「電気回路」第１章　問題解答

１－１　ドリル問題

問題１　合成抵抗をR_0とすると,

$$\frac{1}{R_0} = \sum \frac{1}{R_i} = \frac{1}{30} \times 7 = \frac{7}{30}\,\mathrm{S}$$

ゆえに,　$R_0 = \dfrac{30}{7} = 4.29\,\Omega$　　（答）　$4.29\,\Omega$

問題２　合成抵抗をR_0とすると

$$\frac{1}{R_0} = \frac{1}{1} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{10} = \frac{30 + 10 + 6 + 3}{30} = \frac{49}{30}\,\mathrm{S}$$

ゆえに,　$R_0 = \dfrac{30}{49} = 0.612\,\Omega$　　（答）　$0.612\,\Omega$

問題３　(1)　$\dfrac{1}{R} = \dfrac{1}{10} + \dfrac{1}{5} = \dfrac{3}{10}\,\mathrm{S}$　　ゆえに,　$R = \dfrac{10}{3} = 3.33\,\Omega$　　（答）

(2)　$R = \dfrac{10(3+6)}{10+(3+6)} = \dfrac{90}{19} = 4.74\,\mathrm{k}\Omega$　　（答）　$4.74\,\mathrm{k}\Omega$

(3)　$R = 3 + \dfrac{6 \times 3}{6+3} = 3 + \dfrac{18}{9} = 5\,\Omega$　　（答）　$5\,\Omega$

問題４　(1)　$R_{\mathrm{AB}} = \dfrac{1}{\dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2 + R_3}} = \dfrac{R_1(R_2 + R_3)}{R_1 + R_2 + R_3}$　　（答）

(2)　抵抗R_3から右を見た合成抵抗をR'_3とすると

$$R'_3 = \frac{1}{\dfrac{1}{R_3} + \dfrac{1}{R_4 + R_5}} = \frac{R_3(R_4 + R_5)}{R_3 + R_4 + R_5}$$

この合成抵抗R'_3を前問(1)のR_3に代入して

$$R_{\mathrm{AB}} = \frac{R_1\left(R_2 + \dfrac{R_3(R_4 + R_5)}{R_3 + R_4 + R_5}\right)}{R_1 + R_2 + \dfrac{R_3(R_4 + R_5)}{R_3 + R_4 + R_5}} = \frac{R_1R_2(R_3 + R_4 + R_5) + R_1R_3(R_4 + R_5)}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4 + R_5) + R_3(R_4 + R_5)}$$　　（答）

問題５

3Ωに流れる電流は，$\dfrac{3\,\mathrm{V}}{3\,\Omega} = 1\,\mathrm{A}$

1A が 10 kΩの抵抗にも流れるので $10\,\mathrm{k}\Omega \times 1\,\mathrm{A} = 10\,\mathrm{kV}$　　（答）

問題６　題意から

$$R_1 + R_2 = 8\,\Omega \quad \cdots(1)$$

$$\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{1}{1} \quad \cdots(2)$$

が成り立つ。式 (2)から

$$R_1 + R_2 = R_1 R_2 \quad \cdots(3)$$

よって，式(3)と(1)から

$$R_1 R_2 = 8 \quad \cdots(4)$$

(1)と(4)から R_2 を消去する。$R_2 = 8 - R_1$ を式(4)に代入して

$$R_1(8 - R_1) = 8$$

$$R_1^2 - 8R_1 + 8 = 0$$

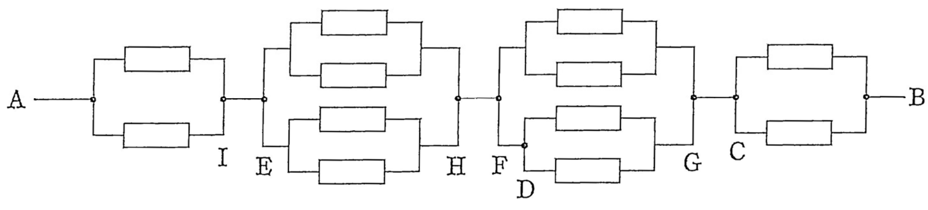
$$R_1 = 4 \pm \sqrt{16 - 8} = 4 \pm \sqrt{8} = 4 \pm 2.83$$

したがって，$R_1 = 1.17\,\Omega$，$6.83\,\Omega$

よって，$R_2 = 8 - R_1 = 6.83\,\Omega$，$1.17\,\Omega$

二つの抵抗値は，1.17Ωと 6.83Ωである。　　（答）

問題７　A と B の端子に電池をつないだとすると，ノード C と G，H と F と D，I と E は回路が対称なことから，それぞれ同じ電位を示す。これを短絡しても電位はみだれない。よって，次の等価回路が得られる。



よって合成抵抗 R は

$$R = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2} = 1.5\,\Omega \qquad （答）$$

１－１　演習問題

１．

(1)　$\dfrac{1}{R} = \dfrac{1}{15} + \dfrac{1}{1 + \dfrac{4 \times 5}{4 + 5}} = \dfrac{1}{15} + \dfrac{9}{29} = \dfrac{164}{435}$

ゆえに，$R = \dfrac{435}{164} = 2.65\,\Omega$　　（答）　$2.65\,\Omega$

(2)　中央の $40\,\mathrm{k}\Omega$ の抵抗の右側四つの合成抵抗を R' とすると

$$R' = 1 + 2.2 + \frac{7 \times 1.5}{7 + 1.5} = 4.44\,\mathrm{k}\Omega$$

よって，合成抵抗 R は

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{4} + \frac{1}{10} + \frac{1}{40} + \frac{1}{4.44} = \frac{111 + 44.4 + 11.1 + 100}{444} = \frac{266.5}{444}$$

$R = \dfrac{444}{266.5} = 1.67\,\mathrm{k}\Omega$　　（答）　$1.67\,\mathrm{k}\Omega$

２．　$\dfrac{1}{R} = \dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2} + \dfrac{1}{R_3} = \dfrac{R_2R_3 + R_3R_1 + R_1R_2}{R_1R_2R_3}$

よって

$R = \dfrac{R_1R_2R_3}{R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1}\,[\Omega]$　　（答）

３．　前問の式を用いると

$R = \dfrac{1 \times 2 \times 5}{1 \times 2 + 2 \times 5 + 5 \times 1} = \dfrac{10}{2 + 10 + 5} = \dfrac{10}{17} = 0.588\,\Omega$　　（答）　$0.588\,\Omega$

（別解）　$\dfrac{1}{R} = \dfrac{1}{1} + \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{5} = 1.7$

ゆえに，$R = \dfrac{1}{1.7} = 0.588\,\Omega$　　（答）　$0.588\,\Omega$

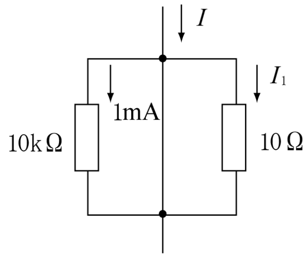
４．　R_2 と R_3 の合成抵抗を R' とすると，分流則によって R_1' に流れる電流 I_1 は求められる。

$$I_1 = I \times \frac{R'}{R_1 + R'} = I\,\frac{\dfrac{R_2R_3}{R_2 + R_3}}{R_1 + \dfrac{R_2R_3}{R_2 + R_3}}$$

よって

$\dfrac{I_1}{I} = \dfrac{R_2R_3}{R_1\left(R_2 + R_3\right) + R_2R_3} = \dfrac{R_2R_3}{R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1}$　　（答）

5．



10Ωの抵抗の両端の電圧Vは

$$V = 10\,\mathrm{k\Omega} \times 1\,\mathrm{mA} = 10\mathrm{V}$$

よって10Ωに流れる電流I_1は

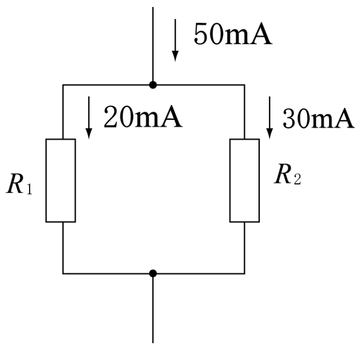
$$I_1 = \frac{10\mathrm{V}}{10\,\Omega} = 1\,\mathrm{A}$$

全電流Iは

$$I = 1\,\mathrm{mA} + 1\,\mathrm{A} = 1 \times 10^{-3} + 1 = 1.001\,\mathrm{A}$$　　（答）　1.001 A

6．　題意から

$$\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{1}{1} \quad \cdots(1)$$



$$20 \times 10^{-3} R_1 = 30 \times 10^{-3} R_2 \quad \cdots(2)$$

式(1) (2)を連立させてR_1， R_2を求める。式(2)から

$$2R_1 = 3R_2 \quad \cdots(3)$$

式(1)から

$$R_1 + R_2 = R_1 R_2 \quad \cdots(4)$$

式(3)と(4)からR_1を消去して

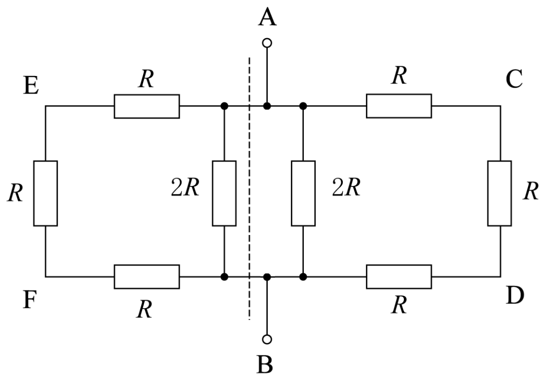
$$\frac{3}{2} R_2 + R_2 = \frac{3}{2} R_2 R_2$$

$$5R_2 = 3R_2^{\ 2}$$

$$R_2 = \frac{5}{3} = 1.67\,\Omega \qquad (答)\quad 1.67\,\Omega$$

$$R_1 = \frac{3}{2}R_2 = \frac{3}{2}\times\frac{5}{3} = 2.5\,\Omega \qquad (答)\quad 2.5\,\Omega$$

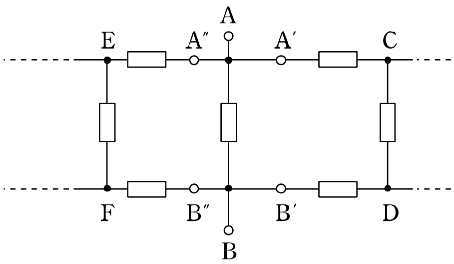
7．



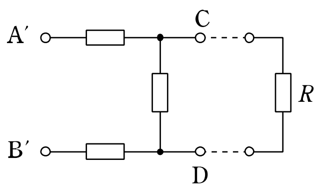
AB 間の抵抗 R を，$2R$ の抵抗が並列抵抗されていると考える。すると図のように AB 間で左右対称な回路を得る。そこで AB 間の一つの $2R$ の抵抗を含む C 点と D 点の直列抵抗の合成抵抗を求め，それが並列にあるとして $\frac{1}{2}$ にすれば，もとの抵抗が求まる。

$$R_0 = \frac{1}{2}\times\frac{2R(R+R+R)}{2R+R+R+R} = \frac{1}{2}\times\frac{6}{5}R = 0.6R\,[\Omega] \qquad (答)$$

8．　図３の回路を次図のように書き直す。



まず，$A'B'$ 間と合成抵抗 R を考える。無限に続く回路なので CD より右の合成抵抗を R とおくことができる。



したがって

$$R_{A'B'} = R = 2 + \frac{1\times R}{1+R}$$

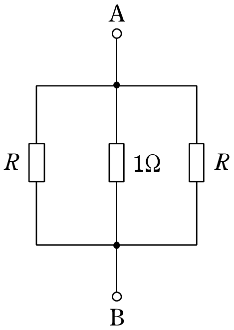
となり

$$R(1+R) = 2(1+R) + R$$

$$R^2 + R = 2 + 2R + R$$

$R^2 - 2R - 2 = 0$　だから　$R = 1 \pm \sqrt{3} = 1 + \sqrt{3}$

A″ B″ 間の合成抵抗も同様なので，回路を次図のように書き換えることができる。



$$R_{AB} = \frac{1}{\frac{1}{R} + \frac{1}{1} + \frac{1}{R}} = \frac{R}{R+2} = \frac{1+\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}+2} \fallingdotseq 0.577\,\Omega$$　（答）

1－2　ドリル問題

問題1　合成抵抗を R とすると

$$R = 1 + \frac{2 \times 3}{2 + 3} = 1 + \frac{6}{5} = 2.2\,\mathrm{k\Omega}$$

よって

$$I_1 = \frac{10\mathrm{V}}{2.2\,\mathrm{k\Omega}} = 4.55 \times 10^{-3}\,\mathrm{A} = 4.55\,\mathrm{mA} \qquad (答)\quad 4.55\,\mathrm{mA}$$

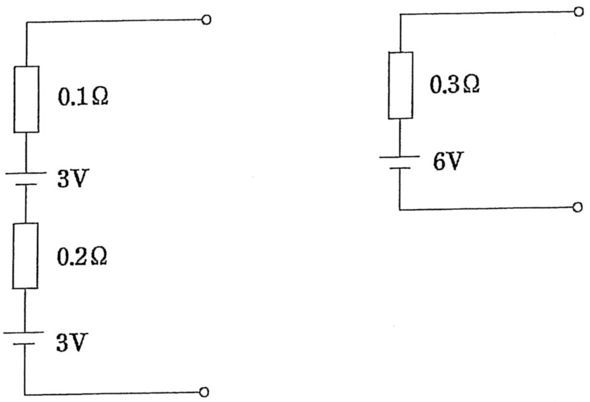
分流則から，

$$I_2 = 4.55\,\mathrm{mA} \times \frac{3}{5} = 2.73\,\mathrm{mA} \qquad (答)\quad 2.73\,\mathrm{mA}$$

$$I_3 = 4.55 - 2.73 = 1.82\,\mathrm{mA} \qquad (答)\quad 1.82\,\mathrm{mA}$$

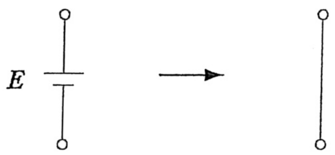
問題2　$P_{\max} = \dfrac{1}{4} \times \dfrac{E^2}{r} = \dfrac{1}{4} \times \dfrac{1.5^2}{0.1} = 5.63\mathrm{W}$ 　　(答)　5.63W

問題3

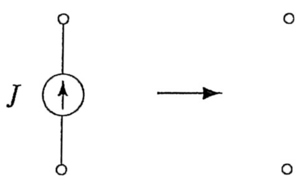


$$P_{\max} = \frac{1}{4} \times \frac{E^2}{r} = \frac{1}{4} \times \frac{6^2}{0.3} = 30\mathrm{W} \qquad (答)\quad 30\,\mathrm{W},\ 負荷抵抗\,0.3\,\Omega\,のとき$$

問題4　①電圧源で $E = 0$ のときは



E　⇒　短絡(ショート)



②電流源で $J = 0$ のときは

J　⇒　開放(オープン)

問題５

$$P = RI^2$$

10Ω，5Ω，RΩの合成抵抗R'は

$$\frac{1}{R'} = \frac{1}{10} + \frac{1}{5} + \frac{1}{R} = \frac{3}{10} + \frac{1}{R} = \frac{3R+10}{10R}$$

したがって，$R' = \dfrac{10R}{3R+10}$

よって全抵抗R_0は

$$R_0 = 1 + R' = 1 + \frac{10R}{3R+10} = \frac{13R+10}{3R+10}$$

抵抗Rに流れる電流Iは，分流則を用いて

$$I = \frac{100}{R_0} \times \frac{\frac{10}{3}}{\frac{10}{3} + R} = \frac{100}{\left(\frac{13R+10}{3R+10}\right)} \times \frac{10}{10+3R} = \frac{1000}{13R+10}$$

Rの電力Pは

$$P = RI^2 = R\left(\frac{1000}{13R+10}\right)^2 = 1000\mathrm{W}$$

この２次方程式を解く。

$$1000R = \left(13R+10\right)^2$$

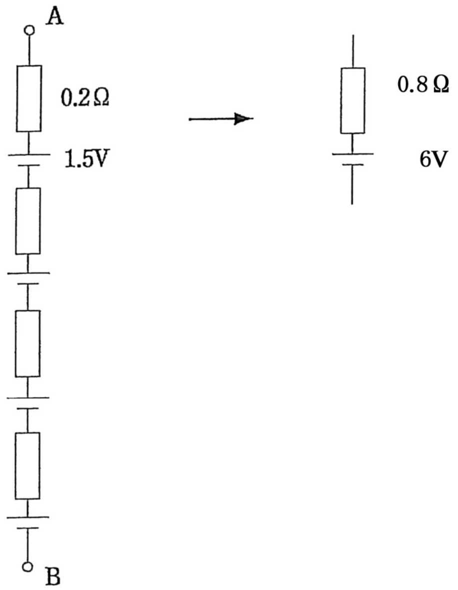
$$169R^2 + 260R + 100 = 1000R$$

$$169R^2 - 740R + 100 = 0$$

$$R = \frac{740 \pm \sqrt{740^2 - 67600}}{338} = 2.19 \pm 2.05 = 4.24\,\Omega,\ 0.140\,\Omega$$　　（答）　4.24Ω，0.140Ω

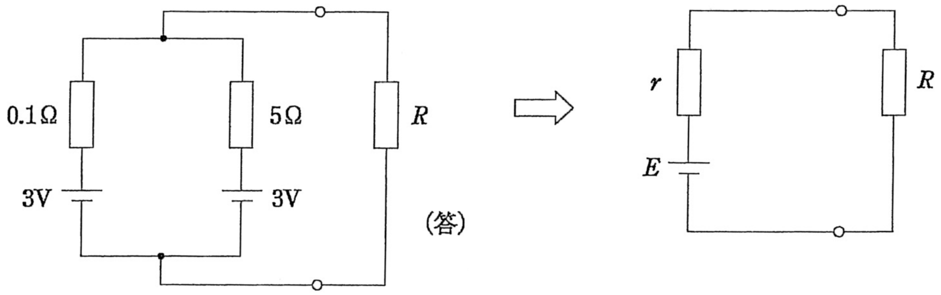
１－２　演習問題

１．



$$P_{\max} = \frac{1}{4} \times \frac{E^2}{r} = \frac{1}{4} \times \frac{6^2}{0.8} = 11.3\ \mathrm{W}$$　（答）　11.3 W

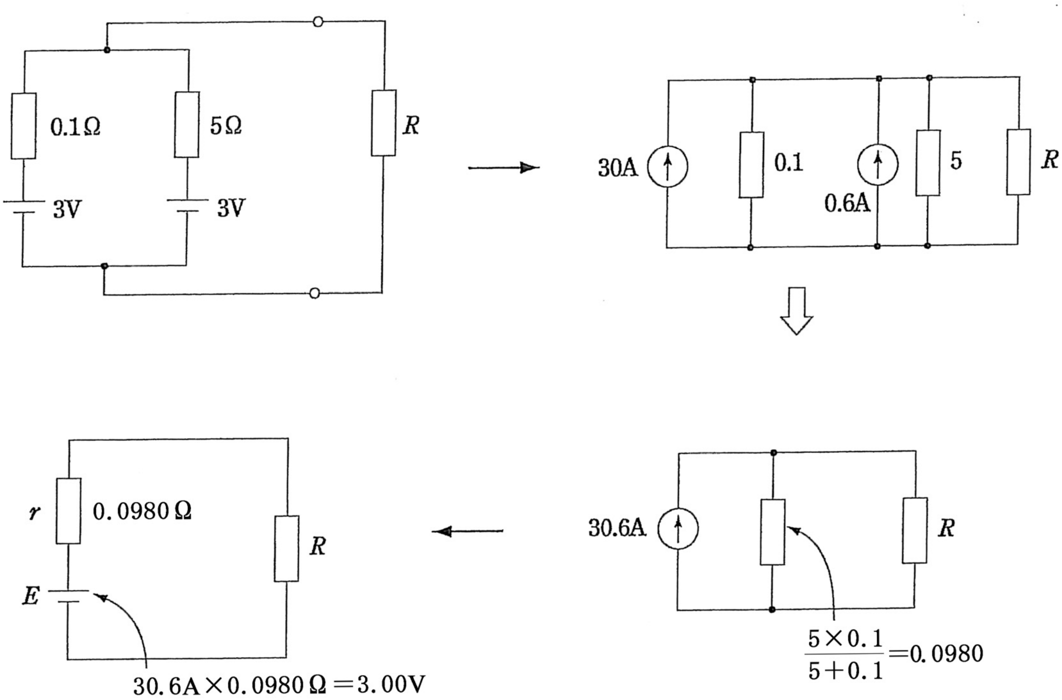
2．



$$r = \frac{0.1 \times 5}{0.1 + 5\,\Omega} = \frac{0.5}{5.1} = 0.0980\,\Omega \qquad \text{（答）}$$

次の図より，$E = 3.00\mathrm{V}$

$$\text{よって}P_{\max} = \frac{1}{4} \times \frac{(3.00)^2}{0.0980} = 23.0\mathrm{W} \quad \text{（最大電力：}r = 0.0980\,\Omega\text{ のとき）}$$



$r = 0.0980\,\Omega$ のとき，R に発生する電圧は$\dfrac{3.00}{2} = 1.50\mathrm{V}$

流れる電流は

$$\frac{1.50\mathrm{V}}{0.0980\,\Omega} = 15.3\mathrm{A}$$

よって，$0.1\,\Omega$に生ずる消費電力は

$$R_{0.1} = VI = (3.00 - 1.50) \times \frac{(3.00 - 1.50)}{0.1} = 22.5\mathrm{W} \qquad \text{（答）}\ 22.5\,\mathrm{W}$$

$5\,\Omega$による消費電力は

$$P_5 = VI = (3.00 - 1.50) \times \frac{3.00 - 1.50}{5} = 0.45\mathrm{W} \qquad \text{（答）}\ 0.45\,\mathrm{W}$$

３．　電力を$P\,[\mathrm{W}]$とすると

$$\frac{P\times 10分\times 60秒}{4.2}=\left(100-10\right)\times 250 \quad より$$

$P=158\,\mathrm{W}$　　（答）　158 W

４．(1)　$R=\dfrac{10\mathrm{kV}}{7\mathrm{mA}}=\dfrac{10\times 10^{3}}{7\times 10^{-3}}=1.43\times 10^{6}=1.43\mathrm{M}\Omega$　　（答）　1.43 MΩ

(2)　$V=\dfrac{P}{I}=\dfrac{8\times 10^{-3}\,\mathrm{W}}{1\times 10^{-6}\,\mathrm{A}}=8\times 10^{3}\,\mathrm{V}=8\,\mathrm{kV}$　　（答）　8 kV

$R=\dfrac{V^{2}}{P}=\dfrac{(8\,\mathrm{kV})^{2}}{8\,\mathrm{mW}}=\dfrac{64\times 10^{6}}{8\times 10^{-3}}=8\times 10^{9}=8\,\mathrm{G}\Omega$　　（答）　8 GΩ

(3)　$V^{2}=PR=100\mathrm{W}\times 3\,\Omega=300$

したがって，$V=\sqrt{300}=17.3\mathrm{V}$　　（答）　17.3V

$I=\dfrac{V}{R}=\dfrac{17.3\mathrm{V}}{3\,\Omega}=5.77\mathrm{A}$　　（答）　5.77A

５．(1)　$V=\dfrac{I}{G}=\dfrac{10\mathrm{A}}{70\mathrm{S}}=0.143\mathrm{V}$　　（答）　0.143V

$P=I\times V=10\mathrm{A}\times 0.143\mathrm{V}=1.43\mathrm{W}$　　（答）　1.43W

(2)　$I=J=\dfrac{P}{V}=\dfrac{80\mathrm{W}}{75\mathrm{V}}=1.07\mathrm{A}$　　（答）　1.07A

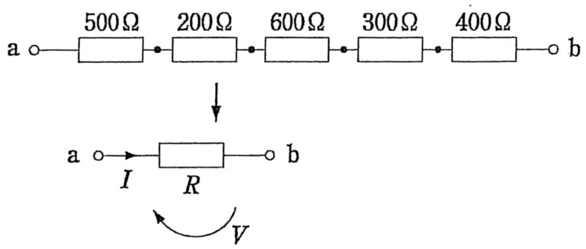
(3)　$P=\dfrac{I^{2}}{G}$ から

$I=\sqrt{PG}=\sqrt{10\mathrm{W}\times 10\mathrm{mS}}=\sqrt{100\times 10^{-3}}=0.316\,\mathrm{A}$　　（答）　0.316A

$V=\sqrt{\dfrac{P}{G}}=\sqrt{\dfrac{10\mathrm{W}}{10\mathrm{mS}}}=31.6\,\mathrm{V}$　　（答）　31.6 V

１－３　ドリル問題

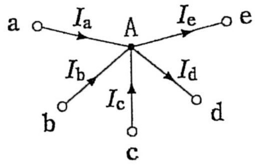
問題１



合成抵抗$R = 500 + 200 + 600 + 300 + 400 = 2000\,\Omega$

$V = RI = 2000 \times 1 = 2000\mathrm{V} = 2\,\mathrm{kV}$　　（答）

問題２



I_eを図のように仮定すると

$I_a + I_b + I_c = I_d + I_e$

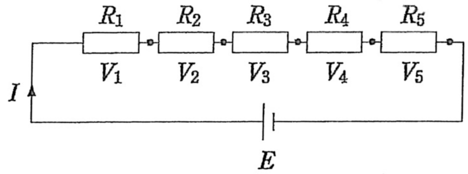
$3 + 5 + 10 = 7 + I_e$

$I_e = 11\mathrm{A}$

したがって，I_eは，11A の電流がノード A から流れ出ている。　　（答）

よって，図示すると上図のようになる。　　（答）

問題３



$E = V_1 + V_2 + V_3 + V_4 + V_5$　　（答）

問題４　(1)　$5 = 1I_A + 2\left(I_A - I_B\right) = 3I_A - 2I_B$

$0 = -2\left(I_A - I_B\right) + 4I_B = -2I_A + 6I_B$　　(答)

(2)　V_A に流れ込む向きを正とすると，$\dfrac{5 - V_A}{1} + \dfrac{-V_A}{2} + \dfrac{-V_A}{4} = 0$　　(答)

(3)　$I_1 - I_2 - I_3 = 0$

$5 = I_1 + 2I_3$

$0 = 4I_2 - 2I_3$　　(答)

問題５

(1)　$5 = 3I_A - 2I_B$

$0 = -I_A + 3I_B$

$I_A = 3I_B$ より

$5 = 9I_B - 2I_B = 7I_B$

$I_B = \dfrac{5}{7}\,\mathrm{A}$，$I_A = \dfrac{15}{7}\,\mathrm{A}$

したがって，$I_1 = \dfrac{15}{7} = 2.14\,\mathrm{A}$，$I_2 = \dfrac{5}{7} = 0.714\,\mathrm{A}$，$I_3 = I_1 - I_2 = \dfrac{10}{7} = 1.43\,\mathrm{A}$　(答)

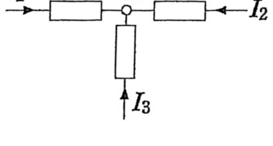
(2)　V_A に流れ込む向きを正とすると，$\dfrac{5 - V_A}{1} + \dfrac{-V_A}{2} + \dfrac{-V_A}{4} = 0$ より $20 - 4V_A - 2V_A - V_A = 0$

$V_A = \dfrac{20}{7}\,\mathrm{V}$

したがって，$I_1 = \dfrac{5 - V_A}{1} = 5 - \dfrac{20}{7} = \dfrac{15}{7} = 2.14\mathrm{A}$　　(答)

$-I_2 = \dfrac{-V_A}{4} = \dfrac{-\dfrac{20}{7}}{4} = -\dfrac{5}{7}\,\mathrm{A}$，$I_2 = \dfrac{5}{7} = 0.714\mathrm{A}$　　(答)

$-I_3 = \dfrac{-V_A}{2} = \dfrac{-\dfrac{20}{7}}{2} = -\dfrac{10}{7}\,\mathrm{A}$，$I_3 = \dfrac{10}{7} = 1.43\mathrm{A}$　　(答)



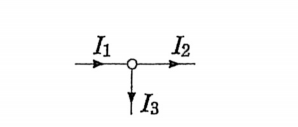
(3)　$I_1 - I_2 - I_3 = 0 \quad \rightarrow \quad I_1 = I_2 + I_3$

$5 = 1I_1 + 2I_3 \quad \rightarrow \quad 5 = I_2 + 3I_3$

$0 = 4I_2 - 2I_3 \quad \rightarrow \quad 0 = 2I_2 - I_3 \quad \rightarrow \quad I_3 = 2I_2$

したがって，$5 = I_2 + 6I_2 = 7I_2$

$$I_2 = \frac{5}{7} = 0.714\text{A},\ \ I_3 = \frac{10}{7} = 1.43\text{A},\ \ I_1 = \frac{15}{7} = 2.14\text{A} \qquad \text{（答）}$$

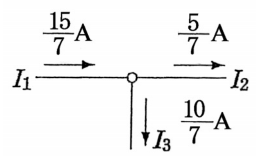


なお，(1)，(2)，(3)の結果より，電流の大きさと方向は図のように表せる。

$$I_{R=1\Omega} = \frac{15}{7} = 2.14\text{A}$$

$$I_{R=4\Omega} = \frac{5}{7} = 0.714\text{A}$$

$$I_{R=2\Omega} = \frac{10}{7} = 1.43\text{A}$$



問題6　電圧源のみを考えると

$$I_1 = \frac{10}{3 + \frac{16 \times 20}{16 + 20}} \times \frac{20}{20 + 16} = 0.467\text{A}$$

電流源による電流I_2は

$$I_2 = \frac{1 + \frac{3 \times 20}{3 + 20}}{15 + \left(1 + \frac{3 \times 20}{3 + 20}\right)} \times 2\,\text{A} = \frac{1 + 2.61}{15 + 3.61} \times 2\,\text{A} = 0.388\,\text{A}$$

よって，15 Ω の抵抗に流れる電流Iは

$$I = I_1 + I_2 = 0.467 + 0.388 = 0.855\ \text{A} \qquad \text{（答）}\ \ 0.855\,\text{A}$$

電圧Vは

$$V = 0.855\text{A} \times 15\,\Omega = 12.8\,\text{V} \qquad \text{（答）}\ \ 12.8\,\text{V}$$

電力Pは

$$P = VI = 12.8 \times 0.855 = 10.9\ \text{W} \qquad \text{（答）}\ \ 10.9\,\text{W}$$

問題７

$$5 = (3+1)I_1 - 3I_2 - I_3 = 4I_1 - 3I_2 - I_3 \quad \text{(答)}$$

$$0 = -3I_1 + (5+3+2)I_2 - 2I_3 = -3I_1 + 10I_2 - 2I_3 \quad \text{(答)}$$

$$0 = -I_1 - 2I_2 + (4+2+1)I_3 = -I_1 - 2I_2 + 7I_3 \quad \text{(答)}$$

問題８

$$15 = (5+2+3)I_1 - 2I_2 = 10I_1 - 2I_2 \quad \text{(答)}$$

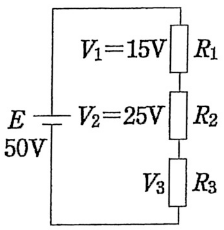
$$10 = -2I_1 + (4+2+1)I_2 = -2I_1 + 7I_2 \quad \text{(答)}$$

問題９

$$P = VI = RI^2$$

$$R = \frac{P}{I^2} = \frac{50}{5^2} = \frac{50}{25} = 2\,\Omega \quad \text{(答)}$$

問題 10



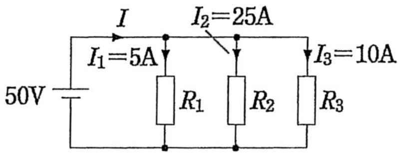
合成抵抗$R = R_1 + R_2 + R_3$

$$50 = RI = (R_1 + R_2 + R_3)I = R_1I + R_2I + R_3I$$
$$= V_1 + V_2 + V_3$$
$$= 15 + 25 + V_3$$

したがって，$V_3 = 10 = R_3I = R_3 5$

$$R_3 = 2\,\Omega \quad \text{(答)}$$

問題 11



$V_1 = R_1 I_1$

$50 = 5R_1$

$R_1 = 10\,\Omega$　　（答）

$V_2 = R_2 I_2$

$50 = 25R_2$

$R_2 = 2\,\Omega$　　（答）

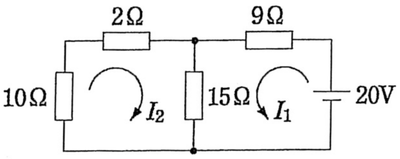
$V_3 = R_3 I_3$

$50 = 10R_3$

$R_3 = 5\,\Omega$　　（答）

１－３　演習問題

１．



ループ電流I_1 とI_2 を図のように仮定する。

$$20 = 24I_1 + 15I_2$$

$$0 = 15I_1 + 27I_2$$

$$I_1 = -\frac{27}{15}I_2$$

$$20 = 24\left(-\frac{27}{15}I_2\right) + 15I_2$$

$$= -\frac{423}{15}I_2$$

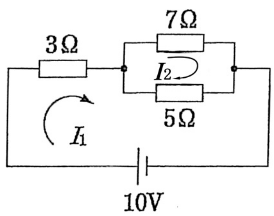
したがって，$I_2 = -\frac{300}{423}\,\mathrm{A}$

$$I_1 = -\frac{27}{15}I_2 = -\frac{27}{15}\times\left(-\frac{300}{423}\right) = \frac{540}{423}\,\mathrm{A}$$

したがって，

$$I_{R=15\Omega} = I_1 + I_2 = -\frac{300}{423} + \frac{540}{423} = \frac{240}{423} = 0.567\mathrm{A}$$　（答）　0.567A

２．



I_1 とI_2 を図のように仮定する。

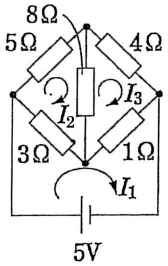
$$10 = 8I_1 - 5I_2$$

$$0 = -5I_1 + 12I_2 \quad \rightarrow \quad I_1 = \frac{12}{5}I_2$$

したがって，$10 = 8\times\frac{12}{5}I_2 - 5I_2 = \frac{71}{5}I_2$

$$I_2 = \frac{50}{71} = I = 0.704\,\mathrm{A}$$　（答）

３．



$$
\begin{aligned}
5 &= 4I_1 - 3I_2 - I_3 \\
0 &= -3I_1 + 16I_2 - 8I_3 \\
0 &= -I_1 - 8I_2 + 13I_3
\end{aligned}
\quad \to \quad
\begin{bmatrix} 5 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & -3 & -1 \\ -3 & 16 & -8 \\ -1 & -8 & 13 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix}
$$

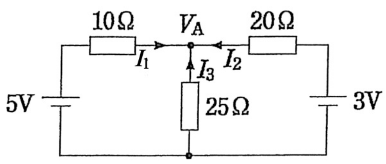
$$
\mathit{\Delta} = \begin{vmatrix} 4 & -3 & -1 \\ -3 & 16 & -8 \\ -1 & -8 & 13 \end{vmatrix} = 784 - 389 = 395
$$

$$
I_2 = \frac{\begin{vmatrix} 4 & 5 & -1 \\ -3 & 0 & -8 \\ -1 & 0 & 13 \end{vmatrix}}{\mathit{\Delta}} = \frac{40 + 195}{395} = \frac{235}{395}
$$

$$
I_3 = \frac{\begin{vmatrix} 4 & -3 & 5 \\ -3 & 16 & 0 \\ -1 & -8 & 0 \end{vmatrix}}{\mathit{\Delta}} = \frac{120 + 80}{395} = \frac{200}{395}
$$

$I = I_2 - I_3 = \dfrac{35}{395} = 0.0886\,\mathrm{A}$　　（答）　88.6 mA

４．



$$
\frac{5 - V_\mathrm{A}}{10} + \frac{-V_\mathrm{A}}{25} + \frac{3 - V_\mathrm{A}}{20} = 0
$$

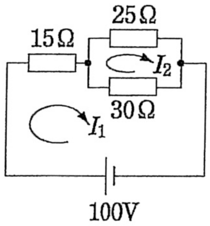
$$
50 - 10V_\mathrm{A} - 4V_\mathrm{A} + 15 - 5V_\mathrm{A} = 0
$$

$$
19V_\mathrm{A} = 65
$$

したがって，$V_\mathrm{A} = \dfrac{65}{19} = 3.42\,\mathrm{V}$　　（答）　3.42 V

ちなみに，$I_{R=25\Omega} = I_3 = \dfrac{-V_A}{25} + \dfrac{-\dfrac{65}{19}}{25} = -\dfrac{13}{95} = 0.137\mathrm{A}$

５．



$$100 = 45I_1 - 30I_2 \quad \rightarrow \quad 20 = 9I_1 - 6I_2$$

$$0 = -30I_1 + 55I_2 \quad \rightarrow \quad 0 = -6I_1 + 11I_2$$

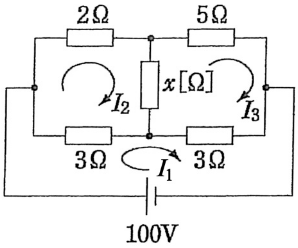
$$I_1 = \frac{11}{6} I_2$$

$$20 = 9 \times \frac{11}{6} I_2 - 6I_2$$

$$= \frac{63}{6} I_2$$

したがって，$I_2 = \dfrac{120}{63} = 1.90\ \mathrm{A}$　　（答） 1.90 A

6．



$$
\begin{aligned}
100 &= 6I_1 - 3I_2 - 3I_3 \\
0 &= -3I_1 + (x+5)I_2 - xI_3 \\
0 &= -3I_1 - xI_2 + (x+8)I_3
\end{aligned}
\quad \rightarrow \quad
\begin{bmatrix} 100 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & -3 & -3 \\ -3 & x+5 & -x \\ -3 & -x & x+8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix}
$$

$$
\varDelta = \begin{vmatrix} 6 & -3 & -3 \\ -3 & x+5 & -x \\ -3 & -x & x+8 \end{vmatrix} = 6(x+5)(x+8) - 9x - 9x - 9(x+5) - 6x^2 - 9(x+8)
$$

$$
= 6x^2 + 78x + 240 - 18x - 9x - 45 - 6x^2 - 9x - 72
$$

$$
= 42x + 123
$$

$$
I_2 = \frac{\begin{vmatrix} 6 & 100 & -3 \\ -3 & 0 & -x \\ -3 & 0 & x+8 \end{vmatrix}}{\varDelta} = \frac{300x + 300(x+8)}{42x+123} = \frac{600x+2400}{42x+123}
$$

$$
I_3 = \frac{\begin{vmatrix} 6 & -3 & 100 \\ -3 & x+5 & 0 \\ -3 & -x & 0 \end{vmatrix}}{\varDelta} = \frac{300x + 300(x+5)}{42x+123} = \frac{600x+1500}{42x+123}
$$

$$
I = I_2 - I_3 = \frac{600x + 2400 - (600x + 1500)}{42x+123} = \frac{900}{42x+123} = 3
$$

$x = \dfrac{531}{126} = 4.21\,\Omega$ （答） $4.21\,\Omega$

7．

$$
\frac{100 - V_{\mathrm{A}}}{3} + \frac{-V_{\mathrm{A}}}{x} + \frac{-V_{\mathrm{A}}}{2} = 0
$$

$V_{\mathrm{A}} = 5V$ より

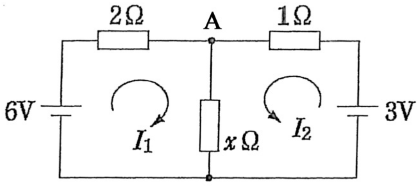
$$
\frac{95}{3} + \frac{-5}{x} + \frac{-5}{2} = 0
$$

$$
190x - 30x - 15x = 0
$$

$$
170x = 30
$$

$x = \dfrac{30}{175} = 0.171\,\Omega$ （答） $0.171\,\Omega$

8.



$6 = (x+2)I_1 + xI_2$

$3 = xI_1 + (x+1)I_2$

$\downarrow$

$$\begin{bmatrix} 6 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x+2 & x \\ x & x+1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

$$\varDelta = \begin{vmatrix} x+2 & x \\ x & x+1 \end{vmatrix} = (x+2)(x+1) - x^2 = x^2 + 3x + 2 - x^2 = 3x + 2$$

$$I_1 = \frac{\begin{vmatrix} 6 & x \\ 3 & x+1 \end{vmatrix}}{\varDelta} = \frac{6x + 6 - 3x}{3x+2} = \frac{3x+6}{3x+2} = 1.8$$

$3x + 6 = 1.8(3x+2)$

$2.4x = 2.4$

$x = 1\ \Omega$　（答）

１－４　ドリル問題

問題１

(1) $\begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 7 & -3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 15 \end{bmatrix}$ （答）

$$\varDelta = \begin{vmatrix} 3 & 5 \\ 7 & -3 \end{vmatrix} = -9 - 35 = -44$$

$$I_1 = \frac{\begin{vmatrix} 10 & 5 \\ 15 & -3 \end{vmatrix}}{-44} = \frac{-30-75}{-44} = 2.39\ \mathrm{A}$$ （答） 2.39 A

(2) $\begin{bmatrix} R_1 & 2R_2 \\ 3R_1 & 5R_2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \end{bmatrix}$ （答）

$$\varDelta = \begin{vmatrix} R_1 & 2R_2 \\ 3R_1 & 5R_2 \end{vmatrix} = R_1 \times 5R_2 - 3R_1 \times 2R_2 = -R_1R_2$$

$$I_1 = \frac{\begin{vmatrix} E_1 & 2R_2 \\ E_2 & 5R_2 \end{vmatrix}}{-R_1R_2} = \frac{5E_1R_2 - 2E_2R_2}{-R_1R_2} = -\frac{5}{R_1}E_1 + \frac{2}{R_1}E_2\ \text{[A]}$$ （答）

問題２

(1) $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 5 & 1 \\ 3 & 4 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 10 \\ 20 \end{bmatrix}$

$$\varDelta = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 5 & 1 \\ 3 & 4 & 2 \end{vmatrix} = 20 + 12 + 3 - 45 - 8 - 2 = -20$$

$$I_1 = \frac{\begin{vmatrix} 5 & 1 & 3 \\ 10 & 5 & 1 \\ 20 & 4 & 2 \end{vmatrix}}{\varDelta} = \frac{50 + 120 + 20 - 300 - 20 - 20}{-20} = \frac{-150}{-20} = 7.5\ \mathrm{A}$$ （答） 7.5 A

$$I_2 = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 5 & 3 \\ 1 & 10 & 1 \\ 3 & 20 & 2 \end{vmatrix}}{\varDelta} = \frac{40 + 60 + 15 - 90 - 40 - 10}{-20} = \frac{-25}{-20} = 1.25\ \mathrm{A}$$ （答） 1.25 A

$$I_3 = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 1 & 5 \\ 1 & 5 & 10 \\ 3 & 4 & 20 \end{vmatrix}}{\varDelta} = \frac{200 + 20 + 30 - 75 - 80 - 20}{-20} = \frac{75}{-20} = -3.75\ \mathrm{A}$$ （答） －3.75 A

(2) $\begin{bmatrix} 10 & 5 & 7 \\ 0 & 1 & 5 \\ 7 & 10 & 4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 \\ 6 \\ 25 \end{bmatrix} \rightarrow \mathit{\Delta} = \begin{vmatrix} 10 & 5 & 7 \\ 0 & 1 & 5 \\ 7 & 10 & 4 \end{vmatrix} = 40 + 175 - 49 - 500 = -334$

$$I_1 = \frac{\begin{vmatrix} 9 & 5 & 7 \\ 6 & 1 & 5 \\ 25 & 10 & 4 \end{vmatrix}}{\mathit{\Delta}} = \frac{36 + 420 + 625 - 175 - 450 - 120}{-334} = \frac{336}{-334} = -1.01\,\mathrm{A}$$ (答) $-1.01\,\mathrm{A}$

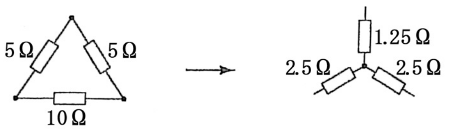
$$I_2 = \frac{\begin{vmatrix} 10 & 9 & 7 \\ 0 & 6 & 5 \\ 7 & 25 & 4 \end{vmatrix}}{\mathit{\Delta}} = \frac{240 + 315 - 294 - 1250}{-334} = \frac{-989}{-334} = 2.96\,\mathrm{A}$$ (答) $2.96\,\mathrm{A}$

$$I_3 = \frac{\begin{vmatrix} 10 & 5 & 9 \\ 0 & 1 & 6 \\ 7 & 10 & 25 \end{vmatrix}}{\mathit{\Delta}} = \frac{250 + 210 - 63 - 600}{-334} = \frac{-203}{-334} = 0.608\,\mathrm{A}$$ (答) $0.608\,\mathrm{A}$

問題３ 略

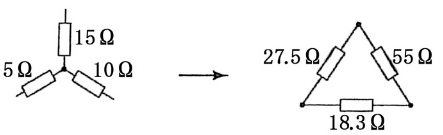
問題４

(1)



(答)

(2)

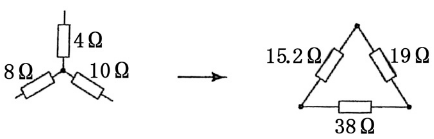


(答)

(3)

(答)

(4)



(答)

(1)

$$\frac{5\times 5}{10+5+5}=\frac{25}{20}=\frac{5}{4}=1.25\,\Omega$$

$$\frac{5\times 10}{10+5+5}=\frac{50}{20}=\frac{5}{2}=2.5\,\Omega$$

$$\frac{5\times 10}{10+5+5}=\frac{50}{20}=\frac{5}{2}=2.5\,\Omega$$

(2)

$$\frac{15\times 10+10\times 5+5\times 15}{10}=\frac{275}{10}=\frac{55}{2}=27.5\,\Omega$$

$$\frac{15\times 10+10\times 5+5\times 15}{5}=\frac{275}{5}=55\,\Omega$$

$$\frac{15\times 10+10\times 5+5\times 15}{15}=\frac{275}{15}=\frac{55}{3}=18.3\,\Omega$$

(3)

$$\frac{9\times 5}{9+5+7}=\frac{45}{21}=\frac{15}{7}=2.14\,\Omega$$

$$\frac{5\times 7}{9+5+7}=\frac{35}{21}=\frac{5}{3}=1.67\,\Omega$$

$$\frac{9\times 7}{9+5+7}=\frac{63}{21}=3\,\Omega$$

(4)

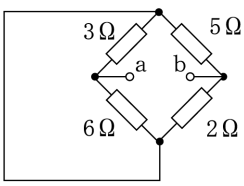
$$\frac{4\times 8+8\times 10+10\times 4}{10}=\frac{152}{10}=\frac{76}{5}=15.2\,\Omega$$

$$\frac{4\times 8+8\times 10+10\times 4}{8}=\frac{152}{8}=19\,\Omega$$

$$\frac{4\times 8+8\times 10+10\times 4}{4}=\frac{152}{4}=38\,\Omega$$

問題５

(1)

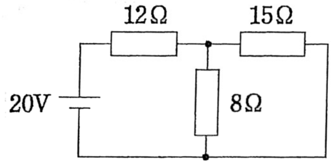


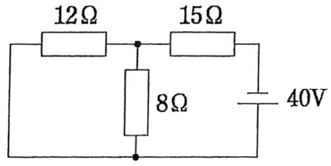
(2) $$V_{ab}=\frac{6}{3+6}E-\frac{2}{5+2}E$$

$$=\frac{2}{3}E-\frac{2}{7}E$$

$$=\frac{8}{21}E\ =0.381E$$ （答） $0.381E$ ［V］

問題６



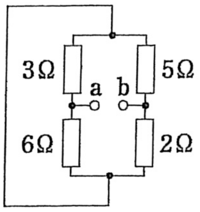


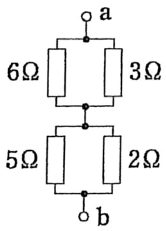
(答)

1－4　演習問題

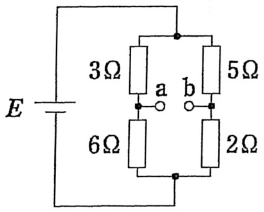
1．　まず，2Ωの抵抗をとり，端子 a—b 間から見た合成抵抗 R_0 を求める。

これを書きかえると下図のようになる。





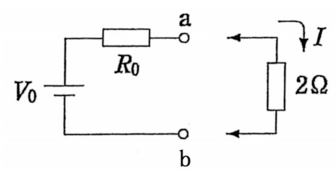
したがって，合成抵抗 $R_0 = \dfrac{6 \times 3}{6+3} + \dfrac{5 \times 2}{5+2} = \dfrac{18}{9} + \dfrac{10}{7} = \dfrac{24}{7}\,\Omega$



次に a—b 間の開放電圧 V_0 を求める。

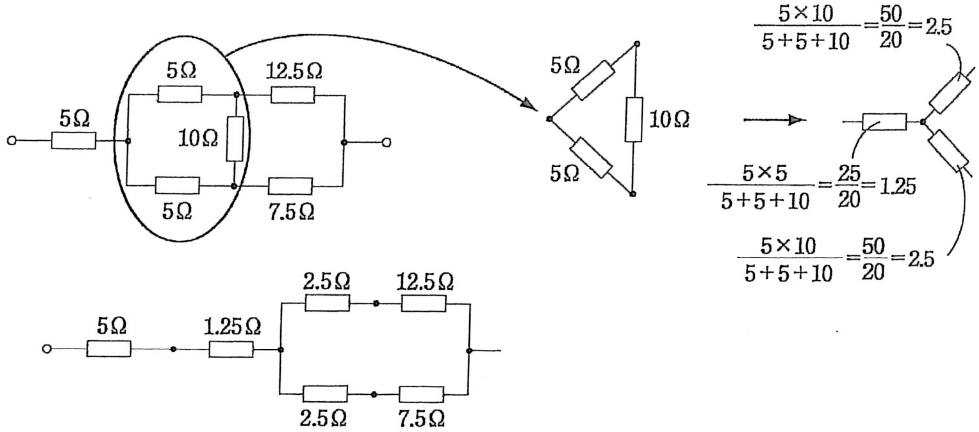
$$V_0 = \frac{6}{6+3}E - \frac{2}{5+2}E = \frac{8}{21}E$$

これより，テブナンの等価回路は下図で表すことができる。



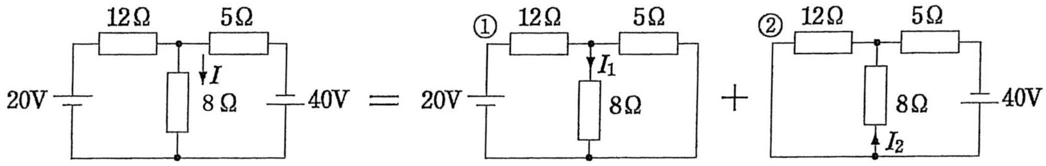
したがって，$I = \dfrac{V_0}{R_0 + 2} = \dfrac{\dfrac{8}{21}E}{\dfrac{24}{7} + 2} = \dfrac{8}{114}E = 0.0702E$［A］　　（答）　$0.0702E$［A］

2.



したがって，$R = 5 + 1.25 + \dfrac{10 \times 15}{10 + 15} = 12.3\,\Omega$　　（答）　$12.3\,\Omega$

3.



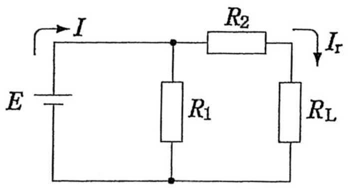
二つの電源を独立に考え

① $I_1 = \dfrac{20}{12 + \dfrac{5 \times 8}{5 + 8}} \times \dfrac{5}{5 + 8} = \dfrac{100}{196}$

② $I_2 = \dfrac{40}{5 + \dfrac{12 \times 8}{12 + 8}} \times \dfrac{12}{12 + 8} = \dfrac{480}{196}$

$I = I_1 - I_2 = \dfrac{100 - 480}{196} = -\dfrac{380}{196} = -1.94\text{A}$　　（答）　-1.94 A

4.

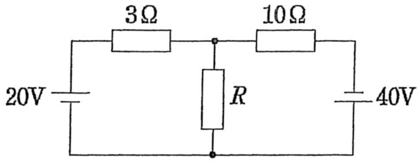


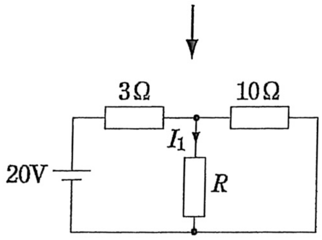
合成抵抗 $R_0 = \dfrac{R_1(R_2 + R_L)}{R_1 + (R_2 + R_L)}$

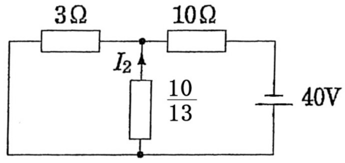
$$I_{R_L} = \frac{E}{R_0} \times \frac{R_1}{R_1 + (R_2 + R_L)} = \frac{E}{\dfrac{R_1(R_2 + R_L)}{R_1 + (R_2 + R_L)}} \times \frac{R_1}{R_1 + (R_2 + R_L)} = \frac{E}{R_2 + R_L}$$

$P_{R_L} = R_L I^2{}_{R_L} = \dfrac{R_L E^2}{(R_2 + R_L)^2}$　[W]　　（答）

5．







合成抵抗$R_{01} = 3 + \dfrac{10 \times R}{10 + R}$

$$I_1 = \frac{E_1}{R_{01}} \times \frac{10}{10 + R} = \frac{20}{3 + \dfrac{10 \times R}{10 + R}} \times \frac{10}{10 + R} = \frac{200}{30 + 3R + 10R} = \frac{200}{30 + 13R} = 5$$

したがって，

$$200 = 150 + 65R$$

$$65R = 50$$

$R = \dfrac{50}{65} = \dfrac{10}{13} = 0.769\,\Omega$　　（答）　$0.769\,\Omega$

合成抵抗$R_{02} = 10 + \dfrac{3 \times \dfrac{10}{13}}{3 + \dfrac{10}{13}}$

$$I_2 = \frac{E_2}{R_{02}} \times \frac{3}{3 + \dfrac{10}{13}} \frac{40}{10 + \dfrac{\dfrac{30}{13}}{3 + \dfrac{10}{13}}} \times \frac{3}{3 + \dfrac{10}{13}}$$

$= \dfrac{120}{30 + \dfrac{100}{13} + \dfrac{30}{13}} = \dfrac{1560}{390 + 100 + 30} = \dfrac{1560}{520} = 3\text{A}$　　（答）

$I_R = I_1 - I_2 = 5 - 3 = 2\text{A}$　　（答）