「電気回路」第４章　問題解答

４－１　ドリル問題

問題１　$\boldsymbol{Z} = \boldsymbol{Z}_1 + \boldsymbol{Z}_2 + \boldsymbol{Z}_3 = (3 + j4) + (5 - j2) + (6 + j) = 14 + j3\ \Omega$　　（答）

問題２　合成アドミタンス$\boldsymbol{Y} = \dfrac{1}{\boldsymbol{Z}_1} + \dfrac{1}{\boldsymbol{Z}_2} + \dfrac{1}{\boldsymbol{Z}_3} = \dfrac{1}{3 + j4} + \dfrac{1}{5 - j2} + \dfrac{1}{6 + j} = 0.455 - j0.118\,\mathrm{S}$

よって，合成インピーダンス$\boldsymbol{Z} = \dfrac{1}{\boldsymbol{Y}} = \dfrac{1}{0.455 - j0.118} = 2.06 + j0.534\ \Omega$　　（答）

問題３　電流$\boldsymbol{I}_1$が流れたときの素子両端の電位差を$\boldsymbol{V}_1$，電流$\boldsymbol{I}_2$が流れたときの素子両端の電位差を$\boldsymbol{V}_2$，電流$\boldsymbol{I}_1 + \boldsymbol{I}_2$が流れたときの電位差を$\boldsymbol{V}_3$とすれば，

$$\boldsymbol{V}_3 = 5 \times (\boldsymbol{I}_1 + \boldsymbol{I}_2) = 5 \times \boldsymbol{I}_1 + 5 \times \boldsymbol{I}_2 = \boldsymbol{V}_1 + \boldsymbol{V}_2$$

となるので，この素子は線形素子である。　　（答）

なお，$\dfrac{\boldsymbol{V}}{\boldsymbol{I}} = 5$ より，この素子は抵抗である。

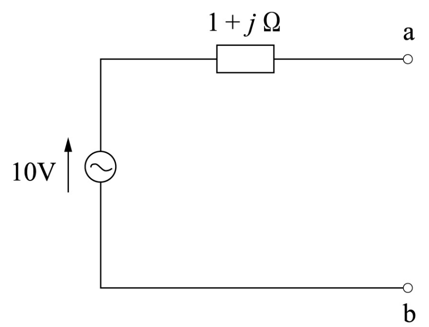
問題４　電流$\boldsymbol{I}_1$が流れたときの素子両端の電位差を$\boldsymbol{V}_1$，電流$\boldsymbol{I}_2$が流れたときの素子両端の電位差を$\boldsymbol{V}_2$，電流$\boldsymbol{I}_1 + \boldsymbol{I}_2$が流れたときの電位差を$\boldsymbol{V}_3$とすれば，

$$\boldsymbol{V}_3 = j5 \times (\boldsymbol{I}_1 + \boldsymbol{I}_2) = j5 \times \boldsymbol{I}_1 + j5 \times \boldsymbol{I}_2 = \boldsymbol{V}_1 + \boldsymbol{V}_2$$

となるので，この素子は線形素子である。　　（答）

なお，$\dfrac{\boldsymbol{V}}{\boldsymbol{I}} = j5$ より，この素子はインダクタである。

問題５　　テブナンの定理より，この回路は解答図１のように電圧源とインピーダンスで表現される。



解答図１

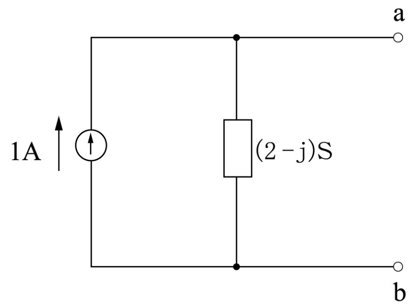
よって，負荷に流れる電流$\boldsymbol{I}$は，

$$\boldsymbol{I} = \frac{10}{(1 + j) + (4 - j)} = 2\,\mathrm{A}$$　となる。　　（答）

問題６　解答図１のａｂ間を短絡すれば，流れる電流$\boldsymbol{I}$は

$$\boldsymbol{I} = \frac{10}{1+j} = 5 - j5\,\mathrm{A}\,,\quad \left|\boldsymbol{I}\right| = 5\sqrt{2}\,\mathrm{A}$$ となる。　　（答）

問題７　ノートンの定理から，この回路は解答図２のように電流源とアドミタンスで表現される。



解答図２

よって，ａｂ間の電圧$\boldsymbol{V}$は

$$\boldsymbol{V} = \frac{1}{2-j} = 0.4 + j0.2\,\mathrm{V}\,,\quad \left|\boldsymbol{V}\right| = \frac{\sqrt{5}}{5} = 0.447\,\mathrm{V}$$ （答）

問題８　解答図２のａｂ間に$3+j\,\mathrm{S}$を接続したときのａｂ間のアドミタンスは$(2-j)+(3+j)=5\,\mathrm{S}$となる。よって，

ａｂ間の電圧$\boldsymbol{V}$は

$$\boldsymbol{V} = \frac{1}{5} = 0.2\,\mathrm{V}$$ （答）

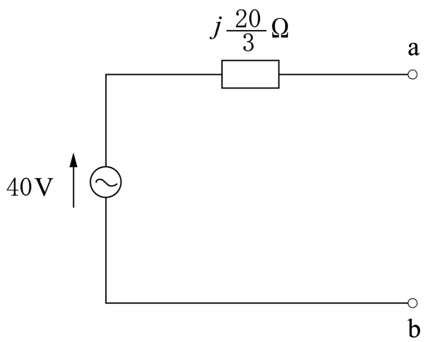
問題９　ａｂ間の電圧は，電圧源の電圧をインピーダンス$j10\,\Omega$と$j20\,\Omega$で分圧したものになるから

$$60 \times \frac{j20}{j10 + j20} = 40\,\mathrm{V}$$ （答）

となる。ａｂから見たインピーダンスは電圧源を短絡して考えればよい。このとき，$j10\,\Omega$と$j20\,\Omega$の並列になるので，

$$j10 \times \frac{j20}{j10 + j20} = j\,\frac{20}{3} = j6.67\,\Omega$$ となる。　　（答）

問題10　問題９の回路は，解答図３のように表現される。



解答図３

ab間に$6-j\dfrac{20}{3}\,\Omega$を接続したときに流れる電流$\boldsymbol{I}$は

$\boldsymbol{I}=\dfrac{40}{j\dfrac{20}{3}+6-j\dfrac{20}{3}}=\dfrac{20}{3}=6.67\mathrm{A}$　となる。　　（答）

４－１　演習問題

１．　$\boldsymbol{Z} = \left(3 + j4\right) + \dfrac{\left(5 - j2\right)\left(6 + j\right)}{\left(5 - j2\right) + \left(6 + j\right)} = 5.94 + j3.63\,\Omega$　　　(答)

２．　$\boldsymbol{Z} = \left(5 - j2\right) + \dfrac{\left(3 + j4\right)\left(6 + j\right)}{\left(3 + j4\right) + \left(6 + j\right)} = 7.46 - j0.368\,\Omega$　　　(答)

３．　電流$\boldsymbol{I}_1$が流れたときの素子両端の電位差を$\boldsymbol{V}_1$，電流$\boldsymbol{I}_2$が流れたときの素子両端の電位差を$\boldsymbol{V}_2$，電流$\boldsymbol{I}_1 + \boldsymbol{I}_2$が流れたときの電位差を$\boldsymbol{V}_3$とすれば,

$$\boldsymbol{V}_3 = 5 \times \left(\boldsymbol{I}_1 + \boldsymbol{I}_2\right) + 3 = 5 \times \boldsymbol{I}_1 + 5 \times \boldsymbol{I}_2 + 3$$

一方，$\boldsymbol{V}_1 + \boldsymbol{V}_2 = \left(5 \times \boldsymbol{I}_1 + 3\right) + \left(5 \times \boldsymbol{I}_2 + 3\right)$となり，

$$\boldsymbol{V}_3 \neq \boldsymbol{V}_1 + \boldsymbol{V}_2$$

よって，この素子は非線形素子である。　　(答)

４．　端子 a b の開放電圧を$\boldsymbol{V}$，a b から見たインピーダンスを$\boldsymbol{Z}$とすれば，テブナンの定理より

$$\boldsymbol{I}_0 = \frac{\boldsymbol{V}}{\boldsymbol{Z} + \boldsymbol{Z}_0} \quad \cdots (1)$$

$$\boldsymbol{I}_1 = \frac{\boldsymbol{V}}{\boldsymbol{Z} + \boldsymbol{Z}_1} \quad \cdots (2)$$

$\dfrac{(1)}{(2)}$より，$\dfrac{\boldsymbol{I}_0}{\boldsymbol{I}_1} = \dfrac{\boldsymbol{Z} + \boldsymbol{Z}_1}{\boldsymbol{Z} + \boldsymbol{Z}_0}$

これを$\boldsymbol{Z}$について解くと，$\boldsymbol{Z} = \dfrac{\boldsymbol{I}_0\boldsymbol{Z}_0 - \boldsymbol{I}_1\boldsymbol{Z}_1}{\boldsymbol{I}_1 - \boldsymbol{I}_0}\ [\Omega]$　　(答)

$\boldsymbol{Z}$を(1)に代入して$\boldsymbol{V}$について解くと，$\boldsymbol{V} = \boldsymbol{I}_0\boldsymbol{I}_1\dfrac{\boldsymbol{Z}_0 - \boldsymbol{Z}_1}{\boldsymbol{I}_1 - \boldsymbol{I}_0}\ [\mathrm{V}]$　　(答)

５．　端子 a b の短絡電流を $\boldsymbol{J}$，a b から見たアドミタンスを $\boldsymbol{Y}$ とすれば，ノートンの定理より

$$\boldsymbol{V}_0 = \frac{\boldsymbol{J}}{\boldsymbol{Y} + \boldsymbol{Y}_0} \quad ・・・(1)$$

$$\boldsymbol{V}_1 = \frac{\boldsymbol{J}}{\boldsymbol{Y} + \boldsymbol{Y}_1} \quad ・・・(2)$$

$\dfrac{(1)}{(2)}$ より，$\dfrac{\boldsymbol{V}_0}{\boldsymbol{V}_1} = \dfrac{\boldsymbol{Y} + \boldsymbol{Y}_1}{\boldsymbol{Y} + \boldsymbol{Y}_0}$

これを $\boldsymbol{Y}$ について解くと，$\boldsymbol{Y} = \dfrac{\boldsymbol{V}_0\boldsymbol{Y}_0 - \boldsymbol{V}_1\boldsymbol{Y}_1}{\boldsymbol{V}_1 - \boldsymbol{V}_0}$

$\boldsymbol{Y}$ を(1)に代入して $\boldsymbol{J}$ について解くと，$\boldsymbol{J} = \boldsymbol{V}_0\boldsymbol{V}_1\dfrac{\boldsymbol{Y}_0 - \boldsymbol{Y}_1}{\boldsymbol{V}_1 - \boldsymbol{V}_0}$

よって，a b 間にアドミタンス $\boldsymbol{Y}_2$ を接続したときに現れる電圧 $\boldsymbol{V}_2$ は

$$\boldsymbol{V}_2 = \frac{\boldsymbol{V}_0\boldsymbol{V}_1(\boldsymbol{Y}_0 - \boldsymbol{Y}_1)}{\boldsymbol{V}_1 - \boldsymbol{V}_0} \bigg/ \left\{\frac{\boldsymbol{V}_0\boldsymbol{Y}_0 - \boldsymbol{V}_1\boldsymbol{Y}_1}{\boldsymbol{V}_1 - \boldsymbol{V}_0} + \boldsymbol{Y}_2\right\} = \frac{\boldsymbol{V}_0\boldsymbol{V}_1(\boldsymbol{Y}_1 - \boldsymbol{Y}_0)}{(\boldsymbol{Y}_1 - \boldsymbol{Y}_2)\boldsymbol{V}_1 + (\boldsymbol{Y}_2 - \boldsymbol{Y}_0)\boldsymbol{V}_0}$$ ［V］となる。　（答）

６．　電圧源 $\boldsymbol{E}_1$ のみあるとして，もうひとつの電圧源 $\boldsymbol{E}_2$ の部分を短絡したときに，インピーダンス $\boldsymbol{Z}_0$ を流れる電流 $\boldsymbol{I}_1$ は

$$\boldsymbol{I}_1 = \frac{\boldsymbol{E}_1}{\boldsymbol{Z}_1 + \dfrac{\boldsymbol{Z}_2\boldsymbol{Z}_0}{\boldsymbol{Z}_2 + \boldsymbol{Z}_0}} \times \frac{\boldsymbol{Z}_2}{\boldsymbol{Z}_2 + \boldsymbol{Z}_0} = \frac{\boldsymbol{Z}_2\boldsymbol{E}_1}{\boldsymbol{Z}_1\boldsymbol{Z}_2 + \boldsymbol{Z}_0(\boldsymbol{Z}_1 + \boldsymbol{Z}_2)}\ [\mathrm{A}]$$

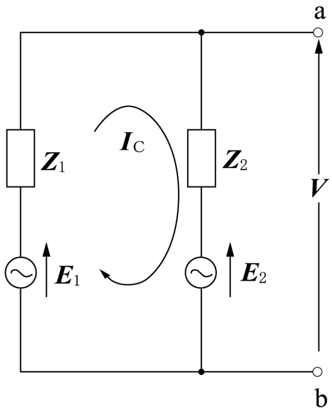
となる。次に，電圧源 $\boldsymbol{E}_2$ のみあるとして，もうひとつの電圧源 $\boldsymbol{E}_1$ の部分を短絡したときに，インピーダンス $\boldsymbol{Z}_0$ を流れる電流 $\boldsymbol{I}_2$ は

$$\boldsymbol{I}_2 = \frac{\boldsymbol{E}_2}{\boldsymbol{Z}_2 + \dfrac{\boldsymbol{Z}_1\boldsymbol{Z}_0}{\boldsymbol{Z}_1 + \boldsymbol{Z}_0}} \times \frac{\boldsymbol{Z}_1}{\boldsymbol{Z}_1 + \boldsymbol{Z}_0} = \frac{\boldsymbol{Z}_1\boldsymbol{E}_2}{\boldsymbol{Z}_1\boldsymbol{Z}_2 + \boldsymbol{Z}_0(\boldsymbol{Z}_1 + \boldsymbol{Z}_2)}\ [\mathrm{A}]$$

となる。電圧源 $\boldsymbol{E}_1$，$\boldsymbol{E}_2$ が同時に存在するときにインピーダンス $\boldsymbol{Z}_0$ を流れる電流 $\boldsymbol{I}$ は，重ね合わせの原理から

$$\boldsymbol{I} = \boldsymbol{I}_1 + \boldsymbol{I}_2 = \frac{\boldsymbol{Z}_2\boldsymbol{E}_1 + \boldsymbol{Z}_1\boldsymbol{E}_2}{\boldsymbol{Z}_1\boldsymbol{Z}_2 + \boldsymbol{Z}_0(\boldsymbol{Z}_1 + \boldsymbol{Z}_2)}\ [\mathrm{A}]$$ 　（答）

7.　まず，a b 間の開放電圧$\boldsymbol{V}$を求める。インピーダンス$\boldsymbol{Z}_0$をとれば，解答図４のように循環する電流$\boldsymbol{I}_c$が流れ，開放電圧$\boldsymbol{V}$は，$\boldsymbol{V} = \boldsymbol{E}_1 - \boldsymbol{Z}_1\boldsymbol{I}_c$から求めることができる。



解答図４

$\boldsymbol{I}_c = \dfrac{\boldsymbol{E}_1 - \boldsymbol{E}_2}{\boldsymbol{Z}_1 + \boldsymbol{Z}_2}$ となるから，

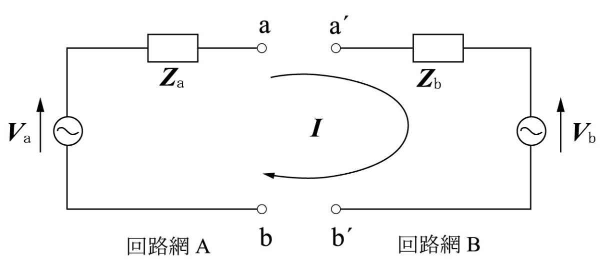
$$\boldsymbol{V} = \boldsymbol{E}_1 - \frac{\boldsymbol{Z}_1(\boldsymbol{E}_1 - \boldsymbol{E}_2)}{\boldsymbol{Z}_1 + \boldsymbol{Z}_2} = \frac{\boldsymbol{Z}_2\boldsymbol{E}_1 + \boldsymbol{Z}_1\boldsymbol{E}_2}{\boldsymbol{Z}_1 + \boldsymbol{Z}_2} \text{ [V]}$$

端子 a b から見たインピーダンス$\boldsymbol{Z}$は，電圧源を短絡したものとして考えれば，インピーダンス$\boldsymbol{Z}_1$と$\boldsymbol{Z}_2$の並列であるから，$\boldsymbol{Z} = \dfrac{\boldsymbol{Z}_1\boldsymbol{Z}_2}{\boldsymbol{Z}_1 + \boldsymbol{Z}_2}$ となる。

よって，インピーダンス$\boldsymbol{Z}_0$を流れる電流$\boldsymbol{I}$は，テブナンの定理より

$$\boldsymbol{I} = \frac{\boldsymbol{V}}{\boldsymbol{Z} + \boldsymbol{Z}_0} = \frac{\boldsymbol{Z}_2\boldsymbol{E}_1 + \boldsymbol{Z}_1\boldsymbol{E}_2}{\boldsymbol{Z}_1 + \boldsymbol{Z}_2} \times \frac{1}{\dfrac{\boldsymbol{Z}_1\boldsymbol{Z}_2}{\boldsymbol{Z}_1 + \boldsymbol{Z}_2} + \boldsymbol{Z}_0} = \frac{\boldsymbol{Z}_2\boldsymbol{E}_1 + \boldsymbol{Z}_1\boldsymbol{E}_2}{\boldsymbol{Z}_1\boldsymbol{Z}_2 + \boldsymbol{Z}_0(\boldsymbol{Z}_1 + \boldsymbol{Z}_2)} \text{ [A]} \qquad \text{(答)}$$

8.　それぞれの回路網は，解答図５のような等価回路で表される。
よって，端子 a と a′，b と b′ を接続したときに流れる電流$\boldsymbol{I}$は，解答図５の向きを正とすれば，次のようになる。



解答図５

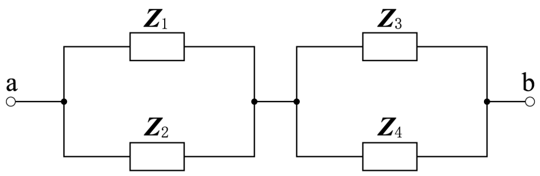
$$\boldsymbol{I} = \frac{\boldsymbol{V}_a - \boldsymbol{V}_b}{\boldsymbol{Z}_a + \boldsymbol{Z}_b} \text{ [A]} \quad \text{(答)}$$

９． インピーダンス $\boldsymbol{Z}_5$ をつなぐ前に端子 a b 間に現れる電圧 $\boldsymbol{V}$ は

$$\boldsymbol{V} = \left(\frac{\boldsymbol{Z}_3}{\boldsymbol{Z}_3 + \boldsymbol{Z}_4} - \frac{\boldsymbol{Z}_1}{\boldsymbol{Z}_1 + \boldsymbol{Z}_2} \right) \boldsymbol{E} = \frac{\boldsymbol{E}\left(\boldsymbol{Z}_2\boldsymbol{Z}_3 - \boldsymbol{Z}_1\boldsymbol{Z}_4 \right)}{\left(\boldsymbol{Z}_1 + \boldsymbol{Z}_2 \right)\left(\boldsymbol{Z}_3 + \boldsymbol{Z}_4 \right)}$$ となる。

一方，a b から見たインピーダンスは，電圧源を短絡して考えれば，解答図６の回路になるので，

$$\boldsymbol{Z} = \frac{\boldsymbol{Z}_1\boldsymbol{Z}_2}{\boldsymbol{Z}_1 + \boldsymbol{Z}_2} + \frac{\boldsymbol{Z}_3\boldsymbol{Z}_4}{\boldsymbol{Z}_3 + \boldsymbol{Z}_4}$$



解答図 6

よって，a b 間にインピーダンス $\boldsymbol{Z}_5$ を接続したときに $\boldsymbol{Z}_5$ を流れる電流 $\boldsymbol{I}_5$ は，テブナンの定理より

$$\boldsymbol{I}_5 = \frac{\boldsymbol{V}}{\boldsymbol{Z} + \boldsymbol{Z}_5} = \frac{\left(\boldsymbol{Z}_2\boldsymbol{Z}_3 - \boldsymbol{Z}_4\boldsymbol{Z}_1 \right)\boldsymbol{E}}{\boldsymbol{Z}_5\left(\boldsymbol{Z}_1 + \boldsymbol{Z}_2 \right)\left(\boldsymbol{Z}_3 + \boldsymbol{Z}_4 \right) + \boldsymbol{Z}_1\boldsymbol{Z}_2\left(\boldsymbol{Z}_3 + \boldsymbol{Z}_4 \right) + \boldsymbol{Z}_3\boldsymbol{Z}_4\left(\boldsymbol{Z}_1 + \boldsymbol{Z}_2 \right)}$$ ［A］ （答）

４－２　ドリル問題

問題１　ノードはa_1，a_2，a_3，a_4 の四つ。　　（答）

ブランチはb_1，b_2，b_3，b_4，b_5，b_6 の六つ。　　（答）

問題２　各ブランチの起点のノードは 1，終点のノードは−1，それ以外のノードは 0 として，次のようになる。

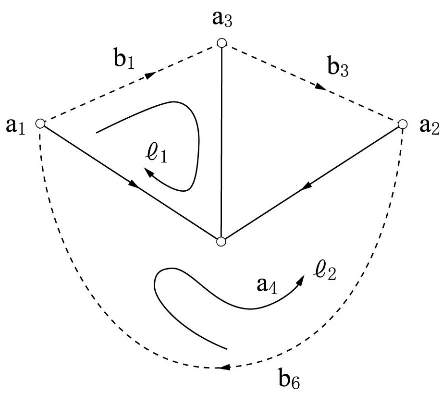
$$
\begin{array}{c}
 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4
\end{array}
\begin{array}{c}
\begin{array}{cccccc} b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 & b_6 \end{array} \\
\begin{bmatrix}
1 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\
0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\
-1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\
0 & -1 & 0 & -1 & -1 & 0
\end{bmatrix}
\end{array}
$$
（答）

なお，ノードa_4 を基準ノードとしてノードa_4 を除いた既約接続行列は，次のようになる。

$$
\begin{array}{c}
 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3
\end{array}
\begin{array}{c}
\begin{array}{cccccc} b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 & b_6 \end{array} \\
\begin{bmatrix}
1 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\
0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 1 \\
-1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0
\end{bmatrix}
\end{array}
$$

問題３　b_1 を追加したときのループをℓ_1，b_6 を追加したときのループをℓ_2 として，解答図７に示す。ループの向きは，

追加したブランチb_1，b_3 の向きと一致するように決定する。



解答図 7

問題４　（独立なループの数）＝（ブランチの数）－（ノードの数）+1 = 6 − 4 + 1 = 3　（答）

問題５　ループの向きとブランチの向きが一致する場合は 1，向きが逆の場合は−1，含まれない場合は 0 として，次のようになる。

$$
\begin{array}{c}
 \\ \ell_1 \\ \ell_2 \\ \ell_3
\end{array}
\begin{array}{c}
\begin{array}{cccccc} b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 & b_6 \end{array} \\
\begin{bmatrix}
1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 1 & -1 & 1 & 0 \\
0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 1
\end{bmatrix}
\end{array}
$$
（答）

問題６　(1)　ループ ℓ_1 に沿っての方程式は，インピーダンス $\boldsymbol{Z}_1$ を流れる電流が $\boldsymbol{I}_1$，インピーダンス $\boldsymbol{Z}_2$ を流れる電流が $\boldsymbol{I}_1 - \boldsymbol{I}_2$ であるから，

$$\boldsymbol{I}_1\boldsymbol{Z}_1 + (\boldsymbol{I}_1 - \boldsymbol{I}_2)\boldsymbol{Z}_2 = \boldsymbol{E}$$

すなわち，

$$(3 + j4)\boldsymbol{I}_1 + (\boldsymbol{I}_1 - \boldsymbol{I}_2)(5 - j2) = 100$$

$$(8 + j2)\boldsymbol{I}_1 - (5 - j2)\boldsymbol{I}_2 = 100 \quad \cdots\cdots (1)$$　(答)

ループ ℓ_2 に沿っての方程式は，インピーダンス $\boldsymbol{Z}_3$ を流れる電流が $\boldsymbol{I}_2$，インピーダンス $\boldsymbol{Z}_2$ を流れる電流が $\boldsymbol{I}_2 - \boldsymbol{I}_1$ であるから，

$$\boldsymbol{I}_2\boldsymbol{Z}_3 + (\boldsymbol{I}_2 - \boldsymbol{I}_1)\boldsymbol{Z}_2 = 0$$

すなわち，

$$(10 - j4)\boldsymbol{I}_2 + (\boldsymbol{I}_2 - \boldsymbol{I}_1)(5 - j2) = 0$$

$$(15 - j6)\boldsymbol{I}_2 - (5 - j2)\boldsymbol{I}_1 = 0 \quad \cdots\cdots (2)$$　(答)

(2)　(1)，(2)式を連立させて解く。(2)より，

$$\boldsymbol{I}_1 = 3\boldsymbol{I}_2$$

これを(1)に代入して，

$$(19 + j8)\boldsymbol{I}_2 = 100$$

インピーダンス $\boldsymbol{Z}_2$ を流れる電流 $\boldsymbol{I}$ は，向きも考えて，

$$\boldsymbol{I} = \boldsymbol{I}_1 - \boldsymbol{I}_2 = 3\boldsymbol{I}_2 - \boldsymbol{I}_2 = 2\boldsymbol{I}_2 = \frac{200}{19 + j8} = \frac{2}{425}(1900 - j800)$$

$$= 8.941 - j3.764 = 8.94 - j3.76\,\mathrm{A}$$　(答)

問題７　(1)　ループ ℓ_1 に沿っての方程式は，インピーダンス $\boldsymbol{Z}_2$ を流れる電流が $\boldsymbol{I}_1 - \boldsymbol{I}_2$ であるから，

$$(\boldsymbol{I}_1 - \boldsymbol{I}_2)\boldsymbol{Z}_2 = \boldsymbol{E}$$

すなわち

$$(\boldsymbol{I}_1 - \boldsymbol{I}_2)(5 - j2) = 100$$

$$(5 - j2)\boldsymbol{I}_1 - (5 - j2)\boldsymbol{I}_2 = 100 \quad \cdots\cdots (1)$$　(答)

ループ ℓ_2 に沿っての方程式は，インピーダンス $\boldsymbol{Z}_1$，$\boldsymbol{Z}_3$ を流れる電流が $\boldsymbol{I}_2$，インピーダンス $\boldsymbol{Z}_2$ を流れる電流が $\boldsymbol{I}_2 - \boldsymbol{I}_1$ であるから，

$$\boldsymbol{I}_2\boldsymbol{Z}_1 + \boldsymbol{I}_2\boldsymbol{Z}_3 + (\boldsymbol{I}_2 - \boldsymbol{I}_1)\boldsymbol{Z}_2 = 0$$

すなわち,

$$(18 - j2)\boldsymbol{I}_2 - (5 - j2)\boldsymbol{I}_1 = 0 \quad \cdots\cdots (2)$$ （答）

(2)　(1)，(2)式を連立させて解く。(1)＋(2)より，

$$13\boldsymbol{I}_2 = 100$$

したがって，$\boldsymbol{I}_2 = \dfrac{100}{13} = 7.69$

これを(2)に代入して,

$$\boldsymbol{I}_1 = \boldsymbol{I}_2 \frac{18 - j2}{5 - j2}$$

よって,

$$\boldsymbol{I}_1 = 24.9 + j6.89\,\mathrm{A}$$

インピーダンス$\boldsymbol{Z}_2$を流れる電流$\boldsymbol{I}$は，向きを考えて，$\boldsymbol{I} = \boldsymbol{I}_1 - \boldsymbol{I}_2 = 17.2 + j6.89\,\mathrm{A}$　（答）

問題８　(1)　ループ ℓ_1 に沿っての方程式は，インピーダンス $\boldsymbol{Z}_1$ を流れる電流が $\boldsymbol{I}_1$，インピーダンス $\boldsymbol{Z}_2$ を流れる電流が $\boldsymbol{I}_1-\boldsymbol{I}_2$ であるから，

$$\boldsymbol{I}_1\boldsymbol{Z}_1+\left(\boldsymbol{I}_1-\boldsymbol{I}_2\right)\boldsymbol{Z}_2=\boldsymbol{E}$$

すなわち

$$\left(3+j4\right)\boldsymbol{I}_1+\left(\boldsymbol{I}_1-\boldsymbol{I}_2\right)\left(5-j2\right)=100$$

$$\left(8+j2\right)\boldsymbol{I}_1-\left(5-j2\right)\boldsymbol{I}_2=100\quad\cdot\cdot\cdot\cdot(1)\qquad(答)$$

ループ ℓ_2 に沿っての方程式は，インピーダンス $\boldsymbol{Z}_1$ と $\boldsymbol{Z}_3$ を流れる電流が $\boldsymbol{I}_2$，インピーダンス $\boldsymbol{Z}_2$ を流れる電流が $\boldsymbol{I}_2-\boldsymbol{I}_1$ であるから，

$$\boldsymbol{I}_2\boldsymbol{Z}_1+\boldsymbol{I}_2\boldsymbol{Z}_3+\left(\boldsymbol{I}_2-\boldsymbol{I}_1\right)\boldsymbol{Z}_2=0$$

すなわち，

$$\left(18-j2\right)\boldsymbol{I}_2-\left(5-j2\right)\boldsymbol{I}_1=0\quad\cdot\cdot\cdot\cdot(2)\qquad(答)$$

(2)　(1)，(2)式を連立させて解く。(2)より，$\boldsymbol{I}_1=\boldsymbol{I}_2\dfrac{18-j2}{5-j2}$ となる。これを(1)に代入して，

$$\boldsymbol{I}_2=\left\{\frac{\left(8+j2\right)\left(18-j2\right)}{5-j2}-\left(5-j2\right)\right\}=100$$

よって，

$$\boldsymbol{I}_2=3.13-j2.56\,\mathrm{A}$$

$$\boldsymbol{I}_1=12.4-j5.49\,\mathrm{A}$$

インピーダンス $\boldsymbol{Z}_2$ を流れる電流 $\boldsymbol{I}$ は，向きも考えて，$\boldsymbol{I}=\boldsymbol{I}_1-\boldsymbol{I}_2=9.27-j2.93\,\mathrm{A}$　　(答)

問題９　(1)　各インピーダンスの電圧降下から

$\boldsymbol{I}_1\boldsymbol{Z}_1=\boldsymbol{E}-\boldsymbol{V}$，すなわち，$\boldsymbol{I}_1=\dfrac{\boldsymbol{E}-\boldsymbol{V}}{\boldsymbol{Z}_1}$ [A]　　(答)

$\boldsymbol{I}_2\boldsymbol{Z}_2=\boldsymbol{V}$，すなわち，$\boldsymbol{I}_2=\dfrac{\boldsymbol{V}}{\boldsymbol{Z}_2}$ [A]　　(答)

$\boldsymbol{I}_3\boldsymbol{Z}_3=\boldsymbol{V}$，すなわち，$\boldsymbol{I}_3=\dfrac{\boldsymbol{V}}{\boldsymbol{Z}_3}$ [A]　　(答)

(2)　ノードaにおけるキルヒホッフの電流則に基づく方程式は

$$\boldsymbol{I}_1 = \boldsymbol{I}_2 + \boldsymbol{I}_3$$

この式に(1)で求めた $\boldsymbol{I}_1$ ～ $\boldsymbol{I}_3$ を代入して，

$$\frac{\boldsymbol{E}-\boldsymbol{V}}{\boldsymbol{Z}_1} = \frac{\boldsymbol{V}}{\boldsymbol{Z}_2} + \frac{\boldsymbol{V}}{\boldsymbol{Z}_3}$$

これを整理して，

$$\boldsymbol{V}\left(\frac{1}{\boldsymbol{Z}_1} + \frac{1}{\boldsymbol{Z}_2} + \frac{1}{\boldsymbol{Z}_3}\right) = \frac{\boldsymbol{E}}{\boldsymbol{Z}_1} \qquad \text{(答)}$$

(3)　$\boldsymbol{Z}_1$，$\boldsymbol{Z}_2$，$\boldsymbol{Z}_3$ および $\boldsymbol{E}$ の値を代入して，

$$\boldsymbol{V}\left(\frac{1}{3+j4} + \frac{1}{5-j2} + \frac{1}{10-j4}\right) = \frac{100}{3+j4}$$

$\boldsymbol{V}(1.36 + j1.35) = 100$ より，$\boldsymbol{V} = \dfrac{100}{1.36 + j1.35} = 37.2 - j36.7\mathrm{V}$　(答)

注：インピーダンス $\boldsymbol{Z}_2$ を流れる電流は

$\dfrac{37.2 - j36.7}{5 - j2} = 8.94 - j3.76\,\mathrm{A}$ となり，問題6の答と一致する。

問題10　(1)　各インピーダンスの電圧降下から

$\boldsymbol{I}_1\boldsymbol{Z}_1 = \boldsymbol{E} - \boldsymbol{V}$，すなわち，$\boldsymbol{I}_1 = \dfrac{\boldsymbol{E}-\boldsymbol{V}}{\boldsymbol{Z}_1}$ [A]　(答)

$\boldsymbol{I}_2\boldsymbol{Z}_2 = \boldsymbol{V}$，すなわち，$\boldsymbol{I}_2 = \dfrac{\boldsymbol{V}}{\boldsymbol{Z}_2}$ [A]　(答)

$\boldsymbol{I}_3(\boldsymbol{Z}_1 + \boldsymbol{Z}_3) = \boldsymbol{V}$，すなわち，$\boldsymbol{I}_3 = \dfrac{\boldsymbol{V}}{\boldsymbol{Z}_1 + \boldsymbol{Z}_3}$ [A]　(答)

(2)　ノードaにおけるキルヒホッフの電流則に基づく方程式は

$$\boldsymbol{I}_1 = \boldsymbol{I}_2 + \boldsymbol{I}_3$$

この式に(1)で求めた $\boldsymbol{I}_1$ ～ $\boldsymbol{I}_3$ を代入して，

$$\frac{\boldsymbol{E}-\boldsymbol{V}}{\boldsymbol{Z}_1} = \frac{\boldsymbol{V}}{\boldsymbol{Z}_2} + \frac{\boldsymbol{V}}{\boldsymbol{Z}_1 + \boldsymbol{Z}_3}$$

これを整理して，

$$\boldsymbol{V}\left(\frac{1}{\boldsymbol{Z}_1} + \frac{1}{\boldsymbol{Z}_2} + \frac{1}{\boldsymbol{Z}_1 + \boldsymbol{Z}_3}\right) = \frac{\boldsymbol{E}}{\boldsymbol{Z}_1} \qquad \text{(答)}$$

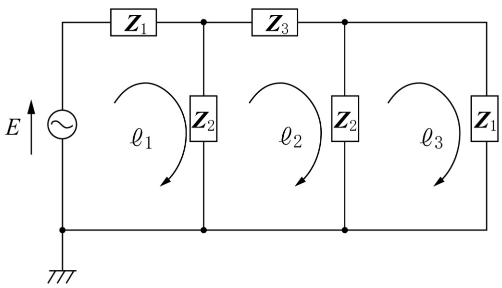
(3)　$\boldsymbol{Z}_1$，$\boldsymbol{Z}_2$，$\boldsymbol{Z}_3$および$\boldsymbol{E}$の値を代入して，

$$\boldsymbol{V}\left(\frac{1}{3+j4}+\frac{1}{5-j2}+\frac{1}{13}\right)=\frac{100}{3+j4}$$

$\boldsymbol{V}(1.472+j1.204)=100$より，$\boldsymbol{V}=\dfrac{100}{1.472+j1.204}=40.7-j33.3\mathrm{V}$　（答）

４－２　演習問題

１．　解答図８のループ ℓ_1，ℓ_2，ℓ_3 の向きに流れる電流を $\boldsymbol{I}_1$，$\boldsymbol{I}_2$，$\boldsymbol{I}_3$ とする。ループ ℓ_1，ℓ_2，ℓ_3 に沿ってキルヒホッフの電圧則に基づく式をたてると



解答図８

$$\boldsymbol{I}_1\boldsymbol{Z}_1+(\boldsymbol{I}_1-\boldsymbol{I}_2)\boldsymbol{Z}_2=\boldsymbol{E}\text{，すなわち，}(\boldsymbol{Z}_1+\boldsymbol{Z}_2)\boldsymbol{I}_1-\boldsymbol{Z}_2\boldsymbol{I}_2=\boldsymbol{E}$$

$$\boldsymbol{I}_2\boldsymbol{Z}_3+(\boldsymbol{I}_2-\boldsymbol{I}_3)\boldsymbol{Z}_2+(\boldsymbol{I}_2-\boldsymbol{I}_1)\boldsymbol{Z}_2=0\text{，すなわち，}-\boldsymbol{Z}_2\boldsymbol{I}_1+(\boldsymbol{Z}_3+2\boldsymbol{Z}_2)\boldsymbol{I}_2-\boldsymbol{Z}_2\boldsymbol{I}_3=0$$

$$\boldsymbol{I}_3\boldsymbol{Z}_1+(\boldsymbol{I}_3-\boldsymbol{I}_2)\boldsymbol{Z}_2=0\text{，すなわち，}-\boldsymbol{Z}_2\boldsymbol{I}_1+(\boldsymbol{Z}_1+\boldsymbol{Z}_2)\boldsymbol{I}_3=0$$

$\boldsymbol{Z}_1$，$\boldsymbol{Z}_2$，$\boldsymbol{Z}_3$，$\boldsymbol{E}$ の値を代入して

$$(8+j2)\boldsymbol{I}_1-(5-j2)\boldsymbol{I}_2=50 \qquad (1)$$

$$(-5+j2)\boldsymbol{I}_1+(16-j3)\boldsymbol{I}_2-(5-j2)\boldsymbol{I}_3=0 \qquad (2)$$

$$(-5+j2)\boldsymbol{I}_2+(8+j2)\boldsymbol{I}_3=0 \qquad (3)$$

(1)　より $\boldsymbol{I}_1=\dfrac{50+(5-j2)\boldsymbol{I}_2}{8+j2}$ 　　(1)′

(3)　より $\boldsymbol{I}_3=\dfrac{5-j2}{8+j2}\boldsymbol{I}_2$ 　　(3)′

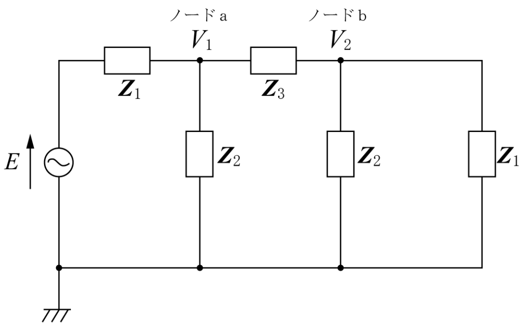
(2)に(1)′ と(3)′ を代入して解くと

$$\boldsymbol{I}_1=6.02-j3.16\,\mathrm{A}\text{，}\boldsymbol{I}_2=1.68-j1.95\,\mathrm{A}\text{，}\boldsymbol{I}_3=0.142-j1.69\,\mathrm{A}$$

よって，$\boldsymbol{I}=\boldsymbol{I}_2-\boldsymbol{I}_3=1.54-j0.260\,\mathrm{A}$ 　　(答)

２． 解答図９のように，ノード a の電圧を$\boldsymbol{V}_1$，ノード b の電圧を$\boldsymbol{V}_2$とする。

ノード a，ノード b において，キルヒホッフの電流則に基づく式をたてると



解答図９

$$\frac{\boldsymbol{E}-\boldsymbol{V}_1}{\boldsymbol{Z}_1}=\frac{\boldsymbol{V}_1}{\boldsymbol{Z}_2}+\frac{\boldsymbol{V}_1-\boldsymbol{V}_2}{\boldsymbol{Z}_3}\text{，すなわち，}\left(\frac{1}{\boldsymbol{Z}_1}+\frac{1}{\boldsymbol{Z}_2}+\frac{1}{\boldsymbol{Z}_3}\right)\boldsymbol{V}_1-\frac{\boldsymbol{V}_2}{\boldsymbol{Z}_3}=\frac{\boldsymbol{E}}{\boldsymbol{Z}_1}$$

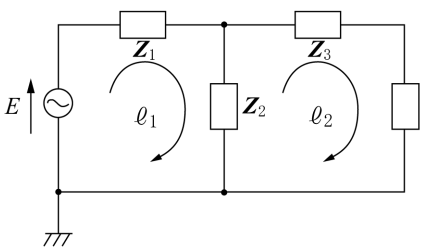
$$\frac{\boldsymbol{V}_1-\boldsymbol{V}_2}{\boldsymbol{Z}_3}=\frac{\boldsymbol{V}_2}{\boldsymbol{Z}_1}+\frac{\boldsymbol{V}_2}{\boldsymbol{Z}_2}\text{，すなわち，}\frac{\boldsymbol{V}_1}{\boldsymbol{Z}_3}\left(\frac{1}{\boldsymbol{Z}_1}+\frac{1}{\boldsymbol{Z}_2}+\frac{1}{\boldsymbol{Z}_3}\right)\boldsymbol{V}_2=0$$

$\boldsymbol{Z}_1$，$\boldsymbol{Z}_2$，$\boldsymbol{Z}_3$，$\boldsymbol{E}$の値を代入して解くと

$$\boldsymbol{V}_1=19.29-j14.62\ \mathrm{V}\text{，}\boldsymbol{V}_2=7.180-j4.498\ \mathrm{V}$$

よって，$\boldsymbol{I}=\dfrac{\boldsymbol{V}_2}{\boldsymbol{Z}_2}=1.55-j0.280\ \mathrm{A}$ （答）

３． 解答図 10 のループ ℓ_1，ℓ_2の向きに流れる電流を$\boldsymbol{I}_1$，$\boldsymbol{I}_2$とする。ループ ℓ_1，ℓ_2に沿ってキルヒホッフの電圧則に基づく式をたてると



解答図 10

$$\boldsymbol{I}_1\boldsymbol{Z}_1+(\boldsymbol{I}_1-\boldsymbol{I}_2)\boldsymbol{Z}_2=\boldsymbol{E}\text{，すなわち，}(\boldsymbol{Z}_1+\boldsymbol{Z}_2)\boldsymbol{I}_1-\boldsymbol{Z}_2\boldsymbol{I}_2=\boldsymbol{E}$$

$$\boldsymbol{I}_2\boldsymbol{Z}_3+\boldsymbol{I}_2\boldsymbol{Z}_1+(\boldsymbol{I}_2-\boldsymbol{I}_1)\boldsymbol{Z}_2=0\text{，すなわち，}-\boldsymbol{Z}_2\boldsymbol{I}_1+(\boldsymbol{Z}_1+\boldsymbol{Z}_2+\boldsymbol{Z}_3)\boldsymbol{I}_2=0$$

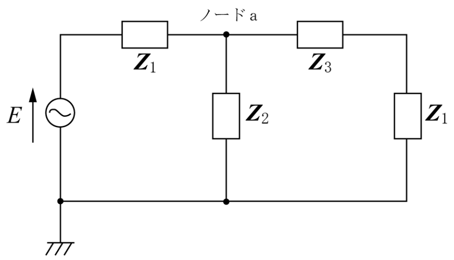
$\boldsymbol{I}_2=\dfrac{3-j5}{11}\boldsymbol{I}_1$ より

$\boldsymbol{Z}_1$，$\boldsymbol{Z}_2$，$\boldsymbol{Z}_3$，$\boldsymbol{E}$の値を代入して解くと

$\boldsymbol{I}_1 = 0.1119 - j0.5950\,\mathrm{A}$， $\boldsymbol{I}_2 = -0.2399 - j0.2131\,\mathrm{A}$

よって，$\boldsymbol{I} = \boldsymbol{I}_1 - \boldsymbol{I}_2 = 0.352 - j0.382\,\mathrm{A}$　　（答）

４． 解答図 11 のように，ノード a の電圧を $\boldsymbol{V}$ とする。



解答図 11

ノード a において，キルヒホッフの電流則に基づく式をたてると

$$\frac{\boldsymbol{E}-\boldsymbol{V}}{\boldsymbol{Z}_1} = \frac{\boldsymbol{V}}{\boldsymbol{Z}_2} + \frac{\boldsymbol{V}}{\boldsymbol{Z}_1 + \boldsymbol{Z}_3}\text{，すなわち，}\quad \boldsymbol{V} = \frac{\boldsymbol{E}}{\boldsymbol{Z}_1\left(\dfrac{1}{\boldsymbol{Z}_1} + \dfrac{1}{\boldsymbol{Z}_2} + \dfrac{1}{\boldsymbol{Z}_1 + \boldsymbol{Z}_3}\right)}$$

$\boldsymbol{Z}_1$， $\boldsymbol{Z}_2$， $\boldsymbol{Z}_3$，$\boldsymbol{E}$ の値を代入して

$$\boldsymbol{V} = -0.854 - j2.906$$

よって，$\boldsymbol{I} = \dfrac{\boldsymbol{V}}{\boldsymbol{Z}_2} = 0.352 - j0.382\,\mathrm{A}$　　（答）

５． ループインピーダンス行列は，この問題では独立なループの数 ３ の正方行列，すなわち，3×3 の行列である。

ループインピーダンス行列$\boldsymbol{Z}_L$の対角要素$\boldsymbol{Z}_{ii}$は，ループiのインピーダンスの総和になるので，

$\boldsymbol{Z}_{11} = \boldsymbol{Z}_1 + \boldsymbol{Z}_2 + \boldsymbol{Z}_5$ （ループ ℓ_1 を構成するブランチb_1，b_2，b_5のインピーダンスの総和）

$\boldsymbol{Z}_{22} = \boldsymbol{Z}_3 + \boldsymbol{Z}_4 + \boldsymbol{Z}_5$ （ループ ℓ_2 を構成するブランチb_3，b_4，b_5のインピーダンスの総和）

$\boldsymbol{Z}_{33} = \boldsymbol{Z}_1 + \boldsymbol{Z}_3 + \boldsymbol{Z}_6$ （ループ ℓ_3 を構成するブランチb_1，b_3，b_6のインピーダンスの総和）

一方，対角要素以外の$\boldsymbol{Z}_{ij}$は，ループiとループjで共通のブランチのインピーダンスの総和となるので，

$\boldsymbol{Z}_{12} = \boldsymbol{Z}_{21} = \boldsymbol{Z}_5$ （ループ ℓ_1 とループ ℓ_2 で共通のブランチb_5のインピーダンス）

$\boldsymbol{Z}_{13} = \boldsymbol{Z}_{31} = -\boldsymbol{Z}_1$ （ループ ℓ_1 とループ ℓ_3 で共通のブランチb_1のインピーダンス，ただしループ向きが逆であるので負となる）

$\boldsymbol{Z}_{23} = \boldsymbol{Z}_{32} = \boldsymbol{Z}_3$ （ループ ℓ_2 とループ ℓ_3 で共通のブランチb_3のインピーダンス）

すなわち，ループインピーダンス行列 $\boldsymbol{Z}_\ell$ は次式のようになる。

$$\boldsymbol{Z}_\ell = \begin{bmatrix} \boldsymbol{Z}_1 + \boldsymbol{Z}_2 + \boldsymbol{Z}_5 & \boldsymbol{Z}_5 & -\boldsymbol{Z}_1 \\ \boldsymbol{Z}_5 & \boldsymbol{Z}_3 + \boldsymbol{Z}_4 + \boldsymbol{Z}_5 & \boldsymbol{Z}_3 \\ -\boldsymbol{Z}_1 & \boldsymbol{Z}_3 & \boldsymbol{Z}_1 + \boldsymbol{Z}_3 + \boldsymbol{Z}_6 \end{bmatrix}$$ （答）

６． ループ ℓ_1，ℓ_2，ℓ_3 に沿って流れる電流（ループ電流）を$\boldsymbol{I}_1$，$\boldsymbol{I}_2$，$\boldsymbol{I}_3$とする。

ループ ℓ_3 に電圧源が含まれ，他のループには電圧源が含まれないので，ループ方程式は次式のようになる。

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{Z}_1 + \boldsymbol{Z}_2 + \boldsymbol{Z}_5 & \boldsymbol{Z}_5 & -\boldsymbol{Z}_1 \\ \boldsymbol{Z}_5 & \boldsymbol{Z}_3 + \boldsymbol{Z}_4 + \boldsymbol{Z}_5 & \boldsymbol{Z}_3 \\ -\boldsymbol{Z}_1 & \boldsymbol{Z}_3 & \boldsymbol{Z}_1 + \boldsymbol{Z}_3 + \boldsymbol{Z}_6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{I}_1 \\ \boldsymbol{I}_2 \\ \boldsymbol{I}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \boldsymbol{E} \end{bmatrix}$$ （答）

７．　ノードアドミタンス行列は，この問題では，ノードの数 ４ の正方行列，すなわち，4×4 の正方行列であるが，ノードa_4 を基準ノードにとっているので，3×3 の正方行列となる。

ノードアドミタンス行列$\boldsymbol{Y}_{\mathrm{N}}$ の対角要素$\boldsymbol{Y}_{ii}$ は，ノードi に接続されるアドミタンスの総和になるので，

$\boldsymbol{Y}_{11} = \boldsymbol{Y}_1 + \boldsymbol{Y}_2 + \boldsymbol{Y}_6$　（ノードa_1に接続されたブランチb_1，b_2，b_6のアドミタンスの総和）

$\boldsymbol{Y}_{22} = \boldsymbol{Y}_3 + \boldsymbol{Y}_4 + \boldsymbol{Y}_6$　（ノードa_2に接続されたブランチb_3，b_4，b_6のアドミタンスの総和）

$\boldsymbol{Y}_{33} = \boldsymbol{Y}_1 + \boldsymbol{Y}_3 + \boldsymbol{Y}_5$　（ノードa_3に接続されたブランチb_1，b_3，b_5のアドミタンスの総和）

一方，対角要素以外の$\boldsymbol{Y}_{ij}$ はノードi とノードj 間のアドミタンスの符号を入れ替えたものであるので，

$\boldsymbol{Y}_{12} = \boldsymbol{Y}_{21} = -\boldsymbol{Y}_6$　（ノードa_1とノードa_2の間のブランチb_6のアドミタンスの符号を入れ替えたもの）

$\boldsymbol{Y}_{13} = \boldsymbol{Y}_{31} = -\boldsymbol{Y}_1$　（ノードa_1とノードa_3 の間のブランチb_1 のアドミタンスの符号を入れ替えたもの）

$\boldsymbol{Y}_{23} = \boldsymbol{Y}_{32} = -\boldsymbol{Y}_3$　（ノードa_2とノードa_3の間のブランチb_3のアドミタンスの符号を入れ替えたもの）

すなわち，ノードアドミタンス行列$\boldsymbol{Y}_{\mathrm{N}}$ は次式のようになる。

$$\boldsymbol{Y}_{\mathrm{N}} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{Y}_1 + \boldsymbol{Y}_2 + \boldsymbol{Y}_6 & -\boldsymbol{Y}_6 & -\boldsymbol{Y}_1 \\ -\boldsymbol{Y}_6 & \boldsymbol{Y}_3 + \boldsymbol{Y}_4 + \boldsymbol{Y}_6 & -\boldsymbol{Y}_3 \\ -\boldsymbol{Y}_1 & -\boldsymbol{Y}_3 & \boldsymbol{Y}_1 + \boldsymbol{Y}_3 + \boldsymbol{Y}_5 \end{bmatrix} \quad \text{（答）}$$

８．　ノードa_1，a_2，a_3 の電圧を$\boldsymbol{V}_1$，$\boldsymbol{V}_2$，$\boldsymbol{V}_3$ とする。（ノードa_4 は基準ノードにとっているので電圧は0）

ノードa_1 からは$\boldsymbol{J}$ の電流が流れ出し，ノードa_2 には$\boldsymbol{J}$ の電流が流れ込んでいる。他のノードには電流は流れ込みも，流れ出しもしていない。すなわち，ノード方程式は次式になる。

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{Y}_1 + \boldsymbol{Y}_2 + \boldsymbol{Y}_6 & -\boldsymbol{Y}_6 & -\boldsymbol{Y}_1 \\ -\boldsymbol{Y}_6 & \boldsymbol{Y}_3 + \boldsymbol{Y}_4 + \boldsymbol{Y}_6 & -\boldsymbol{Y}_3 \\ -\boldsymbol{Y}_1 & -\boldsymbol{Y}_3 & \boldsymbol{Y}_1 + \boldsymbol{Y}_3 + \boldsymbol{Y}_5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{V}_1 \\ \boldsymbol{V}_2 \\ \boldsymbol{V}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\boldsymbol{J} \\ \boldsymbol{J} \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{（答）}$$

４－３　ドリル問題

問題１　a 相を基準としているので，$\boldsymbol{E}_{\mathrm{a}} = 100\mathrm{V}$ である。

各相の位相は$\dfrac{2\pi}{3}$ずつずれているので，$\boldsymbol{E}_{\mathrm{b}} = 100e^{-j\frac{2\pi}{3}}\mathrm{V}$，$\boldsymbol{E}_{\mathrm{c}} = 100e^{-j\frac{4\pi}{3}}\mathrm{V}$　　（答）

問題２　各電圧を極座標表示すれば

$\boldsymbol{E}_1 = 200e^{-\frac{\pi}{6}}\mathrm{V}$，$\boldsymbol{E}_2 = 200e^{-j\frac{\pi}{2}}\mathrm{V}$，$\boldsymbol{E}_3 = 200e^{j\frac{5\pi}{6}}\mathrm{V}$ となり，実効値（あるいは振幅の大きさ）が等しく，位相差が$\dfrac{2\pi}{3}$であるので，対称三相電圧である。　　（答）

問題３　$\boldsymbol{E}_{\mathrm{a}} = 100e^{-j\frac{2\pi}{3}} = -50 - j50\sqrt{3}\ \mathrm{V}$

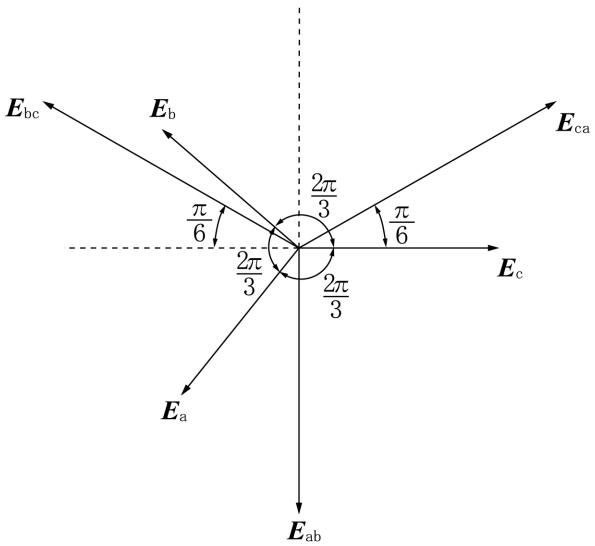
$\boldsymbol{E}_{\mathrm{b}} = 100e^{-j\frac{4\pi}{3}} = -50 + j50\sqrt{3}\ \mathrm{V}$，$\boldsymbol{E}_{\mathrm{c}} = 100\ \mathrm{V}$ より

$$\boldsymbol{E}_{\mathrm{ab}} = \boldsymbol{E}_{\mathrm{a}} - \boldsymbol{E}_{\mathrm{b}} = -j100\sqrt{3} = 100\sqrt{3}e^{-j\frac{\pi}{2}}\ \mathrm{V}\qquad（答）$$

$$\boldsymbol{E}_{\mathrm{bc}} = \boldsymbol{E}_{\mathrm{b}} - \boldsymbol{E}_{\mathrm{c}} = -150 + j50\sqrt{3} = 100\sqrt{3}e^{j\frac{5\pi}{6}}\ \mathrm{V}\qquad（答）$$

$$\boldsymbol{E}_{\mathrm{ca}} = \boldsymbol{E}_{\mathrm{c}} - \boldsymbol{E}_{\mathrm{a}} = 150 + j50\sqrt{3} = 100\sqrt{3}e^{j\frac{\pi}{6}}\ \mathrm{V}\qquad（答）$$

問題４　解答図 12 のようになる。



解答図 12

問題５　$\boldsymbol{I}_{\rm a} = \boldsymbol{I}_{\rm ab} - \boldsymbol{I}_{\rm ca} = 300 + j100\sqrt{3} = 200\sqrt{3}e^{j\frac{\pi}{6}}\,\mathrm{A}$

$$\boldsymbol{I}_{\rm b} = \boldsymbol{I}_{\rm bc} - \boldsymbol{I}_{\rm ab} = -j200\sqrt{3} = 200\sqrt{3}e^{-j\frac{\pi}{2}}\,\mathrm{A}$$

$$\boldsymbol{I}_{\rm c} = \boldsymbol{I}_{\rm ca} - \boldsymbol{I}_{\rm bc} = -300 + j100\sqrt{3} = 200\sqrt{3}e^{j\frac{5\pi}{6}}\,\mathrm{A}$$

したがって，実効値（あるいは振幅の大きさ）は等しく，位相差が$\dfrac{2\pi}{3}$であるので，対称三相電流である。　（答）

問題６　$\boldsymbol{I}_{\rm a} = \dfrac{\boldsymbol{E}_{\rm a}}{\boldsymbol{Z}} = \dfrac{100}{1 + j\sqrt{3}} = 25 - j25\sqrt{3}\,\mathrm{A}$

$$\boldsymbol{I}_{\rm b} = \frac{\boldsymbol{E}_{\rm b}}{\boldsymbol{Z}} = \frac{100e^{-j\frac{2\pi}{3}}}{1 + j\sqrt{3}} = -50\,\mathrm{A}$$

$$\boldsymbol{I}_{\rm c} = \frac{\boldsymbol{E}_{\rm c}}{\boldsymbol{Z}} = \frac{100e^{-j\frac{4\pi}{3}}}{1 + j\sqrt{3}} = 25 + j25\sqrt{3}\,\mathrm{A}$$

よって，中性線を流れる電流は$\boldsymbol{I}_{\rm n} = \boldsymbol{I}_{\rm a} + \boldsymbol{I}_{\rm b} + \boldsymbol{I}_{\rm c} = 0\,\mathrm{A}$　（答）

問題７　a b 相の線間電圧を位相の基準にとれば，$\boldsymbol{E}_{\rm ab} = 200\,\mathrm{V}$ となるので，流れる電流は

$\boldsymbol{I}_{\rm ab} = \dfrac{\boldsymbol{E}_{\rm ab}}{\boldsymbol{Z}} = 4 - j8\mathrm{A}$，すなわち，$\left|\boldsymbol{I}_{\rm ab}\right| = 4\sqrt{5}\,\mathrm{A}$ となる。　（答）

対称負荷であるので，すべての負荷を流れる電流の大きさは同じ（ただし，位相は$\dfrac{2\pi}{3}$ずつずれる）である。

問題８　線間に200 V の電圧を印加したときの相電圧は$\dfrac{200}{\sqrt{3}}$ V となる。すなわち，負荷のインピーダンスには$\dfrac{200}{\sqrt{3}}$ V の電圧が印加される。a 相の電圧を位相の基準にとれば，$\boldsymbol{E}_{\rm a} = \dfrac{200}{\sqrt{3}}\,\mathrm{V}$ となり，

$\boldsymbol{I}_{\rm a} = \dfrac{\boldsymbol{E}_{\rm a}}{\boldsymbol{Z}} = \dfrac{200}{\sqrt{3}\left(10 + j20\right)} = \dfrac{4 - j8}{\sqrt{3}} = \dfrac{4\sqrt{3} - j8\sqrt{3}}{3}\,\mathrm{A}$，すなわち，$\left|\boldsymbol{I}_{\rm a}\right| = 4\sqrt{\dfrac{5}{3}}\,\mathrm{A}$ となる。　（答）

対称負荷であるので，すべての負荷を流れる電流の大きさは同じ（ただし，位相は$\dfrac{2\pi}{3}$ずつずれる）である。

問題９　(a)のａｂ間のインピーダンスは$\dfrac{\boldsymbol{Z}_{ab}(\boldsymbol{Z}_{bc}+\boldsymbol{Z}_{ca})}{\boldsymbol{Z}_{ab}+\boldsymbol{Z}_{bc}+\boldsymbol{Z}_{ca}}$，(b)のａｂ間のインピーダンスは$\boldsymbol{Z}_{a}+\boldsymbol{Z}_{b}$となり，これが等しいので，

$$\boldsymbol{Z}_{a}+\boldsymbol{Z}_{b}=\frac{\boldsymbol{Z}_{ab}(\boldsymbol{Z}_{bc}+\boldsymbol{Z}_{ca})}{\boldsymbol{Z}_{ab}+\boldsymbol{Z}_{bc}+\boldsymbol{Z}_{ca}}\quad\cdot\cdot\cdot\cdot(1)$$

同様に，ｂｃ間，ｃａ間についても(a)，(b)のインピーダンスは等しいので，

$$\boldsymbol{Z}_{b}+\boldsymbol{Z}_{c}=\frac{\boldsymbol{Z}_{bc}(\boldsymbol{Z}_{ab}+\boldsymbol{Z}_{ca})}{\boldsymbol{Z}_{ab}+\boldsymbol{Z}_{bc}+\boldsymbol{Z}_{ca}}\quad\cdot\cdot\cdot\cdot(2)$$

$$\boldsymbol{Z}_{c}+\boldsymbol{Z}_{a}=\frac{\boldsymbol{Z}_{ca}(\boldsymbol{Z}_{ab}+\boldsymbol{Z}_{bc})}{\boldsymbol{Z}_{ab}+\boldsymbol{Z}_{bc}+\boldsymbol{Z}_{ca}}\quad\cdot\cdot\cdot\cdot(3)$$

(1)－(2)より

$$\boldsymbol{Z}_{a}-\boldsymbol{Z}_{c}=\frac{\boldsymbol{Z}_{ca}(\boldsymbol{Z}_{ab}-\boldsymbol{Z}_{bc})}{\boldsymbol{Z}_{ab}+\boldsymbol{Z}_{bc}+\boldsymbol{Z}_{ca}}\quad\cdot\cdot\cdot\cdot(4)$$

$\dfrac{(3)+(4)}{2}$より

$$\boldsymbol{Z}_{a}=\frac{\boldsymbol{Z}_{ab}\boldsymbol{Z}_{ca}}{\boldsymbol{Z}_{ab}+\boldsymbol{Z}_{bc}+\boldsymbol{Z}_{ca}}$$

となる。インピーダンスを代入して，$\boldsymbol{Z}_{a}=\dfrac{\left(3\sqrt{2}+j3\sqrt{2}\right)^2}{3\left(3\sqrt{2}+j3\sqrt{2}\right)}=\sqrt{2}+j\sqrt{2}\ \Omega$　　(答)

同様に，$\boldsymbol{Z}_{b}$，$\boldsymbol{Z}_{c}$も求めることができ，$\boldsymbol{Z}_{b}=\boldsymbol{Z}_{c}=\sqrt{2}+j\sqrt{2}\ \Omega$

問題10　まず，線間電圧を求める。

$$\boldsymbol{E}_{ab}=\boldsymbol{E}_{a}-\boldsymbol{E}_{b}=100-100e^{-j\frac{2\pi}{3}}=100\sqrt{3}e^{j\frac{\pi}{6}}\mathrm{V}$$

$$\boldsymbol{E}_{bc}=\boldsymbol{E}_{b}-\boldsymbol{E}_{c}=100\sqrt{3}e^{j\frac{3\pi}{2}}\mathrm{V}$$

$$\boldsymbol{E}_{ca}=\boldsymbol{E}_{c}-\boldsymbol{E}_{a}=100\sqrt{3}e^{j\frac{5\pi}{6}}\mathrm{V}$$

$\boldsymbol{Z}_{ab}=3\sqrt{2}+j3\sqrt{2}=6e^{j\frac{\pi}{4}}\ \Omega$であるから，

$$\boldsymbol{I}_{ab}=\frac{\boldsymbol{E}_{ab}}{\boldsymbol{Z}_{ab}}=\frac{50}{3}\sqrt{3}e^{-j\frac{\pi}{12}}\mathrm{A}\qquad(答)$$

$$\boldsymbol{I}_{bc}=\frac{\boldsymbol{E}_{bc}}{\boldsymbol{Z}_{bc}}=\frac{50}{3}\sqrt{3}e^{j\frac{5\pi}{4}}\mathrm{A}\qquad(答)$$

$$\boldsymbol{I}_{ca}=\frac{\boldsymbol{E}_{ca}}{\boldsymbol{Z}_{ca}}=\frac{50}{3}\sqrt{3}e^{j\frac{7\pi}{12}}\mathrm{A}\qquad(答)$$

４－３　演習問題

１．　a 相電圧の位相を基準にとると，a 相電圧 $\boldsymbol{V}_{\mathrm{a}} = E$，ab 相線間電圧 $\boldsymbol{V}_{\mathrm{ab}} = \sqrt{3}Ee^{j\frac{\pi}{6}}$，

ca 相線間電圧 $\boldsymbol{V}_{\mathrm{ca}} = \sqrt{3}Ee^{j\frac{5\pi}{6}}$ と表される。

Y接続したときの a 相電流 $\boldsymbol{I}_{\mathrm{aY}} = \dfrac{E}{r}$

Δ 接続したときの a 相電流 $\boldsymbol{I}_{\mathrm{a\Delta}} = \boldsymbol{I}_{\mathrm{ab}} - \boldsymbol{I}_{\mathrm{ca}} = \dfrac{\boldsymbol{V}_{\mathrm{ab}}}{r} - \dfrac{\boldsymbol{V}_{\mathrm{ca}}}{r} = \dfrac{\sqrt{3}Ee^{j\frac{\pi}{6}}}{r} - \dfrac{\sqrt{3}Ee^{j\frac{5\pi}{6}}}{r} = \dfrac{3E}{r}$

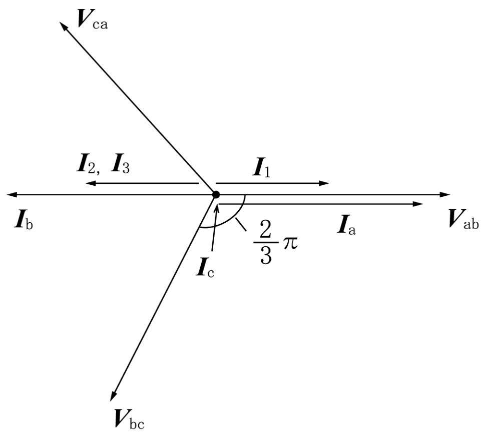
すなわち，$\dfrac{\boldsymbol{I}_{\mathrm{a\Delta}}}{\boldsymbol{I}_{\mathrm{aY}}} = 3$　　（答）

２．　ab 相線間電圧の位相を基準にとると，$\boldsymbol{V}_{\mathrm{ab}} = 100\mathrm{V}$，$\boldsymbol{V}_{\mathrm{bc}} = 100e^{-j\frac{2\pi}{3}}\mathrm{V}$，$\boldsymbol{V}_{\mathrm{ca}} = 100e^{-j\frac{4\pi}{3}}\mathrm{V}$ となる。

$\boldsymbol{I}_1 = \dfrac{\boldsymbol{V}_{\mathrm{ab}}}{20} = 5\,\mathrm{A}$，$\boldsymbol{I}_2 = \dfrac{\boldsymbol{V}_{\mathrm{bc}}}{10 + j10\sqrt{3}} = -5\,\mathrm{A}$，$\boldsymbol{I}_3 = \dfrac{\boldsymbol{V}_{\mathrm{ca}}}{10 - j10\sqrt{3}} = -5\,\mathrm{A}$

よって，相電流は，$\boldsymbol{I}_{\mathrm{a}} = \boldsymbol{I}_1 - \boldsymbol{I}_3 = 10\,\mathrm{A}$，$\boldsymbol{I}_{\mathrm{b}} = \boldsymbol{I}_2 - \boldsymbol{I}_1 = -10\,\mathrm{A}$，$\boldsymbol{I}_{\mathrm{c}} = \boldsymbol{I}_3 - \boldsymbol{I}_2 = 0\,\mathrm{A}$　　（答）

３．　解答図 13 のように表される。



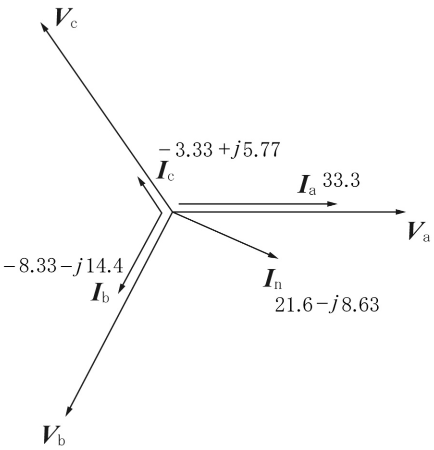
解答図13

4．　a 相電圧の位相を基準にとると，$\boldsymbol{V}_{\mathrm{a}} = 100\mathrm{V}$，$\boldsymbol{V}_{\mathrm{b}} = 100e^{-j\frac{2\pi}{3}}\mathrm{V}$，$\boldsymbol{V}_{\mathrm{c}} = 100e^{-j\frac{4\pi}{3}}\mathrm{V}$ となる。

$$\boldsymbol{I}_{\mathrm{a}} = \frac{\boldsymbol{V}_{\mathrm{a}}}{3} = 33.3\mathrm{A},\ \boldsymbol{I}_{\mathrm{b}} = \frac{\boldsymbol{V}_{\mathrm{b}}}{6} = -8.33 - j14.4\mathrm{A},\ \boldsymbol{I}_{\mathrm{c}} = \frac{\boldsymbol{V}_{\mathrm{c}}}{15} = -3.33 + j5.77\,\mathrm{A} \qquad (答)$$

よって，$\boldsymbol{I}_{\mathrm{n}} = \boldsymbol{I}_{\mathrm{a}} + \boldsymbol{I}_{\mathrm{b}} + \boldsymbol{I}_{\mathrm{c}} = 21.6 - j8.63\,\mathrm{A}$　　(答)

5．　解答図 14 のように表される。



解答図14

6．　Δ 接続された端子１，２間のインピーダンスは, $\boldsymbol{Z}$ と$(\boldsymbol{Z}+\boldsymbol{Z})$の並列となるから, $\dfrac{2\boldsymbol{Z}}{3}$ となる。同様に, 端子１, ３間, ２，３間も同じ $\dfrac{2\boldsymbol{Z}}{3}$ となる。

一方, Y 接続された端子１，２間のインピーダンスは, $\boldsymbol{Z}_1$ と $\boldsymbol{Z}_2$ の直列であるから $\boldsymbol{Z}_1 + \boldsymbol{Z}_2$ となる。同様に, 端子１，３間は $\boldsymbol{Z}_1 + \boldsymbol{Z}_3$，端子２，３間は $\boldsymbol{Z}_2 + \boldsymbol{Z}_3$ となる。

端子間のインピーダンスが両方の接続で等しいことから,

$$\boldsymbol{Z}_1 + \boldsymbol{Z}_2 = \frac{2\boldsymbol{Z}}{3} \quad ・・・(1)$$

$$\boldsymbol{Z}_2 + \boldsymbol{Z}_3 = \frac{2\boldsymbol{Z}}{3} \quad ・・・(2)$$

$$\boldsymbol{Z}_3 + \boldsymbol{Z}_1 = \frac{2\boldsymbol{Z}}{3} \quad ・・・(3)$$

が成り立つ。

$\dfrac{(1)+(2)+(3)}{2}$ より

$$\boldsymbol{Z}_1 + \boldsymbol{Z}_2 + \boldsymbol{Z}_3 = \boldsymbol{Z} \quad ・・・(4)$$

(4)－(1)，(4)－(2)，(4)－(3) より，$\boldsymbol{Z}_1 = \boldsymbol{Z}_2 = \boldsymbol{Z}_3 = \dfrac{\boldsymbol{Z}}{3}$　　(答)