「電気回路」第３章問題解答

３－１　ドリル問題

問題１　角周波数は$\omega = 2\pi f = 10\pi \times 10^3\,\text{rad/s}$ であるから,

インピーダンス$\boldsymbol{Z} = R + j\omega L = 2\times 10^3 + j0.5\pi \times 10^3 = 2\times 10^3 + j1.57\times 10^3\,\Omega$　　（答）

インピーダンスの大きさ$|\boldsymbol{Z}| = \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2} = 2.54\times 10^3\,\Omega$　　（答）

インピーダンスの偏角　$\arg(\boldsymbol{Z}) = \tan^{-1}\dfrac{\omega L}{R} = 0.666\,\text{rad} = 38.1°$　　（答）

問題２　角周波数$\omega = 800\pi\,\text{rad/s}$ であるから,

インピーダンス$\boldsymbol{Z} = R + j\omega L = 50 + j5.03\,\Omega$

電流$\boldsymbol{I} = \dfrac{E}{\boldsymbol{Z}} = 0.990 - j0.0996\text{A}$　　（答）

電流の大きさ$|\boldsymbol{I}| = 0.995\,\text{A}$　　（答）

位相$\arg(\boldsymbol{I}) = -0.100\,\text{rad} = -5.74°$　　（答）

問題３　角周波数$\omega = 100\pi\,\text{rad/s}$，インピーダンス$\boldsymbol{Z} = R + j\omega L = 300 + j62.8\,\Omega$，

電流$\boldsymbol{I} = \dfrac{E}{\boldsymbol{Z}} = 0.0319 - j0.00669\,\text{A}$ であるから

抵抗での有効電力$P_\text{a} = R|\boldsymbol{I}|^2 = 0.319\,\text{W}$　　（答）

問題４　角周波数は$\omega = 2\pi f = 10\pi \times 10^3\,\text{rad/s}$ であるから,

インピーダンス$\boldsymbol{Z} = R + \dfrac{1}{j\omega C} = 5 - j0.637\,\Omega$　　（答）

インピーダンスの大きさ$|\boldsymbol{Z}| = \sqrt{R^2 + \dfrac{1}{\omega^2 C^2}} = 5.04\,\Omega$　　（答）

インピーダンスの偏角$\arg(\boldsymbol{Z}) = -\tan^{-1}\dfrac{1}{\omega CR} = -0.127\,\text{rad} = -7.26°$　　（答）

問題５　角周波数$\omega = 100\pi\,\text{rad/s}$，インピーダンス$\boldsymbol{Z} = R + \dfrac{1}{j\omega C} = 300 - j159\,\Omega$

電流$\boldsymbol{I} = \dfrac{E}{\boldsymbol{Z}} = 0.260 + j0.138\,\text{A}$ であるから

抵抗での有効電力$P_\mathrm{a} = R\left|\boldsymbol{I}\right|^2 = 26.0\ \mathrm{W}$

問題６　角周波数$\omega = 800\pi\ \mathrm{rad/s}$であるから,

アドミタンス$\boldsymbol{Y} = \dfrac{1}{R} + \dfrac{1}{j\omega L} = 0.02 - j0.199\ \mathrm{S}$,

電圧$\boldsymbol{V} = \dfrac{J}{\boldsymbol{Y}} = 2.50 + j24.9\ \mathrm{V}$　　（答）

電圧の大きさ$\left|\boldsymbol{V}\right| = 25.0\ \mathrm{V}$　　（答）

位相$\arg\left(\boldsymbol{V}\right) = 1.47\ \mathrm{rad} = 84.3°$　　（答）

問題７　角周波数$\omega = 100\pi\ \mathrm{rad/s}$,

アドミタンス$\boldsymbol{Y} = \dfrac{1}{R} + \dfrac{1}{j\omega L} = 0.00333 - j0.0159\ \mathrm{S}$,

電圧$\boldsymbol{V} = \dfrac{J}{\boldsymbol{Y}} = 25.2 + j120\ \mathrm{V}$であるから

抵抗での有効電力$P_\mathrm{a} = \dfrac{\left|\boldsymbol{V}\right|^2}{R} = 50.4\ \mathrm{W}$　　（答）

問題８　角周波数$\omega = 400\pi\ \mathrm{rad/s}$であるから,

アドミタンス$\boldsymbol{Y} = \dfrac{1}{R} + j\omega C = 0.02 + j0.00251\mathrm{S}$,

電圧$\boldsymbol{V} = \dfrac{J}{\boldsymbol{Y}} = 98.4 - j12.4\mathrm{V}$　　（答）

電圧の大きさ$\left|\boldsymbol{V}\right| = 99.2\mathrm{V}$　　（答）

位相$\arg\left(\boldsymbol{V}\right) = -0.125\ \mathrm{rad} = -7.16°$　　（答）

問題９　角周波数,　$\omega = 100\pi\ \mathrm{rad/s}$

アドミタンス$\boldsymbol{Y} = \dfrac{1}{R} + j\omega C = 0.00333 + j0.00628\ \mathrm{S}$

電圧$\boldsymbol{V} = \dfrac{J}{\boldsymbol{Y}} = 6.59 - j12.4\mathrm{V}$であるから

抵抗での有効電力$P_\mathrm{a} = \dfrac{\left|\boldsymbol{V}\right|^2}{R} = 0.659\ \mathrm{W}$　　（答）

問題10　$\boldsymbol{Z}_4 = \dfrac{\boldsymbol{Z}_2\boldsymbol{Z}_3}{\boldsymbol{Z}_1} = \dfrac{20(40 + j100)}{50} = 16 + j40\,\Omega$　　（答）

３－１　演習問題

１．

(1)　$$\boldsymbol{Z}=\frac{R\dfrac{1}{j\omega C}}{R+\dfrac{1}{j\omega C}}=\frac{R}{1+j\omega CR}=\frac{5}{1+j\dfrac{1}{2}\times 5}=\frac{10}{2+j5}=\frac{10\left(2-j5\right)}{\left(2+j5\right)\left(2-j5\right)}$$

$$=\frac{1}{29}\left(20-j50\right)=0.690-j1.72\,\Omega$$　(答)

(2)　$$\boldsymbol{Z}=\frac{j\omega L\times\dfrac{1}{j\omega C}}{j\omega L+\dfrac{1}{j\omega C}}=\frac{j\omega L}{1-\omega L\times\omega C}=\frac{j5}{1-5\times\dfrac{1}{2}}=-j\frac{10}{3}=-j3.33\,\Omega$$　(答)

(3)　$$\boldsymbol{Z}=\frac{j\omega LR}{R+j\omega L}=\frac{j25}{5+j5}=\frac{j25\left(5-j5\right)}{50}=\frac{5}{2}+j\frac{5}{2}=2.5+j2.5\,\Omega$$　(答)

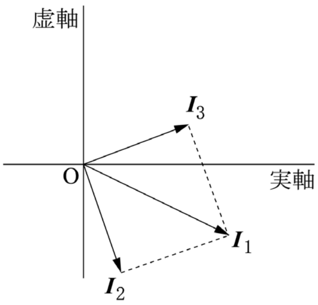
２．

①　(1)　$$\boldsymbol{Z}=R_1+\frac{1}{\dfrac{1}{R_2}+\dfrac{1}{j\omega C}}=R_1+\frac{j\omega LR_2}{R_2+j\omega L}=10+\frac{j20\cdot 20}{20+j20}=10+\frac{j20}{1+j}=20+j10\,\Omega$$　(答)

(2)　$$\boldsymbol{I}_1=\frac{E}{\boldsymbol{Z}}=\frac{50}{20+j10}=\frac{5}{2+j}=\frac{5\left(2-j\right)}{\left(2+j\right)\left(2-j\right)}=2-j\,\mathrm{A}$$

$$\boldsymbol{I}_2=\frac{R_2}{R_2+j\omega L}\boldsymbol{I}_1=\frac{20}{20+j20}\left(2-j\right)=\frac{2-j}{1+j}=\frac{1-j3}{2}=0.5-j1.5\,\mathrm{A}$$

$$\boldsymbol{I}_3=\boldsymbol{I}_1-\boldsymbol{I}_2=\left(2-j\right)-\frac{1-j3}{2}=\frac{3+j}{2}=1.5+j0.5\,\mathrm{A}$$



(答)

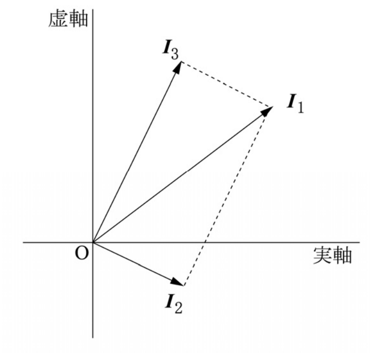
② (1) $$\boldsymbol{Z}=\frac{1}{j\omega C}+\frac{1}{\dfrac{1}{R}+\dfrac{1}{j\omega C}}=\frac{1}{j\omega C}+\frac{j\omega LR}{R+j\omega L}$$

$$=-j10+\frac{j20\cdot 10}{10+j20}=-j10+\frac{j20}{1+j2}=8-j6\,\Omega \quad \text{（答）}$$

(2) $$\boldsymbol{I}_1=\frac{E}{\boldsymbol{Z}}=\frac{50}{8-j6}=\frac{25}{4-j3}=4+j3\,\mathrm{A}$$

$$\boldsymbol{I}_2=\frac{R}{R+j\omega L}\boldsymbol{I}_1=\frac{10}{10+j20}\left(4+j3\right)=\frac{4+j3}{1+2j}=2-j\,\mathrm{A}$$

$$\boldsymbol{I}_3=\boldsymbol{I}_1-\boldsymbol{I}_2=\left(4+j3\right)-\left(2-j\right)=2+j4\,\mathrm{A}$$



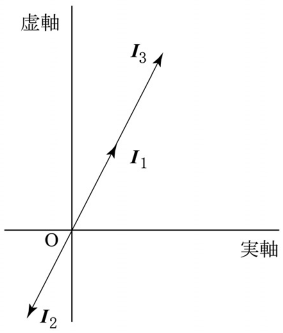
（答）

③ (1) $$\boldsymbol{Z}=R+\frac{1}{\dfrac{1}{j\omega L}+j\omega C}=10+\frac{1}{\dfrac{1}{j20}+j\dfrac{1}{10}}=10+\frac{1}{j\dfrac{1}{20}}=10-j20\,\Omega \quad \text{（答）}$$

(2) $$\boldsymbol{I}_1=\frac{E}{\boldsymbol{Z}}=\frac{50}{10-j20}=\frac{5}{1-j2}=1+j2\,\mathrm{A}$$

$$\boldsymbol{I}_2=\frac{\dfrac{1}{j\omega C}}{j\omega L+\dfrac{1}{j\omega C}}\boldsymbol{I}_1=\frac{-j10}{j20-j10}\left(1+j2\right)=-\left(1+j2\right)=-1-j2\,\mathrm{A}$$

$$\boldsymbol{I}_3=\boldsymbol{I}_1-\boldsymbol{I}_2=\left(1+j2\right)-\left(-1-j2\right)=2+j4\mathrm{A}$$



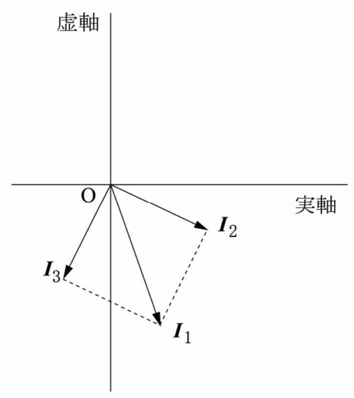
（答）

④　(1)　$\boldsymbol{Z} = j\omega L + \dfrac{1}{\dfrac{1}{R} + j\omega C} = j\omega L + \dfrac{R}{1 + j\omega CR} = j20 + \dfrac{10}{1 + j\dfrac{10}{10}} = j20 + \dfrac{10}{1 + j} = 5 + j15\,\Omega$　　(答)

(2)　$\boldsymbol{I}_1 = \dfrac{E}{\boldsymbol{Z}} = \dfrac{50}{5 + j15} = \dfrac{10}{1 + j3} = 1 - j3\,\mathrm{A}$

$$\boldsymbol{I}_2 = \frac{R}{R + \dfrac{1}{j\omega C}}\boldsymbol{I}_1 = \frac{10}{10 - j10}(1 - j3) = \frac{1 - j3}{1 - j} = 2 - j\,\mathrm{A}$$

$$\boldsymbol{I}_3 = \boldsymbol{I}_1 - \boldsymbol{I}_2 = (1 - j3) - (2 - j) = -1 - j2\,\mathrm{A}$$



(答)

３－２　ドリル問題

問題１　共振周波数$= \dfrac{1}{2\pi} \times \dfrac{1}{\sqrt{LC}} = \dfrac{1}{2\pi} \times \dfrac{1}{\sqrt{20 \times 10^{-3} \times 8 \times 10^{-6}}} = \dfrac{2500}{2\pi} = 398\,\mathrm{Hz}$　　(答)

Q値：

$$Q = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{1}{4}\sqrt{\frac{20 \times 10^{-3}}{8 \times 10^{-6}}} = 12.5$$　(答)

問題２　$Q = \dfrac{\omega_0 L}{R}$，$f_0 = \dfrac{\omega_0}{2\pi} = \dfrac{1}{2\pi} = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$ であるから，

$$L = \frac{QR}{\omega_0} = \frac{20 \times 5}{2\pi \times 5 \times 10^3} = \frac{1}{100\pi} = 3.18 \times 10^{-3}\,\mathrm{H}$$　(答)

$$C = \frac{1}{\omega_0^2 L} = \frac{1}{(2\pi \times 5 \times 10^3)^2 \times \dfrac{1}{100\pi}} = \frac{1}{10^6\pi} = 0.318 \times 10^{-6}\,\mathrm{F}$$　(答)

問題３　共振周波数$= \frac{1}{2\pi}\frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi}\frac{1}{\sqrt{50\times10^{-3}\times2\times10^{-6}}} = \frac{3162}{2\pi} = 503\,\mathrm{Hz}$

Q値：

$$Q = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{1}{10}\sqrt{\frac{50\times10^{-3}}{2\times10^{-6}}} = 15.8$$

$\boldsymbol{V}_R = E = 20\mathrm{V}$　（答）

$\boldsymbol{V}_L = jQE = j15.8\times20 = j316\mathrm{V}$　（答）

$\boldsymbol{V}_C = -jQE = -j15.8\times20 = -j316\mathrm{V}$　（答）

問題４　ω_1 では$\omega_1 L - \frac{1}{\omega_1 C} = -R$ であるから，$\omega_1^2 + \frac{R}{L}{}_1\,\omega_1 - \frac{1}{LC} = 0$ となり

$$\omega_1 = -\frac{R}{2L} + \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 + \frac{1}{LC}} = 2.14\times10^3\,\mathrm{rad/s}$$　（答）

同様にして，

$$\omega_2 = \frac{R}{2L} + \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 + \frac{1}{LC}} = 2.34\times10^3\,\mathrm{rad/s}$$　（答）

問題５

$\omega_0 = \sqrt{\omega_1\omega_2} = \sqrt{950\times1000} = 975\,\mathrm{rad/s}$　（答）

$Q = \frac{\omega_0}{\omega_2 - \omega_1} = \frac{\sqrt{950\times1000}}{1000-950} = 19.5$　（答）

問題６　$\omega_1\omega_2 = {\omega_0}^2$，$\omega_2 - \omega_1 = \frac{\omega_0}{Q}$ であるから，$\omega_1\left(\omega_1 + \frac{\omega_0}{Q}\right) = {\omega_0}^2$　すなわち　${\omega_1}^2 + \frac{\omega_0}{Q}\omega_1 - {\omega_0}^2 = 0$

したがって，$\omega_1 = \dfrac{-\frac{\omega_0}{Q} + \sqrt{\frac{{\omega_0}^2}{Q^2} + 4{\omega_0}^2}}{2} = 1967\,\mathrm{rad/s}$　（答）

$\omega_2 = \omega_1 + \frac{\omega_0}{Q} = 2034\,\mathrm{rad/s}$　（答）

問題７　共振周波数 $f_0 = \dfrac{1}{2\pi} \times \dfrac{1}{\sqrt{LC}} = \dfrac{1}{2\pi} \times \dfrac{1}{\sqrt{4 \times 10^{-3} \times 20 \times 10^{-6}}} = \dfrac{3536}{2\pi} = 563\,\text{Hz}$　（答）

Q値：

$$Q = R\sqrt{\frac{C}{L}} = 200 \times \sqrt{\frac{20 \times 10^{-6}}{4 \times 10^{-3}}} = 14.1 \quad \text{（答）}$$

問題８　$Q = \dfrac{R}{\omega_0 L}$，$f_0 = \dfrac{\omega_0}{2\pi} = \dfrac{1}{2\pi} \times \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$ であるから，

$$L = \frac{R}{\omega_0 Q} = \frac{500}{2\pi \times 500 \times 40} = \frac{1}{80\pi} = 3.98 \times 10^{-3}\,\text{H} \quad \text{（答）}$$

$$C = \frac{1}{\omega_0{}^2 L} = \frac{1}{(2\pi \times 500)^2 \times \dfrac{1}{80\pi}} = \frac{1}{12500\pi} = 25.5 \times 10^{-6}\,\text{F} \quad \text{（答）}$$

問題９　共振周波数 $= \dfrac{1}{2\pi} \times \dfrac{1}{\sqrt{LC}}\ \dfrac{1}{2\pi} \times \dfrac{1}{\sqrt{8 \times 10^{-3} \times 30 \times 10^{-6}}} = 325\text{Hz}$

Q値：

$$Q = R\sqrt{\frac{C}{L}} = 500 \times \sqrt{\frac{30 \times 10^{-6}}{8 \times 10^{-3}}} = 30.6$$

$$\boldsymbol{I}_R = J = 50\,\text{mA} \quad \text{（答）}$$

$$\boldsymbol{I}_L = -jQJ = -j30.6 \times 0.05 = -j1.53\,\text{A} \quad -1.53\,\text{A} \quad \text{（答）}$$

$$\boldsymbol{I}_C = jQJ = j30.6 \times 0.05 = j1.53\,\text{A} \quad 1.53\,\text{A} \quad \text{（答）}$$

問題10　ω_1 では $\omega_1 C - \dfrac{1}{\omega_1 L} = -\dfrac{1}{R}$ であるから，$\omega_1{}^2 + \dfrac{1}{CR}\omega_1 - \dfrac{1}{LC} = 0$ となり

$$\omega_1 = -\frac{1}{2RC} + \sqrt{\left(\frac{1}{2RC}\right)^2 + \frac{1}{LC}} = 2.11 \times 10^3\ \text{rad/s} \quad \text{（答）}$$

同様にして，

$$\omega_2 = \frac{1}{2RC} + \sqrt{\left(\frac{1}{2RC}\right)^2 + \frac{1}{LC}} = 2.36 \times 10^3\ \text{rad/s} \quad \text{（答）}$$

3－2　演習問題

1．

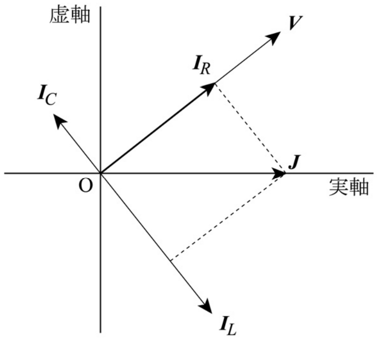
$$\boldsymbol{Y} = \frac{1}{R} + \frac{1}{j\omega L} + j\omega C = \frac{1}{5} + \frac{1}{j4} + j\frac{1}{10} = \frac{1}{5} - j\frac{3}{20} = \frac{4 - j3}{20}$$

$$\boldsymbol{V} = \frac{J}{\boldsymbol{Y}} = \frac{40}{4 - j3} = \frac{40(4 + j3)}{(4 - j3)(4 + j3)} = \frac{8(4 + j3)}{5} = 6.4 + j4.8\ \mathrm{V}$$

$$\boldsymbol{I}_R = \frac{\boldsymbol{V}}{R} = \frac{8}{25}(4 + j3) = 1.28 + j0.96\ \mathrm{A}$$

$$\boldsymbol{I}_L = \frac{\boldsymbol{V}}{j\omega L} = \frac{1}{j4}\frac{8(4 + j3)}{5} = -j\frac{2(4 + j3)}{5} = \frac{6 - j8}{5} = 1.2 - j1.6\ \mathrm{A}$$

$$\boldsymbol{I}_C = j\omega C\boldsymbol{V} = j\frac{1}{10}\frac{8(4 + j3)}{5} = j\frac{4(4 + j3)}{25} = \frac{-12 + j16}{25} = -0.48 + j0.64\ \mathrm{A}$$



2．

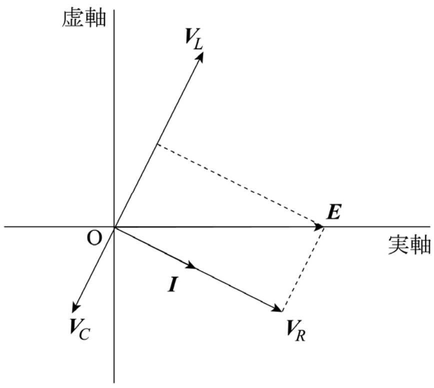
$$\boldsymbol{Z} = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C} = 20 + j20 + \frac{1}{j0.1} = 20 + j10$$

$$\boldsymbol{I} = \frac{E}{\boldsymbol{Z}} = \frac{10}{20 + j10} = \frac{1}{2 + j} = \frac{2 - j}{(2 + j)(2 - j)} = \frac{2 - j}{5} = 0.4 - j0.2\ \mathrm{A}$$

$$\boldsymbol{V}_R = R\boldsymbol{I} = 20 \cdot \frac{2 - j}{5} = 8 - j4\ \mathrm{V}$$

$$\boldsymbol{V}_L = j\omega L\boldsymbol{I} = j20 \cdot \frac{2 - j}{5} = 4 + j8\ \mathrm{V}$$

$$\boldsymbol{V}_C = \frac{1}{j\omega C}\boldsymbol{I} = \frac{1}{j0.1}\frac{2 - j}{5} = -j10 \cdot \frac{2 - j}{5} = -2 - j4\ \mathrm{V}$$



３． $Q = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}} = 20 = \frac{1}{10}\sqrt{\frac{L}{C}}$

これより，$200 = \sqrt{\frac{L}{C}}$ となり

$L = 4 \times 10^4 C$

$f_0 = 800 \times 10^3 = \frac{1}{2\pi} \times \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi} \times \frac{1}{\sqrt{4 \times 10^4 CC}} = \frac{1}{2\pi} \times \frac{1}{2 \times 10^2 C}$

したがって，$C = 0.995 \times 10^{-9} = 0.995\,\mathrm{nF}$，$L = 39.8 \times 10^{-3} = 39.8\,\mu\mathrm{H}$ （答）

４． $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = 15.9\,\mathrm{MHz}$

$Q = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}} = 10$

$\Delta f = \frac{f_0}{Q_0} = 1.59\,\mathrm{MHz}$ （答） 共振周波数 15.9 MHz，Q 値 10，半値幅 1.59MHz

３－３　ドリル問題

問題１　式3−69 より，

$$L_{\mathrm{A}} = L_1 - M = 0.03\,\mathrm{H},\quad L_{\mathrm{B}} = L_2 - M = 0.01\,\mathrm{H},\quad L_{\mathrm{C}} = M = 0.05\,\mathrm{H}$$　（答）

問題２　結合係数$k = \dfrac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} = \dfrac{0.06}{\sqrt{0.08 \times 0.05}} = 0.949$　（答）

問題３　相互インダクタンスは$M = k\sqrt{L_1 L_2} = 0.9 \times \sqrt{0.02 \times 0.03} = 0.0220\,\mathrm{H} = 22.0\,\mathrm{mH}$　（答）

問題４

$$\omega = 2\pi f = 1000\pi\ \mathrm{rad/s}$$

$$\boldsymbol{Z}_1 = R_1 + j\omega L_1 = 20 + j5\pi\,\Omega$$

$$\boldsymbol{Z}_2 = R_2 + j\omega L_2 = 20 + j8\pi\,\Omega$$

$$\boldsymbol{Z}_M = j\omega M = j6\pi\,\Omega$$

であるから，一次側の電流は

$$\boldsymbol{I}_1 = \frac{\boldsymbol{Z}_2}{\boldsymbol{Z}_1\boldsymbol{Z}_2 - \boldsymbol{Z}_M{}^2}E = \frac{20 + j8\pi}{(20 + j5\pi)(20 + j8\pi) - (j6\pi)^2} \times 20 = 0.696 - j0.183\,\mathrm{A}$$

その大きさは0.719 A，位相は電圧に対して$-0.257\,\mathrm{rad}\,(-14.7°)$　（答）

二次側の電流は$\boldsymbol{I}_2 = \dfrac{-\boldsymbol{Z}_M}{\boldsymbol{Z}_1\boldsymbol{Z}_2 - \boldsymbol{Z}_M{}^2}E = \dfrac{-j6\pi}{(20 + j5\pi)(20 + j8\pi) - (j6\pi)^2} \times 20 = -0.386 - j0.170\,\mathrm{A}$

その大きさは0.422 A，位相は電圧に対して$-2.73\,\mathrm{rad}\,(-156°)$　（答）

問題５

$$\omega = 2\pi f = 400\pi\ \mathrm{rad/s}$$

$$\boldsymbol{Z}_1 = R_1 + j\omega L_1 = 3 + j3.2\pi\,\Omega$$

$$\boldsymbol{Z}_2 = R_2 + j\omega L_2 = 4 + j3.6\pi\,\Omega$$

$$\boldsymbol{Z}_M = j\omega M = j3.2\pi\,\Omega$$

であるから，電源から見たインピーダンスは

$$\boldsymbol{Z}_i = \boldsymbol{Z}_1 - \frac{\boldsymbol{Z}_M{}^2}{\boldsymbol{Z}_2} = 3 + j3.2\pi - \frac{(j3.2\pi)^2}{4 + j3.6\pi} = 5.81 + j2.11\,\Omega$$

その大きさは6.18 Ω，偏角は0.348 rad(20.0°)　（答）

問題６

$$\omega = 2\pi f = 100\pi \text{ rad/s}$$

$$\boldsymbol{Z}_1 = R_1 + j\omega L_1 = 5 + j4\pi\ \Omega$$

$$\boldsymbol{Z}_2 = R_2 + j\omega L_2 = 2 + j5\pi\ \Omega$$

$$\boldsymbol{Z}_M = j\omega M = j4\pi\ \Omega$$

であるから，一次側の電流は

$$\boldsymbol{I}_1 = \frac{\boldsymbol{Z}_2}{\boldsymbol{Z}_1\boldsymbol{Z}_2 - \boldsymbol{Z}_M{}^2} E = \frac{2 + j5\pi}{(5 + j4\pi)(2 + j5\pi) - (j4\pi)^2} \times 30 = 4.05 - j1.73\text{ A} \qquad \text{（答）}$$

電源での有効電力は $P_{\mathrm{a}} = \mathrm{Re}\left(E\bar{\boldsymbol{I}}_1\right) = \mathrm{Re}(121.6 + j51.9) = 122\text{ W}$　　（答）

問題７

$$a = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} = \sqrt{\frac{0.040}{0.0008}} = \sqrt{50} = 7.07 \qquad \text{（答）}$$

問題８　二次側の電圧は $\boldsymbol{V}_2 = R\boldsymbol{I}_2 = 400 \times 2 = 800\text{ V}$ であるから，

一次側では，$\boldsymbol{V}_1 = \dfrac{\boldsymbol{V}_2}{a} = \dfrac{800}{5} = 160\text{ V}$，$\boldsymbol{I}_1 = -5\boldsymbol{I}_2 = -10\text{ A}$　　（答）

問題９　$a = 0.25$ であるから，二次側の電流は $\boldsymbol{I}_2 = -\dfrac{\boldsymbol{I}_1}{a} = -\dfrac{0.015}{0.25} = -0.06\text{ A}$

したがって，二次側の電圧は $\boldsymbol{V}_2 = -R\boldsymbol{I}_2 = 200 \times 0.06 = 12\text{ V}$　　（答）

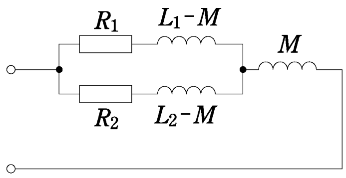
問題10　二次側の 40 Ω の抵抗は一次側から見ると $R_{\mathrm{m}} = \dfrac{R_2}{a^2} = 10\ \Omega$ であるから，電圧源に内部抵抗 $R_1(5\ \Omega)$ と二次側の抵抗分 $R_{\mathrm{m}}(10\ \Omega)$ が直接つながれていることになる。

したがって，電流は $\boldsymbol{I}_1 = \dfrac{E}{R_1 + R_{\mathrm{m}}} = \dfrac{30}{5 + 10} = 2\text{ A}$ で，電力は $P_{\mathrm{a}} = \mathrm{Re}\left(E\bar{\boldsymbol{I}}_1\right) = 60\text{ W}$　　（答）

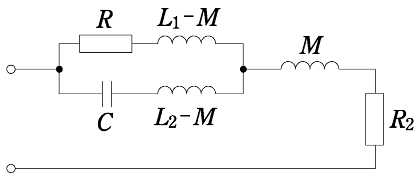
３－３　演習問題

１．

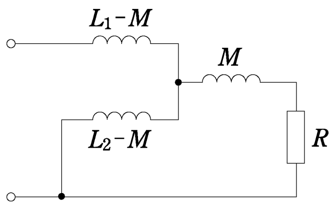
1（1）



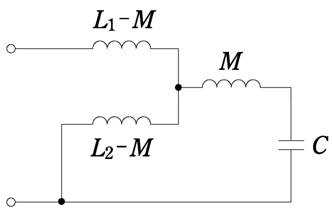
(2)



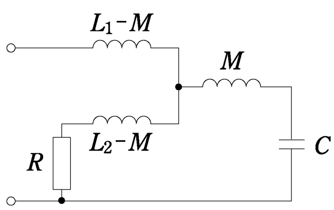
(3)



(4)



(5)



(1)　$$\boldsymbol{Z} = j\omega M + \frac{\{R_1 + j\omega(L_1 - M)\}\{R_2 + j\omega(L_2 - M)\}}{R_1 + j\omega(L_1 - M) + R_2 + j\omega(L_2 - M)}$$　(答)

(2)　$$\boldsymbol{Z} = j\omega M + R_2 + \frac{\{R_1 + j\omega(L_1 - M)\}\left\{\dfrac{1}{j\omega C} + j\omega(L_2 - M)\right\}}{R_1 + j\omega(L_1 - M) + \dfrac{1}{j\omega C} + j\omega(L_2 - M)}$$　(答)

(3) $$\boldsymbol{Z} = j\omega\left(L_1 - M\right) + \frac{j\omega\left(R + j\omega M\right)\left(L_2 - M\right)}{R + j\omega M + j\omega\left(L_2 - M\right)}$$ (答)

(4) $$\boldsymbol{Z} = j\omega\left(L_1 - M\right) + \frac{j\omega\left(j\omega M + \dfrac{1}{j\omega C}\right)\left(L_2 - M\right)}{j\omega M + \dfrac{1}{j\omega C} + j\omega\left(L_2 - M\right)}$$ (答)

(5) $$\boldsymbol{Z} = j\omega\left(L_1 - M\right) + \frac{\left(j\omega M + \dfrac{1}{j\omega C}\right)\left\{R + j\omega\left(L_2 - M\right)\right\}}{j\omega M + \dfrac{1}{j\omega C} + R + j\omega\left(L_2 - M\right)}$$ (答)

３－４　ドリル問題

問題１　周期$T=0.005\mathrm{s}$として,

平均値：$V_0=\frac{1}{T}\int_0^T v(t)dt=\frac{1}{T}\int_0^{\frac{T}{2}}10\sin(400\pi t)dt=\frac{1}{T}\left[-\frac{10}{400\pi}\cos(400\pi t)\right]_0^{\frac{T}{2}}=\frac{10}{\pi}=3.18\,\mathrm{V}$　　（答）

実効値：$V_\mathrm{a}=\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T\{v(t)\}^2dt}=\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^{\frac{T}{2}}100\sin^2(400\pi t)dt}=\sqrt{\frac{50}{T}\int_0^{\frac{T}{2}}\{1-\cos(800\pi t)\}dt}=\sqrt{25}=5\,\mathrm{V}$

（答）

問題２　$T=0.01\,\mathrm{s}$として

平均値：$I_0=\frac{1}{T}\int_0^T i(t)dt=\frac{1}{0.01}\int_0^{0.01}500t\,dt=100\left[250t^2\right]_0^{0.01}=2.5\mathrm{A}$

実効値：$I_\mathrm{a}=\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T\{i(t)\}^2dt}=\sqrt{\frac{1}{0.01}\int_0^{0.01}250000\,t^2dt}=\sqrt{\frac{25}{3}}=2.89\,\mathrm{A}$

となるので,

波形率$=\frac{I_\mathrm{a}}{I_0}=\frac{2.89}{2.5}=1.15$　　（答）

問題３　実効値は,$V_\mathrm{a}=\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T\{v(t)\}^2dt}=\sqrt{\frac{1}{0.001}\int_0^{0.0005}16\,dt}=2\sqrt{2}=2.83\,\mathrm{V}$

最大値$V_\mathrm{max}=4\mathrm{V}$であるから,

波高率$=\frac{V_\mathrm{max}}{V_\mathrm{a}}=\frac{4}{2\sqrt{2}}=\sqrt{2}=1.41$　　（答）

問題４　実効値$V_\mathrm{a}=\sqrt{V_1^2+V_2^2}=\sqrt{50^2+100^2}=50\sqrt{5}=112\mathrm{V}$　　（答）

問題５　実効値$I_\mathrm{a}=\sqrt{I_1^2+I_2^2}=\sqrt{10^2+24^2}=26\,\mathrm{A}$　　（答）

問題６　第１項の直流分$V_0=40\mathrm{V}$，第２項の$50\,\mathrm{Hz}$の交流の実効値$V_\mathrm{a1}=\frac{V_\mathrm{m1}}{\sqrt{2}}=25\sqrt{2}\mathrm{V}$，第３項の$100\,\mathrm{Hz}$の交流の実効値$V_\mathrm{a2}=\frac{V_\mathrm{m2}}{\sqrt{2}}=10\sqrt{2}\mathrm{V}$であるから,

実効値：$V_\mathrm{a}=\sqrt{V_0^2+V_\mathrm{a1}^2+V_\mathrm{a2}^2}=\sqrt{40^2+\left(25\sqrt{2}\right)^2+\left(10\sqrt{2}\right)^2}=55.2\,\mathrm{V}$　　（答）

交流分の実効値：$V_\mathrm{AC}=\sqrt{V_\mathrm{a1}^2+V_\mathrm{a2}^2}=\sqrt{\left(25\sqrt{2}\right)^2+\left(10\sqrt{2}\right)^2}=38.1\,\mathrm{V}$　　（答）

問題７　$f_1 = 100\ \mathrm{Hz}$ の交流電圧による電流は

$$\boldsymbol{I}_1 = \frac{E_1}{R + j\omega_1 L} = \frac{5}{5 + j2\pi} = 0.388 - j0.487 \text{ で，} \left|\boldsymbol{I}_1\right| = 0.623\ \mathrm{A}$$

$f_2 = 200\mathrm{Hz}$ の交流電圧による電流は

$$\boldsymbol{I}_2 = \frac{E_2}{R + j\omega_2 L} = \frac{4}{5 + j4\pi} = 0.109 - j0.275 \text{ で，} \left|\boldsymbol{I}_2\right| = 0.296\ \mathrm{A}$$

したがって，電流全体の実効値は$I_a = \sqrt{\left|\boldsymbol{I}_1\right|^2 + \left|\boldsymbol{I}_2\right|^2} = \sqrt{0.623^2 + 0.296^2} = 0.690\ \mathrm{A}$　（答）

問題８　有効電力は直流での電力と交流での有効電力の和になるので

$$P_a = 25 \times 5 + \frac{1}{2} \times 20 \times 2\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = 125 + 10\sqrt{3} = 142\ \mathrm{W} \qquad \text{（答）}$$

皮相電力は電圧の実効値と電流の実効値の積で

$$\left|\boldsymbol{P}\right| = \sqrt{25^2 + \frac{20^2}{2}} \times \sqrt{5^2 + \frac{2^2}{2}} = \sqrt{825} \times \sqrt{27} = 45\sqrt{11} = 149\ \mathrm{VA} \qquad \text{（答）}$$

問題９　直流分は$V_0 = \frac{1}{T}\int_0^T v(t)\,dt = \frac{1}{T}\int_0^{\frac{T}{2}} 10\,dt = \frac{10}{2} = 5\mathrm{V}$　（答）

基本波分$v_1(t)$は，$T = 8\mathrm{ms}$，$\omega = \frac{2\pi}{T} = 250\pi\ \mathrm{rad/s}$ で，

$$V_{A1} = \frac{2}{T}\int_0^T v(t)\cos\omega t\,dt = \frac{2}{T}\int_0^{\frac{T}{2}} 10\cos\omega t\,dt = 0$$

$$V_{B1} = \frac{2}{T}\int_0^T v(t)\sin\omega t\,dt = \frac{2}{T}\int_0^{\frac{T}{2}} 10\sin\omega t\,dt = \frac{20}{\pi} = 6.37$$

であるから

$$v_1(t) = \frac{20}{\pi}\sin(250\pi t)\ [\mathrm{V}] \qquad \text{（答）}$$

問題10　直流成分は$I_0 = \frac{1}{T}\int_0^T i(t)\,dt = \frac{1}{0.1}\int_0^{0.1} 40t\,dt = 2\ \mathrm{A}$　（答）

基本波成分は，$T = 0.1\mathrm{s}$，$\omega = \frac{2\pi}{T} = 20\pi$ であるから

$$I_{A1} = \frac{2}{T}\int_0^T i(t)\cos\omega t\,dt = \frac{2}{T}\int_0^T 40t\cos\omega t\,dt = \frac{2}{T}\left[\frac{40t\sin\omega t}{\omega} + \frac{40\cos\omega t}{\omega^2}\right]_0^T = 0$$

$$I_{B1} = \frac{2}{T}\int_0^T i(t)\sin\omega t\,dt = \frac{2}{T}\int_0^T 40t\sin\omega t\,dt = \frac{2}{T}\left[-\frac{40t\cos\omega t}{\omega} + \frac{40\sin\omega t}{\omega^2}\right]_0^T = -\frac{4}{\pi}$$

であるから

$$i_1(t) = -\frac{4}{\pi}\sin(20\pi t)\ [\mathrm{A}] \qquad \text{（答）}$$

３－４　演習問題

１．　$v(t) = |50\sin\omega t|$

$$V_0 = \frac{1}{T}\int_0^T v(t)\,dt$$

$$= \frac{1}{\pi}\int_0^\pi 50\sin\omega t\, d\,\omega t$$

$$= \frac{100}{\pi} = 31.8\ \mathrm{V}$$ （答）

$$V_a = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T \{v(t)\}^2\, dt}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{\pi}\int_0^\pi 2500 \times \sin^2 \omega t\, d\,\omega t}$$

$$= \sqrt{\frac{2500}{\pi}\int_0^\pi \frac{1-\cos 2\omega t}{2}\, d\,\omega t}$$

$$= \sqrt{\frac{2500}{\pi} \times \frac{\pi}{2}} = 35.4\mathrm{V}$$ （答）

波形率$= \dfrac{35.4}{31.8} = 1.11$　　（答）

波高率$= \dfrac{50}{35.4} = 1.41$　　（答）

２．　$v(t) = \begin{cases} 50t & (0 \leqq t \leqq 1) \\ 50 & (1 \leqq t \leqq 2) \end{cases}$

$$V_0 = \frac{1}{T}\int_0^T v(t)\,dt = \frac{1}{2}\left(\int_0^1 50\,t\,dt + \int_1^2 50\,dt\right) = 37.5\ \mathrm{V}$$ （答）

$$V_a = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T \{v(t)\}^2\, dt} = \sqrt{\frac{1}{2}\left\{\int_0^1 (50\,t)^2\,dt + \int_1^2 50^2\,dt\right\}}$$

$$= 40.8\ \mathrm{V}$$ （答）

波形率$= \dfrac{40.8}{37.5} = 1.09$　　（答）

波高率$= \dfrac{50}{40.8} = 1.22$　　（答）

３． $v(t) = 10\cos 20\pi t + 5\sin 60\pi t$， $T = 0.1\,\mathrm{s}$

$$V_{\mathrm{a}} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T v^2(t)\,dt} = \sqrt{\frac{2}{T}\int_0^{\frac{T}{2}} (10\cos 20\pi t + 5\sin 60\pi t)^2\,dt}$$

$$= \sqrt{\frac{2}{T}\int_0^{\frac{T}{2}} \left\{100 \times \frac{1+\cos 40\pi t}{2} + 25 \times \frac{1-\cos 120\pi t}{2} + 100 \times \frac{\sin 80\pi t - \sin(-40\pi t)}{2}\right\} dt}$$

$$= \sqrt{50 + \frac{25}{2}} = 7.91\,\mathrm{V}$$ （答） 実効値 7.91 V

４． $v(t) = \begin{cases} 10 & (-1 \le t \le 1) \\ 0 & (1 \le t \le 3) \end{cases}$ $T = 4$ $\omega = \dfrac{2\pi}{T} = \dfrac{\pi}{2}$

$$V_0 = \frac{1}{T}\int_{-1}^{3} v(t)\,dt = \frac{1}{4}\int_{-1}^{1} 10\,dt = \frac{1}{4}\cdot 10 \cdot 2 = 5$$

$$V_{\mathrm{A}n} = \frac{2}{T}\int_{-1}^{3} v(t)\cos n\omega t\,dt = \frac{2}{4}\int_{-1}^{1} 10\cos\frac{n\pi t}{2}\,dt = 5\left[\frac{2}{n\pi}\sin\frac{n\pi t}{2}\right]_{-1}^{1}.$$

$$= \begin{cases} 0 & (n = 2k) \\ \dfrac{20}{(2k-1)\pi}(-1)^{k+1} & (n = 2k-1) \end{cases}$$ kは正の整数

$$V_{\mathrm{B}n} = \frac{2}{T}\int_{-1}^{3} v(t)\sin n\omega t\,dt = \frac{2}{4}\int_{-1}^{1} 10\sin\frac{n\pi t}{2}\,dt = 0$$

したがって，

$$v(t) = 5 + \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k-1} \frac{20}{(2k-1)\pi}\cos\frac{(2k-1)\pi}{2}t$$

$$= 5 + \frac{20}{\pi}\left(\cos\frac{\pi}{2}t - \frac{1}{3}\cos\frac{3\pi}{2}t + \frac{1}{5}\cos\frac{5\pi}{2}t - \cdots\right)[\mathrm{V}]$$ （答）

５． $v(t) = t \qquad (-2 \leq t \leq 2) \qquad\qquad T = 4 \qquad \omega = \dfrac{2\pi}{T} = \dfrac{\pi}{2}$

$v(t)$は奇関数なので

$$V_0 = \frac{1}{T}\int_{-2}^{2} v(t)dt = \frac{1}{4}\int_{-2}^{2} t\,dt = 0$$

$$V_{An} = \frac{2}{T}\int_{-2}^{2} v(t)\cos n\omega t\,dt = \frac{2}{4}\int_{-2}^{2} t\cos\frac{n\pi t}{2}\,dt = 0$$

$$V_{Bn} = \frac{2}{T}\int_{-2}^{2} v(t)\sin n\omega t\,dt = \frac{2}{4}\int_{-2}^{2} t\sin\frac{n\pi t}{2}\,dt = \int_{0}^{2} t\sin\frac{n\pi t}{2}\,dt = \left[t\cdot\frac{-2}{n\pi}\cos\frac{n\pi t}{2}\right]_0^2 - \int_0^2 \frac{2}{n\pi}\cos\frac{n\pi t}{2}\,dt$$

$$= \frac{-4}{n\pi}\cos n\pi - \left[\left(\frac{2}{n\pi}\right)^2 \sin\frac{n\pi t}{2}\right]_0^2 = \frac{-4}{n\pi}(-1)^n = (-1)^{n+1}\frac{4}{n\pi}$$

したがって,

$$v(t) = \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{4}{n\pi}\sin\frac{n\pi}{2}t = \frac{4}{\pi}\left(\sin\frac{\pi}{2}t - \frac{1}{2}\sin\pi t + \frac{1}{3}\sin\frac{3\pi}{2}t - \cdots\right)\ [\mathrm{V}]$$ （答）