません。従前の数学 B という科目では、結果的に統計の内容はほとんど教えられていませんでした。その 1 つの理由は、ほとんどの大学の個別入試問題の出題範囲から統計が除外されたからだと思えます(平成 24 年～平成 26 年の 3 年間も同様な状況にあったと聞いています)。他に、ほとんどの生徒が学ばないであろう「数学活用」の中でもデータの分析を扱っています。

このように高等学校では、推測統計の考え方の誠の醸成は科目「数学 B」の中でなされますので、不確定的な現象をくり返し観測する中で不変なことを見つけるという行為を指す、統計的なものの見方・考え方を高等学校の第 1 学年までで育むことは困難なことを考えています。

3.1 数学 I (3 単位 : 必修修科目)

中学校での学習内容についての 4 領域(数と式、図形、関数、資料の活用)に対応して設けられた必修修科目「数学 I」の構成は、次のようになっています。

数と式、図形と計量、二次関数、データの分析

この中の、「データの分析」という領域が中学校の領域「資料の活用」に対応しております。ここでは、中学校で扱っている資料の平均や散らばりの考えをさらに発展させ、データのばらつきや偏り、2 変量データの相関を学ぶことになっています。キーワードとその内容を学習指導要領に見ますと表 3 となっています(太字は筆者が強調するためにつけました)。

表 3 データの分析

『目標』 : 統計の基本的な考えを理解するとともに、それを用いてデータを適宜コンピュータなどを用い整理・分析し傾向を把握できるようにする。	
データの散らばり	四分位偏差 、 分散 および 標準偏差 などの意味について理解し、それらを用いて データの傾向 を把握し、説明する
データの相関	散布図 や 相関係数 の意味を理解し、それらを用いて二つのデータの相関を把握し説明する

また用語として、中学校での表現“資料”が高等学校ではより汎用性のある“データ”という表現を用い、従前の“相関図”は“散布図”という表現になっています。個人的には、四分位範囲の値の方が分布の散布度の尺度としての意味がより理解できるため、データの散らばりとして上記の四分位偏差よりはむしろ四分位範囲に注目した展開にすべきと考えています。

次に、これらのキーワードそのものの学習を通して統計の内容が理解できるように、高等学校において授業中に留意されているポイントを述べます。

3.1.1 データの分析での留意点

高等学校1年まではすべての児童・生徒が系統的に統計教育を受けていると述べましたが、その「数学I」の内容である記述統計に関しては、中学校の第1学年で学んだ内容からつながるものであり、2年間の空白の後の学習になっています。

中学校の第1学年では高等学校での従前の科目、数学基礎、数学Bから移行した内容を学んでいます。これをベースに「数学I」“データの分析”では記述統計の内容をさらに学びますが、統計の神髄である推測統計の内容ではありません。中学校での学習の内容などを第2節でみましたが、そこでは、3つの代表値（平均値、中央値、最頻値）の関係やそれぞれの有用性についての考察までしか学んでいません。

このような背景の下でデータの分析の内容について考えますと、分布の特徴を捉える種々の統計量（特性値）について、次のことが留意されていることがわかります。

(1) 1次元分布において、1つの変量の変動の中心的な位置を表す量として、平均値、中央値（**第2四分位数**）、最頻値が、またその量の回りの散らばり度合いを示す量として、分散、標準偏差や範囲、**第1四分位数**、**第3四分位数**、**四分位範囲**（=**第3四分位数**－**第1四分位数**）が考えられています。この際に、最小値、第1四分位数、中央値、平均値、第3四分位数、最大値を一つの図で同時表示している**箱ひげ図**を通して分布の特徴を多角的に理解できることが大切になります。その中で、高等学校では特にヒストグラムの形状と箱ひげ図の対応関係を明確に把握できるようになることが重要になっています。箱ひげ図を利用して分布が比較できるようになればよい（四分位数の値の計算については第3.1.2節を参照）と思います。実際は、データに外れ値がある場合の箱ひげ図の表現については注意が必要ですが、高等学校では残念ながら扱われていません（高等学校では、ひげの長さは単に最小値と最大値の値までで表示しています）。高等学校では、2つの分布の散布度の適切な比較の際に有用な場合が多い、変動係数も扱われていません。

(2) 2次元分布において、2つの周辺分布は1次元なので前述の特性値が使えますが、2つの変量についての変動を同時に考えるための概念として、相関という、関係性を捉えるものを学んでいます。これを、2つの変量の共分散を標準化した区間 $[-1,+1]$ の値をとる相関係数 r として、数量的に表現しています。この尺度は、2つの変量の間線形的な関係を測る量で、データが示す現状を分析するものです。この量を基にして、線形

予測式の作成につながる回帰の概念は、大変興味深い考え方ですが、残念ながら高等学校では扱われていません（科目「数学活用」では扱うことはできます。第3.4節参照）。

現在高校教育現場で使用中の教科書「数学Ⅰ」は、平成27年度、5社が発行している教科書によって占められています。各社が扱っている“データの分析”の内容を読みましたが、各社様々で工夫されています。一部の教科書で用語の表現が適切とは言えないものもありますので少し整理・統一して理解したいと思います。たとえば、関連に関する事項については、以下のように統一表現をしてほしいものです。

(ア) $r = \pm 1$ に近いとき強い正（負）の相関がある。このとき散布図の点は右上（下）がりの直線に沿って分布する傾向が強くなる。

(イ) r が 0 に近いとき相関は弱い。

誤解を生じると懸念される他の用語の表現も教科書上には見られますので、相関以外の内容についても、理解の異なる生徒がいるかもしれません（第3.1.2節も参照）。

高等学校の段階で大切なことは、単位の統一や、単位を無く（無名数化、標準化）して解釈・比較を意味あるものにするために、分散に対しては標準偏差、共分散に対しては相関係数が利用されていること、相関係数の値はデータの線形1次変換に関して不変であることを理解することです。

相関係数の値 r の推測統計的な解釈（相関係数の統計的仮説検定）は、数学Ⅰの段階ではできませんので、記述統計の枠組の中で解釈としての一応の（公的に使われている）目安を示すことは親切な提示だと思います。たとえば、

$ r \leq 0.2$:	ほとんど相関がない
$0.2 \leq r \leq 0.4$:	やや相関がある
$0.4 \leq r \leq 0.7$:	かなり相関がある
$0.7 \leq r $:	高い相関がある

と一般には言われていますが、利用にあたっては注意深い扱いが大切となります。ここで一つ注意したいことがあります。それは、相関係数について、以下のような分類をすることです。

$-1 \leq r \leq -0.8$:	強い負の相関がある
$-0.8 < r \leq -0.6$:	かなり負の相関がある
$-0.6 < r \leq -0.4$:	やや負の相関がある
$-0.4 < r \leq -0.2$:	弱い負の相関がある
$-0.2 < r < 0.2$:	ほとんど相関がない
$0.2 \leq r < 0.4$:	弱い正の相関がある
$0.4 \leq r < 0.6$:	やや正の相関がある
$0.6 \leq r < 0.8$:	かなり正の相関がある
$0.8 \leq r \leq 1$:	強い正の相関がある

これは言葉表現も含めて不適切なものだと考えます。先生方はそう思いませんか？

また特性値の必要性と求め方およびその意味と特徴を理解することも大切です。たとえば、平均の概念はすべてのデータが同じウェイト（重要度、意味づけなど）をもつときに有用なものであることは、加重平均（重み付き平均）から説明すると分かりやすいと思います。このように考えると、分布に偏りがある、例えば日本のサラリーマンの年間所得額の分布での中心的傾向を表す特性値には、平均値より中央値が適切であることがわかります。時間があれば、はずれ値（これは小学校5学年で学習しています）、標準化（偏差値）、相関関係と因果関係の話題にも触れている学校もあります。

3.1.2 授業上の留意点

前述のように「数学I」は4つの分野の内容、数と式、図形と計量、2次関数、データの分析で構成されていて、3単位としては内容の量が多く授業時間が不足しがちな科目です。その中で、データの分析では、中学校との接続を意識し、分散や標準偏差、散布図や相関係数などを扱い、データを整理・分析し、データの傾向を把握するための基礎的な知識や技能を身につけることを目指しています。ここで特に大切なことは、2つのデータの関係の把握に、相関係数の値でみる数量的理解（特性値の必要性とその値の意味）と散布図を用いての視覚的理解（ヒストグラム、箱ひげ図や散布図の特性値に対応した適切な解釈）を同時に行うことだと思います。この思考展開を的確に行えば、相関という直線的な関係の把握に誤解が生ずるようなことはありません。これは、今回の学習指導要領の改訂の趣旨に一番合致する活動になっています。

高等学校に今回新たに登場してきた四分位数についてももう少し述べます。まず、定義の仕方はただ一通りです（誤って複数あると記述している教科書もある）が、その求め方は複数存在することに注意が必要です。このことから、教科書の方法で求めた値と表計算ソフトで求めた値が異なることがあります。それは間違いではないという認識が必要です。これらの数値のわずかな違いに一喜一憂しないことが大切です。現在のすべての教科書において、四分位数の求め方は、離散型的データ（ほとんどが整数値表示）に対してのみ扱われ、各社同じ方法を記述しています。この種のデータに対しては、教科書に説明されている求め方は、標準的で適切です。しかし、将来身長、体重のような連続型データのヒストグラム表示下での四分位数の求め方まで必要になると、値の求め方に対する補間方法などといった別の問題が生じます。実際には、そのようなデータを扱うことが多いのですから、教科書でも果敢に取り上げ記述し説明してほしいものです。また、四分位範囲は、四分位偏差と違って、散布度の一つの尺度として従前の範囲以上に十分な意味が見出せます。

度数分布表からの四分位数の導出計算は、5社中1社のみでなされています。また他の1社の記述に四分位偏差の適切とは思えない図的表示がありますが、それは無視していただいて、ここでは四分位範囲を用いた散布度の説明で十分です。

相関に関して留意しておきたいことがあります。それは、関係表現に“相関がある”と“相関関係がある”の2通りが教科書上にあることです。後者の表現が多いのですが、相関は関係を表す言葉ですので、前者の表現がより適切であると考えます。別の1社では、相関係数の値が±1のときの解説に“完全な相関関係である”と記述され、同時にその(直線の)散布図まで記載されています。統計は不確定的な現象を考察対象としており、誤差を含んでいることが前提であるため、数学としては間違いではありませんが、統計の内容としては不適切です。また表計算ソフトやグラフ電卓を使用する記述の説明があるのは2社の教科書のみです。今後、記述内容の更なる充実と改善を期待したいところです。

3.2 数学 A (2 単位)

「数学 I」の補完の位置付けでもある科目「数学 A」の中には、「**場合の数, 確率**」があり、それは従前の科目、数学 A と数学 C の一部とを合わせた内容になっています。そのキーワードと内容を学習指導要領に見ますと表 4 となっています(太字は筆者が強調するためにつけました)。ここでの確率は、起こりうる事象が同様に確からしいという仮定の下で導入される、**数学的確率**(中学校で扱う確率と同じ)を意味しています。

数学 A は、標準単位数が 2 単位で、他の二つの数学内容「**整数の性質**」「**図形の性質**」と合わせて、適宜選択することになっていますが、ほとんどの学校ですべての内容が教えられているようです。また現実には、数学の内容について大学入試出題範囲に確率を含めている大学は多いようです。

表 4 場合の数, 確率

『目標』 : 場合の数を求めるときの基本的な考え方や確率についての理解を深め、それらを事象の考察に活用できる。	
場合の数	数え上げの原則 (集合の要素の個数に関する基本的な関係や和の法則, 積の法則について理解する), 順列・組合せ (具体的な事象の考察を通して順列および組合せの意味について理解し, それらの総数を求める)
確率	確率とその基本的な法則 (確率の意味や基本的な法則についての理解を深め, それらを用いて事象の確率を求める。また, 確率を事象の考察に活用する), 独立な試行と確率 (独立な試行の意味を理解し, 独立な試行の確率を求める。また, それを事象の考察に活用する), 条件付き確率 (条件付き確率の意味を理解し, 簡単な場合について条件付き確率を求める。また, それらを事象の考察に活用する)
用語・記号 : nPr , nCr , 階乗, $n!$, 排反	

中学校の第 2 学年の項でも種々記述しましたが、確率の実際の意味を真に理解できているのかは次の問に的確に解答できるか否かで判断できます。

「5本の中に当たりが2本入っているくじがある。5人が順にくじを引くとする。“最初に引いても後から引いても当たる確率は2/5でみんな等しい”と言われても何かすっきりしない。実際に、もし最初の2人が当たりくじを引いたら、それ以後の人は絶対に当たらない。その外れた人たちの不満をどう解消すればよいか。」

この種の問への正解を導ける人は意外と少ない。これは、高等学校での確率に関する授業が計算に終始しており、確率の意味まで理解させていない証拠の一つだと思います。

ほかにも留意したい点があります。中学校の第2学年の項でも述べましたが、確率については、数学的確率、統計的確率が導入されています。しかし、それぞれの確率の定義にはその値を求める際に次に示すような気持ちの悪さがあります。

- 1) 同程度に確からしいことを誰が保証するのか
- 2) 無限に試行を続けることができるのか

実際はどちらも実行不可能です。しかし、数学という教科の中での内容であると意識すると、公理的確率として、完全に数学として公理からスタートし扱うことが可能であることを十分理解すべきです。その上で学校教育の場では（入試問題でも）、確率の実際的な値の導出をしなければならないので、ある仮定（同様に確からしい）の下で普遍的に計算ができる、数学的確率を採用しているという理解は大切です。これらを総合的に捉え考えるのが、蓋然性の健全な理解につながると思っています。

3.3 数学 B（2 単位）

科目「数学 B」の中では、従前の数学 C から移行した内容「確率分布、正規分布、統計的推測」が扱われています。これは、「確率分布と統計的な推測」という内容の中で扱われており、学習指導要領の一番目に位置付けられています。また、従前の数学 A で、生徒に最も分かりにくいとされた“期待値”が「数学 B」に移行され、確率分布と合わせて扱うことになりました {この移行にも係わらず、平成 27 年度用大学入試で数学 A の中に期待値を求める問題を出題した大学が見られたのは残念であった}。簡単にその内容のキーワードをあげると、表 5 のようにできます（太字は筆者が強調するためにつけました）。最後は“区間推定”まで含まれています。

表 5 確率分布と統計的な推測

確率分布	確率変数と確率分布，二項分布
正規分布	二項分布の近似
統計的な推測	母集団と標本，統計的な推測の考え

このことからわかるとおり、高等学校では、数学 B の内容「確率分布と統計的な推測」を学べば基本的な統計的手法に関しては、多くのものを理解できる構成になっています。“はじめに”の節で述べたように、統計的なものの見方・考え方は多方面にわたって有

益なものですので、俗に言う文系・理系を問わず、ぜひ多くの生徒が履修し、統計的なものの見方・考え方を豊かにしてほしいと思っています。

ここでの内容は、中学校の第3学年で学習する、標本調査のさらなる発展内容になっています。この科目の標準単位数も2単位で、他に二つの数学内容「数列」「ベクトル」があり、これらの中から適宜選択し履修することになっています。

高等学校での数学の（統計学の）履修について想定される最悪のケースは、高等学校で「数学 I」以外ではまったく確率・統計の内容を学ばない生徒が出てくることです。生徒の実態や単位数等に応じて内容を適宜選択させる「数学 A」「数学 B」での確率・統計内容の扱いは微妙な位置付けになっていますが、各高等学校による選択の方向性は、大学入学試験での出題範囲の指定動向で決まると思います。そのため確かに「確率分布と統計的な推測」は多くの学校で教えられていないようです。

3.4 数学活用（2単位）

従前の科目、数学基礎（必履修科目としての選択；5%程度の実施率であった）とは履修形態は異なりますが、選択科目「数学活用」（標準単位数2単位；1つの学年では約2%の実施率と思われます）の中にも、「社会生活における数理的な考察」という統計に関する内容があります。「社会生活における数理的な考察」では、データの分析があり、この中で、身近な事象に対して“目的に応じてデータを収集し、表計算用のソフトウェアなどを用いて処理し、データ間の傾向を捉え予測や判断できること”（学習指導要領）を目指しています。そこでは、例えば、気温とある商品の売り上げとの関係について、散布図や相関係数を用いて調べたり、変数間に関数関係があると見なして処理し、商品の売り上げを予測したりする、などと記述されています。これは暗に回帰分析をイメージしていると考えられます。多くの高校生に、「数学 I」とともにぜひ履修してほしいものです。しかし、数学の社会的活用を記述する科目にもかかわらず、平成27年度は2冊の教科書のみしか出版されていません。その内1冊には回帰についての記述があります。

4. ものの見方・考え方

統計的なもの見方・考え方は、個人の経験に基づく知識や知恵を多面的に用いながら、目的に沿った適切で有効な情報を選択し、利用・活用することによってなされる活動です。すなわち、収集した情報の中に新しい価値を見出すことです。今回、中学校で各学年の内容に数学的活動が位置づいたことには大きな意味がありますが、数学的活動（確定的な現象が主な考察対象）と統計的活動（不確定的な現象が考察対象）における活動方法の違いが学習指導要領に明確には記述されていないことは残念です。どちらがどちらを包括するという関係ではなく、規則性（不変性）を見つけるという意味では同じですが、思考プロセスは同一ではないことの理解が大切となります。すなわち、数学は基本的には演繹的思考で展開されますが、統計は帰納的思考が主です。統計学の本質は、帰納的推論の中に演繹的論理の過程を導入することにより、科学的な結論が導ける点にあります。まさに、統計は不確実性の数理です。論理的な考え方は演繹的推論につきるといふ捉え方は適切ではありませんが、従前の演繹的論理だけで統計の内容を教えれば、統計的なもの見方・考え方を（生徒・学生が）正しく理解することはできないと考えます。要は、統計の内容を数学を教えるような方法だけで教えないことが肝要です。

5. 統計学習サイト

統計を学習するにあたって、利用可能なデータ、表の作り方、グラフの描き方、種々の統計値の計算の仕方など知りたいことについて多くのサイトがあります。それらの利用も実際に行われています。たとえば、

総務省統計局 (<http://www.stat.go.jp/>) を見ると、その中で

- ・ 小学校高学年から中学生向けとして「なるほど統計学園」

(<http://www.stat.go.jp/naruhodo/index.htm>)

- ・ 高校生向けとして「How to 統計」

(<http://www.stat.go.jp/howto/index.htm>)

- ・ 小・中・高校の先生向けとして

(<http://www.stat.go.jp/teacher/index.htm>)

などが挙げられます。

事前学校登録が必要ですが生徒参加型でデータ活用授業支援サイト

[センサス@スクール](#)

も有用のようです。自らもデータ収集に参加でき、またデータによっては国別比較などもでき興味深いものようです。

また、エクセルと比べても簡単に色々なヒストグラムが作れる「SimpleHist」も使われています。それは以下のアドレスから（無料）ダウンロードできます。

<http://www.cc.miyazaki-u.ac.jp/yfujii/histogram/>

参考文献

景山三平(2011). 小・中・高等学校における統計教育の課題—新学習指導要領から見えるもの—. 広島工業大学紀要 教育編, 第 10 巻, 37-43.

景山三平(2012). 新学習指導要領に基づく高校教科書「数学 I」の統計記述内容およびその評価. 広島工業大学紀要 教育編, 第 11 巻, 61-66.

景山三平(2012). 「数学 I」の新内容“データの分析”について. じつきょう 数学資料 No.64, 1-3.

教科書「数学 I」(2012). 実教出版, 数研出版, 東京書籍, 啓林館, 第一学習社.

教科書「数学活用」(2012). 実教出版, 啓林館.

松浦武人・景山三平(2003). 小学校における統計教育の歴史的考察と今日的課題—統計教育カリキュラム改善への提言—. 日本数学教育学会誌, 第 85 巻第 4 号, 11-20.

文部科学省(2008). 小学校学習指導要領解説算数編. 東洋館出版社, 8 月.

文部科学省(2008). 中学校学習指導要領解説数学編. 教育出版, 9 月.

文部科学省(2009). 高等学校学習指導要領解説数学編. 実教出版株式会社, 12 月.

(平成 27 年 9 月改訂)