「電気回路」第２章　問題解答

２－１　ドリル問題

問題１　周期$T = 0.02\text{s}$なので，周波数は$f = \dfrac{1}{T} = 50\text{Hz}$，角周波数は$\omega = 2\pi f = 100\pi = 3.14 \times 10^2\,\text{rad/s}$

（答）50Hz，$3.14 \times 10^2\,\text{rad/s}$

問題２　角周波数$\omega = 400\pi\,\text{rad/s}$であるから，周期は$T = \dfrac{2\pi}{\omega} = \dfrac{1}{200} = 5\text{ms}$　　（答）

問題３　振幅$I_\text{m} = 15$，$t = 0$での電流$I_\text{m}\sin\theta = 7.5$であるので，$\sin\theta = \dfrac{7.5}{15} = 0.5$，したがって$\theta = \dfrac{\pi}{6}\,\text{rad}$　　（答）

問題４　実効値$V_\text{a} = \dfrac{V_\text{m}}{\sqrt{2}} = 20\sqrt{2} = 28.3\text{V}$　　（答）

問題５　振幅$V_\text{m} = \sqrt{2}V_\text{a} = 50\sqrt{2} = 70.7\text{A}$　　（答）

問題６　抵抗を流れる電流の振幅　$I_\text{m} = \dfrac{V_\text{m}}{R} = \dfrac{150}{5000} = 0.03\text{A}$　　（答）

問題７　インダクタを流れる電流の振幅　$I_\text{m} = \dfrac{V_\text{m}}{\omega L} = \dfrac{50}{2\pi \times 200 \times 0.004} = \dfrac{25}{0.8\pi} = 9.95\text{A}$　　（答）9.95A

問題８　キャパシタを流れる電流の振幅

$$I_\text{m} = \frac{V_\text{m}}{\left(\dfrac{1}{\omega C}\right)} = \omega C V_\text{m} = 2\pi \times 10 \times 10^3 \times 0.2 \times 10^{-6} \times 25 = 0.1\pi = 0.314\text{A}$$　　（答）

問題９　電流の振幅$I_\text{m} = \dfrac{V_\text{m}}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} = \dfrac{40}{\sqrt{30^2 + (2\pi \times 300 \times 0.004)^2}} = \dfrac{40}{30.9} = 1.29\text{A}$　　（答）

位相差$\theta = \tan^{-1}\left(\dfrac{\omega L}{R}\right) = \tan^{-1}\left(\dfrac{2\pi \times 300 \times 0.004}{30}\right) = \tan^{-1}(0.08\pi) = 0.246\text{rad} = 14.1°$　　（答）

問題10　電流の振幅$I_\text{m} = \dfrac{V_\text{m}}{\sqrt{R^2 + \left(\dfrac{1}{\omega C}\right)^2}} = \dfrac{60}{\sqrt{50^2 + \left(\dfrac{1}{2\pi \times 5 \times 10^3 \times 2 \times 10^{-6}}\right)^2}} = \dfrac{60}{52.5} = 1.14\text{A}$　　（答）

位相差$\theta = \tan^{-1}\left(\dfrac{1}{\omega CR}\right) = \tan^{-1}\left(\dfrac{1}{2\pi \times 5 \times 10^3 \times 2 \times 10^{-6} \times 50}\right) = \tan^{-1}(0.318) = 0.308\text{rad} = 17.7°$　　（答）

２－１　演習問題

１．

(1)　振幅$V_{\mathrm{m}} = 10$，周波数$f = 50 \rightarrow \omega = 2\pi f = 100\pi$

したがって，$e(t) = 10\sin\left(100\pi t + \dfrac{\pi}{6}\right)$［V］　　（答）

(2)　実効値$V_{\mathrm{a}} = \dfrac{V_{\mathrm{m}}}{\sqrt{2}} = \dfrac{10}{\sqrt{2}} = 7.07\mathrm{V}$　　（答）

周期$T = \dfrac{1}{f} = \dfrac{1}{50} = 20\mathrm{ms}$　　（答）

２．　$e(t) = V_{\mathrm{m}}\sin\omega t$ とすると，

$$\text{実効値}V_{\mathrm{a}} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T \{e(t)\}^2 dt} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T \{V_{\mathrm{m}}\sin\omega t\}^2 dt}$$

$$= \sqrt{\frac{V_{\mathrm{m}}{}^2}{T}\int_0^T \sin^2\omega t dt} = \sqrt{\frac{V_{\mathrm{m}}{}^2}{T}\int_0^T \frac{1-\cos 2\omega t}{2} dt}$$

$$= \sqrt{\frac{V_{\mathrm{m}}{}^2}{2T}\left[t - \frac{1}{2\omega}\sin 2\omega t\right]_0^T} = \sqrt{\frac{V_{\mathrm{m}}{}^2}{2T}\left\{T - \frac{1}{2\omega}\sin 2\omega T - 0 + \frac{1}{2\omega}\sin 0\right\}} = \frac{V_{\mathrm{m}}}{\sqrt{2}}$$　　（答）

３．

$0 \sim \dfrac{T}{4}$ ：$e(t) = \dfrac{4V_{\mathrm{m}}}{T}t = at$　$\left(a = \dfrac{4V_{\mathrm{m}}}{T}\text{とおく}\right)$

$\dfrac{T}{4} \sim \dfrac{3}{4}T$ ：$e(t) = -\dfrac{4V_{\mathrm{m}}}{T}\left(t - \dfrac{T}{2}\right) = -a\left(t - \dfrac{T}{2}\right)$

$\dfrac{3}{4}T \sim T$ ：$e(t) = -\dfrac{4V_{\mathrm{m}}}{T}(t - T) = a(t - T)$

$$\text{実効値}V_{\mathrm{a}} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T \{e(t)\}^2 dt} = \sqrt{\frac{1}{T}\left\{\int_0^{\frac{T}{4}} a^2t^2 dt + \int_{\frac{T}{4}}^{\frac{3T}{4}} a^2\left(t - \frac{T}{2}\right)^2 dt + \int_{\frac{3T}{4}}^{T} a^2(t-T)^2 dt\right\}}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{T}\times\frac{a^3}{3}\left\{\left[t^3\right]_0^{\frac{T}{4}} + \left[\left(t - \frac{T}{2}\right)^3\right]_{\frac{T}{4}}^{\frac{3T}{4}} + \left[(t-T)^3\right]_{\frac{3T}{4}}^{T}\right\}}$$

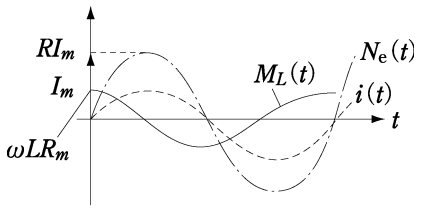
$$= \sqrt{\frac{a^2}{3T}\left\{\left(\frac{T}{4}\right)^3 + \left(\frac{T}{4}\right)^3 - \left(-\frac{T}{4}\right)^3 + 0 - \left(-\frac{T}{4}\right)^3\right\}} = \sqrt{\frac{a^2}{3T}\times 4\times\left(\frac{T}{4}\right)^3}$$

$$= \sqrt{\frac{a^2}{3T}\times\frac{T^3}{16}} = \sqrt{\frac{a^2}{3T}\times T\times\frac{T^2}{16}} = \sqrt{\frac{1}{3}\times\frac{T^2}{16}\times\left(\frac{4V_{\mathrm{m}}}{T}\right)^2} = \frac{V_{\mathrm{m}}}{\sqrt{3}}$$　［V］　　（答）

4.　$i(t) = I_{\mathrm{m}} \sin \omega t$ だから

$v_R(t) = Ri(t) = RI_{\mathrm{m}} \sin \omega t$ ［V］　　(答)

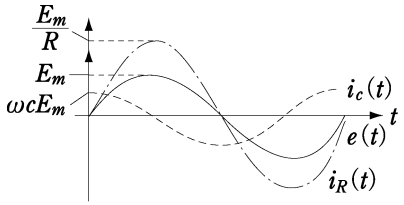
$v_L(t) = L\dfrac{di}{dt} = L\dfrac{d}{dt} I_{\mathrm{m}} \sin \omega t = \omega LI_{\mathrm{m}} \cos \omega t = \omega LI_{\mathrm{m}} \sin\left(\omega t + \dfrac{\pi}{2}\right)$ ［V］　　(答)



5.　$e(t) = E_{\mathrm{m}} \sin \omega t$ だから

$i_R(t) = \dfrac{1}{R} e(t) = \dfrac{E_{\mathrm{m}}}{R} \sin \omega t$ ［A］　　(答)

$i_C(t) = C\dfrac{de(t)}{dt} = C\dfrac{d}{dt} E_{\mathrm{m}} \sin \omega t = \omega CE_{\mathrm{m}} \cos \omega t = \omega CE_{\mathrm{m}} \sin\left(\omega t + \dfrac{\pi}{2}\right)$ ［A］　　(答)



２－２　ドリル問題

問題１　絶対値 $|\boldsymbol{Z}| = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{3^2 + \left(3\sqrt{3}\right)^2} = 6$　　（答）

偏角 $\theta = \tan^{-1}\dfrac{b}{a} = \tan^{-1}\dfrac{3\sqrt{3}}{3} = \tan^{-1}\sqrt{3} = \dfrac{\pi}{3}\,\mathrm{rad} = 60°$　　（答）

問題２　実部 $\mathrm{Re}(\boldsymbol{Z}) = a = r\cos\theta = 20\cos\left(-\dfrac{\pi}{6}\right) = 10\sqrt{3}$　　（答）

虚部 $\mathrm{Im}(\boldsymbol{Z}) = b = r\sin\theta = 20\sin\left(-\dfrac{\pi}{6}\right) = -10$　　（答）

問題３　虚部の符号が反転するので，$5 + j2$　　（答）

問題４　虚部の符号が反転すると，偏角の符号が反転するので，$3\exp\left(-\dfrac{j\pi}{3}\right)$　　（答）$3e^{-j\frac{\pi}{3}}$

問題５　積：$\boldsymbol{Z}_1\boldsymbol{Z}_2 = (1 + j5)(2 - j3) = 2 + j10 - j3 + 15 = 17 + j7$　　（答）

商：$\dfrac{\boldsymbol{Z}_1}{\boldsymbol{Z}_2} = \dfrac{1 + j5}{2 - j3} = \dfrac{(1 + j5)(2 + j3)}{(2 - j3)(2 + j3)} = \dfrac{2 + j10 + j3 - 15}{4 + 9} = \dfrac{-13 + j13}{13} = -1 + j$　　（答）

問題６　積：$\boldsymbol{Z}_1\boldsymbol{Z}_2 = 6\exp\left(\dfrac{j\pi}{4}\right) \times 2\exp\left(\dfrac{-j\pi}{3}\right) = 12\exp\left\{j\left(\dfrac{\pi}{4} - \dfrac{\pi}{3}\right)\right\} = 12\exp\left(-j\dfrac{\pi}{12}\right)$　　（答）$12e^{-j\frac{\pi}{12}}$

商：$\dfrac{\boldsymbol{Z}_1}{\boldsymbol{Z}_2} = \dfrac{6\exp\left(\dfrac{j\pi}{4}\right)}{2\exp\left(-\dfrac{j\pi}{3}\right)} = 3\exp\left\{j\left(\dfrac{\pi}{4} + \dfrac{\pi}{3}\right)\right\} = 3\exp\left(j\dfrac{7\pi}{12}\right)$　　（答）$3e^{j\frac{7\pi}{12}}$

問題７　実効値は $\dfrac{30}{\sqrt{2}} = 15\sqrt{2}$，初期位相は $\dfrac{\pi}{4}$ であるので，

電圧 $\boldsymbol{V} = 15\sqrt{2}\exp\left(\dfrac{j\pi}{4}\right) = 15 + j15\ \mathrm{V}$　　（答）

問題８　実効値は $\dfrac{10}{\sqrt{2}} = 5\sqrt{2}$，初期位相は $-\dfrac{\pi}{6}$ であるので，

電流 $\boldsymbol{I} = 5\sqrt{2}\exp\left(-\dfrac{j\pi}{6}\right) = \dfrac{5\sqrt{6}}{2} - j\dfrac{5\sqrt{2}}{2}\,\mathrm{A}$　　（答）

問題９　振幅は $20\sqrt{2}$，初期位相 $\dfrac{\pi}{3}$ であるから

$v(t) = 20\sqrt{2}\sin\left(200t + \dfrac{\pi}{3}\right)$［V］　　（答）

問題 10　角周波数は $200 \times 2\pi = 400\pi$，振幅は $40\sqrt{2}$，初期位相 $\dfrac{\pi}{12}$ であるから

$$i(t) = 40\sqrt{2}\sin\left(400\pi t + \frac{\pi}{12}\right)\text{[A]} \qquad \text{(答)}$$

２－２　演習問題

１．　(1)　$\dfrac{a+jb}{c+jd}=\dfrac{(a+jb)(c-jd)}{(c+jd)(c-jd)}=\dfrac{ac+bd+j(bc-ad)}{c^2+d^2}$　　(答)

(2)　$\dfrac{7a-j5b}{a-jb}=\dfrac{(7a-j5b)(a+jb)}{(a-jb)(a+jb)}=\dfrac{7a^2+5b^2+j2ab}{a^2+b^2}$　　(答)

(3)　$\dfrac{10+j12}{3-j11}=\dfrac{(10+j12)(3+j11)}{(3-j11)(3+j11)}=\dfrac{30-132+j36+j110}{9+121}=\dfrac{-102+j146}{130}=\dfrac{-51+j73}{65}$　　(答)

(4)　$\dfrac{5-j2}{8+j5}=\dfrac{(5-j2)(8-j5)}{(8+j5)(8-j5)}=\dfrac{40-10-j(16+25)}{64+25}=\dfrac{30-j41}{89}$　　(答)

２．　(1)　$A=re^{j\theta}=10e^{j\frac{\pi}{6}}=10\left(\cos\dfrac{\pi}{6}+j\sin\dfrac{\pi}{6}\right)=10\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}+j\dfrac{1}{2}\right)=5\sqrt{3}+j5$　　(答)

(2)　$A=re^{j\theta}=4e^{j\frac{7\pi}{4}}=4\left(\cos\dfrac{7\pi}{4}+j\sin\dfrac{7\pi}{4}\right)=2\sqrt{2}-j2\sqrt{2}$　　(答)

(3)　$A=1+j2=re^{j\theta}$

$r=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}\fallingdotseq 2.24,\quad \theta=\tan^{-1}\dfrac{2}{1}=\tan^{-1}2\fallingdotseq 63.4°$　　(答)

(4)　$A=5-j7=re^{j\theta}$

$r=\sqrt{5^2+(-7)^2}=\sqrt{74}\fallingdotseq 8.60,\quad \theta=\tan^{-1}\dfrac{-7}{5}=-\tan^{-1}1.4=-54.5°$　　(答)

３．　$\boldsymbol{A}=2-j2\sqrt{3}\ ,\quad \boldsymbol{B}=\sqrt{2}+j\sqrt{2}$

(1)　$\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B}=2+\sqrt{2}+j\left(\sqrt{2}-2\sqrt{3}\right)\fallingdotseq 3.41-j2.05$　　(答)

(2)　$\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B}=\left(2-j2\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{2}+j\sqrt{2}\right)=2\sqrt{2}+2\sqrt{6}+j\left(2\sqrt{2}-2\sqrt{6}\right)$

$=2\left(\sqrt{2}+\sqrt{6}\right)+j2\left(\sqrt{2}-\sqrt{6}\right)\fallingdotseq 7.73-j2.07$　　(答)

(3)　$\dfrac{\boldsymbol{A}}{\boldsymbol{B}}=\dfrac{2-j2\sqrt{3}}{\sqrt{2}+j\sqrt{2}}=\dfrac{\left(2-j2\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{2}-j\sqrt{2}\right)}{\left(\sqrt{2}+j\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{2}-j\sqrt{2}\right)}=\dfrac{2\sqrt{2}-2\sqrt{6}-j\left(2\sqrt{6}+2\sqrt{2}\right)}{2+2}$

$=\dfrac{\sqrt{2}-\sqrt{6}-j\left(\sqrt{6}+\sqrt{2}\right)}{2}\fallingdotseq -0.518-j1.93$　　(答)

(4)　$\overline{\boldsymbol{A}}\cdot\boldsymbol{B}=\overline{\left(2-j2\sqrt{2}\right)}\left(\sqrt{2}+j\sqrt{2}\right)=\left(2+j2\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{2}+j\sqrt{2}\right)=2\sqrt{2}-2\sqrt{6}+j\left(2\sqrt{6}+2\sqrt{2}\right)$

$=2\left(\sqrt{2}-\sqrt{6}\right)+j2\left(\sqrt{6}+\sqrt{2}\right)\fallingdotseq -2.07+j7.73$　　(答)

4. $\boldsymbol{C} = 20e^{j\frac{\pi}{6}}$, $\boldsymbol{D} = 40e^{j\frac{\pi}{6}}$

(1) $\boldsymbol{C} \cdot \boldsymbol{D} = 20e^{j\frac{\pi}{6}} \times 40e^{j\frac{\pi}{6}} = 800e^{j\frac{\pi}{3}}$ (答)

(2) $\overline{\boldsymbol{C}} \cdot \boldsymbol{D} = \overline{20e^{j\frac{\pi}{6}}} \times 40e^{j\frac{\pi}{6}} = 20e^{-j\frac{\pi}{6}} \times 40e^{j\frac{\pi}{6}} = 800$ (答)

(3) $\dfrac{\boldsymbol{C}}{\boldsymbol{D}} = \dfrac{20e^{j\frac{\pi}{6}}}{40e^{j\frac{\pi}{6}}} = \dfrac{1}{2}$ (答)

(4) $\dfrac{\overline{\boldsymbol{C}}}{\boldsymbol{D}} = \dfrac{20e^{-j\frac{\pi}{6}}}{40e^{j\frac{\pi}{6}}} = \dfrac{1}{2}e^{-j\frac{\pi}{3}}$ (答)

5. (1) $\boldsymbol{A} + \boldsymbol{C} = \left(2 - j2\sqrt{3}\right) + 20e^{j\frac{\pi}{6}}$

$= 2 - j2\sqrt{3} + 20\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2} + j\dfrac{1}{2}\right) = 2 + 10\sqrt{3} + j\left(10 - 2\sqrt{3}\right) \fallingdotseq 19.3 + j6.54$ (答)

(2) $\boldsymbol{B} \cdot \boldsymbol{D} = \left(\sqrt{2} + j\sqrt{2}\right)40e^{j\frac{\pi}{6}} = 2e^{j\frac{\pi}{4}} \times 40e^{j\frac{\pi}{6}} = 80e^{j\frac{5\pi}{12}}$

$= \sqrt{2}\left(1 + j\right) \cdot 20\left(\sqrt{3} + j\right) = 20\sqrt{2}\left\{\left(\sqrt{3} - 1\right) + j\left(\sqrt{3} + 1\right)\right\} = 20.7 + j77.3$ (答)

(3) $\dfrac{\boldsymbol{B}}{\boldsymbol{C}} = \dfrac{\sqrt{2} + j\sqrt{2}}{20e^{j\frac{\pi}{6}}} = \dfrac{2e^{j\frac{\pi}{4}}}{20e^{j\frac{\pi}{6}}} = 0.1e^{j\frac{\pi}{12}} = \dfrac{\sqrt{2}\left(1 + j\right)}{10\left(\sqrt{3} + j\right)} = \dfrac{\sqrt{2}}{10}\dfrac{\left(1 + j\right)\left(\sqrt{3} - j\right)}{\left(\sqrt{3} + j\right)\left(\sqrt{3} - j\right)}$

$= \dfrac{\sqrt{2}}{10}\dfrac{\sqrt{3} + 1 + j\left(\sqrt{3} - 1\right)}{4} = \dfrac{\sqrt{2}}{40}\left\{\left(\sqrt{3} + 1\right) + j\left(\sqrt{3} - 1\right)\right\} \fallingdotseq 0.0966 + j0.0259$ (答)

(4) $\dfrac{\boldsymbol{A}}{\boldsymbol{D}} = \dfrac{2 - j2\sqrt{3}}{40e^{j\frac{\pi}{6}}} = \dfrac{4e^{-j\frac{\pi}{3}}}{40e^{j\frac{\pi}{6}}} = \dfrac{1}{10}e^{-j\frac{\pi}{2}} = 0.1e^{-j\frac{\pi}{2}} = -j0.1$ (答)

２－３　ドリル問題

問題１　絶対値は$\sqrt{8^2+\left(8\sqrt{3}\right)^2}=16$，偏角は$\tan^{-1}\left(\frac{8\sqrt{3}}{8}\right)=\tan^{-1}\left(\sqrt{3}\right)=\frac{\pi}{3}$であるから，

$$\boldsymbol{I}=16\angle\frac{\pi}{3}=16\angle 60°\mathrm{A}$$　（答）

問題２　抵抗のインピーダンスは周波数によらず，$\boldsymbol{Z}=R=50\Omega$　（答）

アドミタンスはインピーダンスの逆数であるので，$\boldsymbol{Y}=\frac{1}{\boldsymbol{Z}}=\frac{1}{R}=0.02\mathrm{S}$　（答）

問題３　角周波数は

$$\omega=2\pi\times 200=400\pi=1.26\times 10^3\,\mathrm{rad/s}$$

であるから，インダクタのインピーダンスは

$$\boldsymbol{Z}=j\omega L=j400\pi\times 0.5=j200\pi=j6.28\times 10^2\Omega$$

その大きさ（絶対値）は$6.28\times 10^2\Omega$，偏角は$\frac{\pi}{2}$　（答）

アドミタンスは

$$\boldsymbol{Y}=\frac{1}{\boldsymbol{Z}}=-j\frac{1}{200\pi}=-j1.59\times 10^{-3}\mathrm{S}$$

その大きさは$1.59\times 10^{-3}\mathrm{S}$，偏角は$-\frac{\pi}{2}$である。　（答）

問題４　角周波数は

$$\omega=2\pi\times 50=100\pi=3.14\times 10^2\,\mathrm{rad/s}$$

であるから，キャパシタのインピーダンスは

$$\boldsymbol{Z}=\frac{1}{j\omega C}=-\frac{j1}{100\pi\times 20\times 10^{-6}}=-\frac{j500}{\pi}=-j1.59\times 10^2\Omega$$

その大きさは$1.59\times 10^2\Omega$，偏角は$-\frac{\pi}{2}$　（答）

アドミタンスは

$$\boldsymbol{Y}=j\omega C=j\left(100\pi\times 20\times 10^{-6}\right)=\frac{j\pi}{500}=j6.28\times 10^{-3}\mathrm{S}$$

その大きさは$6.28\times 10^{-3}\mathrm{S}$，偏角は$\frac{\pi}{2}$　（答）

問題５　$\boldsymbol{Z}=R+j\omega L=200+j2\pi\times 5\times 10^3\times 5\times 10^{-3}=200+j50\pi=200+j157\Omega$であり，

その大きさは254Ω，偏角は$0.666\,\mathrm{rad}\fallingdotseq 38.1°$　（答）

問題6

$$\boldsymbol{Z} = R + \frac{1}{j\omega C} = 400 + \frac{1}{j2\pi \times 500 \times 3 \times 10^{-6}} = 400 - \frac{j1000}{3\pi} = 400 - j106\,\Omega$$

であり，その大きさは414Ω，偏角は$-0.259\,\mathrm{rad} \fallingdotseq -14.9°$　（答）

問題7　$\boldsymbol{Z} = \boldsymbol{Z}_1 + \boldsymbol{Z}_2 = (2 + j3) + (5 - j2) = 7 + j\,\Omega$　（答）

問題8　$\boldsymbol{Z} = \frac{1}{\boldsymbol{Y}_1} + \frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{Y}_2} = \frac{1}{3 + j4} + \frac{1}{4 - j3} = \frac{3 - j4}{25} + \frac{4 + j3}{25} = \frac{7 - j}{25} = 0.28 - j0.04\,\Omega$　（答）

問題9　$\frac{1}{\boldsymbol{Z}} = \frac{1}{\boldsymbol{Z}_1} + \frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{Z}_2} = \frac{1}{4 + j6} + \frac{1}{3 - j2} = \frac{2 - j3}{26} + \frac{3 + j2}{13} = \frac{8 + j}{26}$ であるから，

$$\boldsymbol{Z} = \frac{26}{8 + j} = \frac{2(8 - j)}{5} = \frac{16}{5} - j\frac{2}{5} = 3.2 - j0.4\,\Omega$$　（答）

問題10　$\boldsymbol{Y} = \boldsymbol{Y}_1 + \boldsymbol{Y}_2 = (1 - j3) + (6 + j2) = 7 - j$　であるから，

$$\boldsymbol{Z} = \frac{1}{\boldsymbol{Y}} = \frac{1}{7 - j} = \frac{7 + j}{50} = 0.14 + j0.02\,\Omega$$　（答）

２－３　演習問題

１．　(1)　$10\angle\dfrac{\pi}{6}\,\mathrm{V}$　　(答)

(2)　$5\angle\dfrac{\pi}{4}\,\mathrm{A}$　　(答)

２．　(1)　振幅が$10\sqrt{2}\,\mathrm{V}$なので，実効値は10V　　(答)

$120\pi = 2\pi f$ より，　$f = 60\mathrm{Hz}$　　(答)

(2)　$\boldsymbol{Z}_R = R = 10\,\Omega$　　(答)

$$\boldsymbol{Z}_L = j\omega L = j120\pi \times 500 \times 10^{-3} = j188\,\Omega$$　　(答)

$$\boldsymbol{Z}_C = \frac{1}{j\omega C} = \frac{1}{j120\pi \times 20 \times 10^{-6}} = -j133\,\Omega$$　　(答)

(3)　$\boldsymbol{Y}_R = \dfrac{1}{R} = \dfrac{1}{10} = 0.1\mathrm{S}$　　(答)

$$\boldsymbol{Y}_L = \frac{1}{j\omega L} = \frac{1}{j120\pi \times 500 \times 10^{-3}} = -j5.31 \times 10^{-3}\mathrm{S}$$　　(答)

$$\boldsymbol{Y}_C = j\omega C = j120\pi \times 20 \times 10^{-6} = j7.54 \times 10^{-3}\mathrm{S}$$　　(答)

３．　(1)　$\boldsymbol{Z} = R + j\omega L = 10 \times 10^3 + j2\pi \times 50 \times 100 \times 10^{-6} = 10000 + j0.0314\,\Omega$　　(答)

(2)　$\boldsymbol{Z} = R + \dfrac{1}{j\omega C} = 100 + \dfrac{1}{j100\pi \times 150 \times 10^{-12}} = 100 - j2.12 \times 10^7\,\Omega$　　(答)

４．　(1)　$\boldsymbol{Z} = \dfrac{j\omega LR}{R + j\omega L} = \dfrac{j100\pi \times 10 \times 10^{-3} \times 15}{15 + j100\pi \times 10 \times 10^{-3}} = \dfrac{j15\pi}{15 + j\pi} = 0.630 + j3.01\,\Omega$　　(答)

(2)　$\boldsymbol{Z} = \dfrac{\dfrac{R}{j\omega C}}{R + \dfrac{1}{j\omega C}} = \dfrac{R}{1 + j\omega CR} = \dfrac{100}{1 + j100\pi \times 40 \times 10^{-6} \times 100} = \dfrac{100}{1 + j0.4\pi} = 38.8 - j48.7\,\Omega$　　(答)

５．　(1)　$\boldsymbol{V} = 100\angle\dfrac{\pi}{4}\,\mathrm{V}$，　$\boldsymbol{I} = 5\angle 0\,\mathrm{A}$　　(答)

(2)　$\boldsymbol{Z} = \dfrac{\boldsymbol{V}}{\boldsymbol{I}} = \dfrac{100e^{j\frac{\pi}{4}}}{5} = 20e^{j\frac{\pi}{4}} = 14.1 + j14.1\,\Omega$　　(答)

(3)　$\boldsymbol{Y} = \dfrac{\boldsymbol{I}}{\boldsymbol{E}} = \dfrac{5}{100e^{j\frac{\pi}{4}}} = 0.05e^{-j\frac{\pi}{4}} = 0.0354 - j0.0354\,\mathrm{S}$　(答)

２－４　ドリル問題

問題１　電圧の実効値が$10\sqrt{2}\,\mathrm{V}$，電流の実効値が$5\sqrt{2}\,\mathrm{A}$，電圧と電流の位相差が$\frac{\pi}{12}-\frac{\pi}{4}=-\frac{\pi}{6}$であるから，

平均電力は　$P_\mathrm{a}=10\sqrt{2}\times5\sqrt{2}\times\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right)=50\sqrt{3}\,\mathrm{W}=86.6\,\mathrm{W}$　　（答）

問題２　有効電力$P_\mathrm{a}=\mathrm{Re}(\boldsymbol{P})=20\,\mathrm{W}$　　（答）

無効電力$P_\mathrm{r}=\mathrm{Im}(\boldsymbol{P})=-20\,\mathrm{var}$　　（答）

皮相電力

$|\boldsymbol{P}|=\sqrt{20^2+(-20)^2}=20\sqrt{2}=28.3\mathrm{VA}$　　（答）

力率$\frac{P_\mathrm{a}}{|\boldsymbol{P}|}=\frac{20}{20\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}=0.707$　　（答）

問題３　有効電力$P_\mathrm{a}=\mathrm{Re}(\boldsymbol{P})=40\mathrm{W}$　　（答）

皮相電力$|\boldsymbol{P}|=\sqrt{40^2+30^2}=50\,\mathrm{VA}$

力率$\frac{P_\mathrm{a}}{|\boldsymbol{P}|}=\frac{40}{50}=0.8$　　（答）

問題４　複素電力$\boldsymbol{P}=\boldsymbol{V}\bar{\boldsymbol{I}}=100\times2\exp\left(-\frac{j\pi}{3}\right)=200\exp\left(-\frac{j\pi}{3}\right)$

$=100-j100\sqrt{3}=100-j173\,\mathrm{VA}$　　（答）

問題５　複素電力は　$\boldsymbol{P}=\boldsymbol{V}\bar{\boldsymbol{I}}=50\exp\left(-\frac{j\pi}{6}\right)\times6\exp\frac{j\pi}{3}=300\exp\frac{j\pi}{6}\,\mathrm{VA}$

有効電力は　$P_\mathrm{a}=\mathrm{Re}(\boldsymbol{P})=300\cos\frac{\pi}{6}=150\sqrt{3}=260\,\mathrm{W}$　　（答）

力率は　$\frac{P_\mathrm{a}}{|\boldsymbol{P}|}=\frac{150\sqrt{3}}{300}=\frac{\sqrt{3}}{2}=0.866$　　（答）

問題６　有効電力$P_\mathrm{a}=\frac{|\boldsymbol{V}|^2}{R}=\frac{100\times100}{50}=200\,\mathrm{W}$　　（答）

問題7　電圧は

$$\boldsymbol{V} = j\omega L\boldsymbol{I} = j2\pi \times 50 \times 10^{3} \times 4 \times 10^{-3} \times 0.1 = j40\pi \text{ V}$$

であるから，

複素電力 $\boldsymbol{P} = \boldsymbol{V}\bar{\boldsymbol{I}} = j40\pi \times 0.1 = j4\pi = j12.6 \text{ VA}$　（答）

問題8　電流 $\boldsymbol{I} = j\omega C\boldsymbol{V} = j2\pi \times 2 \times 10^{3} \times 0.5 \times 10^{-6} \times 10 = j2\pi \times 10^{-2} \text{ A}$ であるから，

複素電力 $\boldsymbol{P} = \boldsymbol{V}\bar{\boldsymbol{I}} = 10 \times \left(-j2\pi \times 10^{-2} \right) = -j2\pi \times 10^{-1} = -j0.628 \text{ VA}$　（答）

問題9　電流は

$$\boldsymbol{I} = \frac{\boldsymbol{V}}{\boldsymbol{Z}} = \frac{50}{3 + j4} = 2\left(3 - j4 \right)$$

であるから，複素電力は

$$\boldsymbol{P} = \boldsymbol{V}\bar{\boldsymbol{I}} = 50 \times 2\left(3 + j4 \right) = 100\left(3 + j4 \right) \text{ VA}$$

よって，有効電力 $P_{\mathrm{a}} = \mathrm{Re}\left(\boldsymbol{P} \right) = 300 \text{ W}$　（答）

皮相電力 $\left| \boldsymbol{P} \right| = 100\sqrt{3^{2} + 4^{2}} = 500 \text{ VA}$

力率 $\dfrac{P_{\mathrm{a}}}{\left| \boldsymbol{P} \right|} = \dfrac{300}{500} = 0.6$　（答）

問題10　電圧は

$$\boldsymbol{V} = \boldsymbol{Z}\boldsymbol{I} = \left(5 - j5 \right) \times 30 = 150\left(1 - j \right)$$

であるから，複素電力は

$$\boldsymbol{P} = \boldsymbol{V}\bar{\boldsymbol{I}} = 150\left(1 - j \right) \times 30 = 4500\left(1 - j \right) \text{ VA}$$

よって，有効電力 $P_{\mathrm{a}} = \mathrm{Re}\left(\boldsymbol{P} \right) = 4500 \text{ W}$　（答）

皮相電力 $\left| \boldsymbol{P} \right| = 4500\sqrt{1^{2} + 1^{2}} = 4500\sqrt{2} = 6.36 \times 10^{3} \text{ VA}$

力率 $\dfrac{P_{\mathrm{a}}}{\left| \boldsymbol{P} \right|} = \dfrac{4500}{4500\sqrt{2}} = \dfrac{1}{\sqrt{2}} = 0.707$　（答）

２－４　演習問題

１．

(1)　$\boldsymbol{Z} = \boldsymbol{Z}_1 + \boldsymbol{Z}_2 + \boldsymbol{Z}_3 = (3 + j4) + (4 + j6) + (6 - j6) = 13 + j4\,\Omega$　　(答)

(2)　$\boldsymbol{Z} = \boldsymbol{Z}_1 + \dfrac{\boldsymbol{Z}_2\boldsymbol{Z}_3}{\boldsymbol{Z}_2 + \boldsymbol{Z}_3} = (3 + j4) + \dfrac{(4 + j6)(6 - j6)}{(4 + j6) + (6 - j6)} = 3 + j4 + \dfrac{24 + 36 + j36 - j24}{10}$

$= 3 + j4 + \dfrac{60 + j12}{10} = 9 + j5.2\,\Omega$　　(答)

２．　$i(t) = I_{\mathrm{m}} \sin \omega t$ だから

$v_R = Ri(t) = RI_{\mathrm{m}} \sin \omega t$

$v_L = L\dfrac{di(t)}{dt} = L\dfrac{d}{dt} I_{\mathrm{m}} \sin \omega t = \omega L I_{\mathrm{m}} \cos \omega t$

したがって，

$e(t) = v_R + v_L = RI_{\mathrm{m}} \sin \omega t + \omega L I_{\mathrm{m}} \cos \omega t = I_{\mathrm{m}} \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} \times \sin(\omega t + \phi)$

ただし，$\phi = \tan^{-1} \dfrac{\omega L}{R}$

瞬時電力 $p(t) = e(t) i(t) = I_{\mathrm{m}} \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} \times \sin(\omega t + \phi) I_{\mathrm{m}} \sin \omega t$

$= I_{\mathrm{m}}{}^2 \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} \left[-\dfrac{1}{2} \{ \cos(2\omega t + \phi) - \cos \phi \} \right]$

$= \dfrac{1}{2} I_{\mathrm{m}}{}^2 \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} \{ \cos \phi - \cos(2\omega t + \phi) \}$［W］　　(答)

平均電力 $P = \dfrac{1}{T} \int_0^T p(t)\,dt = I_{\mathrm{m}}{}^2 \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} \times \dfrac{1}{2} \times \dfrac{1}{T} \int_0^T \{ \cos \phi - \cos(2\omega t + \phi) \}\,dt$

$= I_{\mathrm{m}}{}^2 \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} \times \dfrac{1}{2} \times \dfrac{1}{T} \left[\cos \phi \times t - \dfrac{1}{2\omega} \sin(2\omega t + \phi) \right]_0^T = \dfrac{1}{2} I_{\mathrm{m}}{}^2 \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} \times \cos \phi$

$= \dfrac{1}{2} RI_{\mathrm{m}}{}^2$［W］　　(答)

3. $e(t) = E_{\mathrm{m}} \sin \omega t$ だから

$$i_R = \frac{1}{R} e(t) = \frac{E_{\mathrm{m}}}{R} \sin \omega t$$

$$i_C = C \frac{de(t)}{dt} = C \frac{d}{dt} E_{\mathrm{m}} \sin \omega t = \omega C E_{\mathrm{m}} \cos \omega t$$

$$i(t) = i_R + i_C = \frac{E_{\mathrm{m}}}{R} \sin \omega t + \omega C E_{\mathrm{m}} \cos \omega t = E_{\mathrm{m}} \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + (\omega C)^2} \times \sin(\omega t + \phi)$$

$$\phi = \tan^{-1} \frac{\omega C}{\frac{1}{R}} = \tan^{-1} \omega C R$$

瞬時電力 $p(t) = e(t) i(t) = E_{\mathrm{m}} \sin \omega t \times E_{\mathrm{m}} \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + (\omega C)^2} \times \sin(\omega t + \phi)$

$$= E_{\mathrm{m}}{}^2 \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + (\omega C)^2} \times \sin \omega t \times \sin(\omega t + \phi)$$

$$= \frac{1}{2} E_{\mathrm{m}}{}^2 \sqrt{\frac{1}{R^2} + (\omega C)^2} \{\cos \phi - \cos(2\omega t + \phi)\} \text{ [W]} \qquad \text{(答)}$$

平均電力 $P_{\mathrm{a}} = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt = E_{\mathrm{m}}{}^2 \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + (\omega C)^2} \times \frac{1}{T} \times \frac{1}{2} \int_0^T \{\cos \phi - \cos(2\omega t + \phi)\} dt$

$$= E_{\mathrm{m}}{}^2 \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + (\omega C)^2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{T} \left[\cos \phi \times t \times \frac{1}{2\omega} \sin(2\omega t + \phi) \right]_0^T$$

$$= \frac{1}{2} E_{\mathrm{m}}{}^2 \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + (\omega C)^2} \times \cos \phi$$

$$= \frac{1}{2} \frac{E_{\mathrm{m}}{}^2}{R} \text{［W］} \qquad \text{(答)}$$

4. (1) $\boldsymbol{Z} = R + j\omega L = 5 + j1000 \times 10 \times 10^{-3} = 5 + j10\,\Omega$ (答)

(2) $\boldsymbol{E} = 100 e^{j0} = 100$

$$\boldsymbol{I} = \frac{\boldsymbol{E}}{\boldsymbol{Z}} = \frac{100}{5 + j10} = \frac{20}{1 + j2} = \frac{20(1 - j2)}{(1 + j2)(1 - j2)} = \frac{20(1 - j2)}{1 + 4} = 4 - j8$$

複素電力 $\boldsymbol{P} = \boldsymbol{E}\bar{\boldsymbol{I}} = 100 \times (4 + j8) = 400 + j800\text{VA}$ (答)

有効電力 400 W (答)
無効電力 800 var (答)
力率 $\cos\theta = 0.447$ (答)

5. (1) $\boldsymbol{Y} = \dfrac{1}{R} + j\omega C = \dfrac{1}{2} + j1000 \times 5 \times 10^{-3} = 0.5 + j0.5\,\mathrm{S}$ (答)

(2) $\boldsymbol{E} = \dfrac{\boldsymbol{J}}{\boldsymbol{Y}} = \dfrac{100}{0.5 + j0.5} = \dfrac{200}{1 + j} = 100\left(1 - j\right) = 100 - j100$

複素電力 $\boldsymbol{P} = \boldsymbol{E}\bar{\boldsymbol{I}} = \left(100 - j100\right) \times 100 = 10000 - j10000\,\mathrm{VA}$ (答)

有効電力 $10000\,\mathrm{W}$ (答)
無効電力 $-10000\,\mathrm{var}$ (答)

力率 $\cos\theta = \dfrac{1}{\sqrt{2}} = 0.707$ (答)