第５章　ワークシート解答

１．　(a)　式5−2 から

$$\boldsymbol{V}_1 = z_{11}\boldsymbol{I}_1 + z_{12}\boldsymbol{I}_2 \qquad (1)$$

$$\boldsymbol{V}_2 = z_{21}\boldsymbol{I}_1 + z_{22}\boldsymbol{I}_2 \qquad (2)$$

F 行列では，$\boldsymbol{I}_2$ の向きを Z 行列と逆にしていることに留意して式5−48 を導く。

$$\boldsymbol{V}_1 = \boldsymbol{a}_{11}\boldsymbol{V}_2 + \boldsymbol{a}_{12}\boldsymbol{I}_2 \qquad (3)$$

$$\boldsymbol{I}_1 = \boldsymbol{a}_{21}\boldsymbol{V}_2 + \boldsymbol{a}_{22}\boldsymbol{I}_2 \qquad (4)$$

式(2)から，$\boldsymbol{I}_1 = \dfrac{1}{z_{21}}\left(\boldsymbol{V}_2 - z_{22}\boldsymbol{I}_2\right) = \dfrac{1}{z_{21}}\boldsymbol{V}_2 - \dfrac{z_{22}}{z_{21}}\boldsymbol{I}_2 \qquad (5)$

式(5)を(1)に代入して

$$\boldsymbol{V}_1 = \frac{z_{11}\left(\boldsymbol{V}_2 - z_{22}\boldsymbol{I}_2\right)}{z_{21}} + z_{12}\boldsymbol{I}_2 = \frac{z_{11}}{z_{21}}\boldsymbol{V}_2 - \frac{z_{11}z_{22} - z_{12}z_{21}}{z_{21}}\boldsymbol{I}_2 \qquad (6)$$

式(5)，(6)から

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{V}_1\\ \boldsymbol{I}_1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\dfrac{z_{11}}{z_{21}} & \dfrac{z_{11}z_{22} - z_{12}z_{21}}{z_{21}}\\ \dfrac{1}{z_{21}} & \dfrac{z_{22}}{z_{21}}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\boldsymbol{V}_2\\ -\boldsymbol{I}_2\end{bmatrix} \qquad (7)$$

したがって

$$\boldsymbol{F} = \begin{bmatrix}\dfrac{z_{11}}{z_{21}} & \dfrac{z_{11}z_{22} - z_{12}z_{21}}{z_{21}}\\ \dfrac{1}{z_{21}} & \dfrac{z_{22}}{z_{21}}\end{bmatrix} = \frac{1}{z_{21}}\begin{bmatrix}z_{11} & z_{11}z_{22} - z_{12}z_{21}\\ 1 & z_{22}\end{bmatrix} \qquad (答)$$

(b)　式5−18 から

$$\boldsymbol{I}_1 = \boldsymbol{y}_{11}\boldsymbol{V}_1 + \boldsymbol{y}_{12}\boldsymbol{V}_2 \qquad (8)$$

$$\boldsymbol{I}_2 = \boldsymbol{y}_{21}\boldsymbol{V}_1 + \boldsymbol{y}_{22}\boldsymbol{V}_2 \qquad (9)$$

式(9)から

$$\boldsymbol{V}_1 = \frac{\boldsymbol{I}_2 - \boldsymbol{y}_{22}\boldsymbol{V}_2}{\boldsymbol{y}_{21}} = \frac{-\boldsymbol{y}_{22}}{\boldsymbol{y}_{21}}\boldsymbol{V}_2 + \frac{1}{\boldsymbol{y}_{21}}\boldsymbol{I}_2 \qquad (10)$$

式(10)を式(8)に代入

$$\boldsymbol{I}_1 = \boldsymbol{y}_{11}\left(\frac{-\boldsymbol{y}_{22}}{\boldsymbol{y}_{21}}\boldsymbol{V}_2 + \frac{1}{\boldsymbol{y}_{21}}\boldsymbol{I}_2\right) + \boldsymbol{y}_{12}\boldsymbol{V}_2 = -\frac{\boldsymbol{y}_{11}\boldsymbol{y}_{22} - \boldsymbol{y}_{12}\boldsymbol{y}_{21}}{\boldsymbol{y}_{21}}\boldsymbol{V}_2 + \frac{\boldsymbol{y}_{11}}{\boldsymbol{y}_{21}}\boldsymbol{I}_2 \qquad (11)$$

式(10)，(11)から

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_1 \\ \dot{I}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dfrac{y_{22}}{y_{21}} & \dfrac{1}{y_{21}} \\ -\dfrac{y_{11}y_{22}-y_{12}y_{21}}{y_{21}} & \dfrac{y_{11}}{y_{21}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V}_2 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dfrac{y_{22}}{y_{21}} & -\dfrac{1}{y_{21}} \\ -\dfrac{y_{11}y_{22}-y_{12}y_{21}}{y_{21}} & -\dfrac{y_{11}}{y_{21}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V}_2 \\ -\dot{I}_2 \end{bmatrix}$$

したがって

$$\boldsymbol{F} = \begin{bmatrix} -\dfrac{y_{22}}{y_{21}} & -\dfrac{1}{y_{21}} \\ -\dfrac{y_{11}y_{22}-y_{12}y_{21}}{y_{21}} & -\dfrac{y_{11}}{y_{21}} \end{bmatrix} = -\frac{1}{y_{21}} \begin{bmatrix} y_{22} & 1 \\ y_{11}y_{22}-y_{12}y_{21} & y_{11} \end{bmatrix} \qquad (答)$$

2．　題意から

$$z_{11} = \left.\frac{\dot{V}_1}{\dot{I}_1}\right|_{\dot{I}_2=0} = \frac{100}{1.125} = 88.9\,\Omega$$

$$z_{21} = \left.\frac{\dot{V}_2}{\dot{I}_1}\right|_{\dot{I}_2=0} = \frac{104}{1.125} = 92.4\,\Omega$$

$$z_{12} = \left.\frac{\dot{V}_1}{\dot{I}_2}\right|_{\dot{I}_1=0} = \frac{20}{0.25} = 80\,\Omega$$

$$z_{22} = \left.\frac{\dot{V}_2}{\dot{I}_2}\right|_{\dot{I}_1=0} = \frac{24}{0.25} = 96\,\Omega$$

インピーダンス行列は

$$\boldsymbol{Z} = \begin{bmatrix} 88.9 & 80 \\ 92.4 & 96 \end{bmatrix} \qquad (答)$$

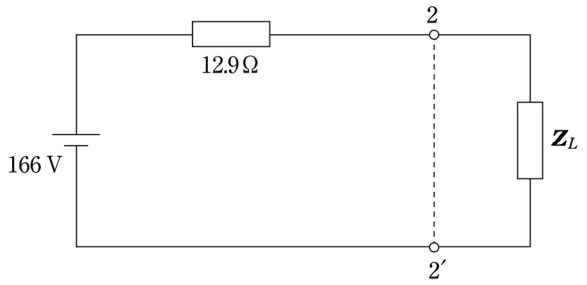
式5−45より等価電源電圧$\dot{V}_{Th}$は

$$\dot{V}_{Th} = \frac{z_{21}}{\boldsymbol{Z}_0 + z_{11}}\dot{e}_0 = \frac{92.4}{0 + 88.9} \times 160 = 166.3 \fallingdotseq 166\text{V} \qquad (答)$$

式5−47より等価電源抵抗$\boldsymbol{Z}_{Th}$は

$$\boldsymbol{Z}_{Th} = z_{22} - \frac{z_{12}z_{21}}{z_{11} + \boldsymbol{Z}_0} = 96 - \frac{80 \times 92.4}{0 + 88.9} = 12.85 = 12.9\,\Omega \qquad (答)$$

出力端子から入力側を見た等価回路は次図となる。



負荷抵抗$\boldsymbol{Z}_L = 12.9\,\Omega$のとき，供給できる最大電力$\boldsymbol{P}$は，式1−28から

$$\boldsymbol{P} = \frac{1}{4} \times \frac{\boldsymbol{V}_{\mathrm{Th}}{}^2}{\boldsymbol{Z}_{\mathrm{Th}}} = \frac{1}{4} \times \frac{166.3^2}{12.9} = 535.96 \fallingdotseq 536\,\mathrm{W} \qquad (答)$$

3．

$$\boldsymbol{V}_1 = z_{11}\boldsymbol{I}_1 + z_{12}\boldsymbol{I}_2 \qquad (1)$$

$$\boldsymbol{V}_2 = z_{21}\boldsymbol{I}_1 + z_{22}\boldsymbol{I}_2 \qquad (2)$$

図１より

$$100 - 20\boldsymbol{I}_1 = \boldsymbol{V}_1 \qquad (3)$$

$$\boldsymbol{V}_2 = -\boldsymbol{I}_2 \times \boldsymbol{R}_0 \qquad (4)$$

題意から(1)，(2)は

$$25 = z_{11} \times 1 - z_{12} \times 0.5 \qquad (5)$$

$$0 = z_{21} \times 1 - z_{22} \times 0.5 \qquad (6)$$

$$41 = z_{11} \times 1 \qquad (7)$$

$$20 = z_{21} \times 1 \qquad (8)$$

式(7)を(5)に代入して$z_{12} = 32\,\Omega$，式(8)を(6)に代入して$z_{22} = 40\,\Omega$。

インピーダンス行列は

$$\boldsymbol{Z} = \begin{bmatrix} 41 & 32 \\ 20 & 40 \end{bmatrix}$$

式5−45から

$$\boldsymbol{V}_{\mathrm{Th}} = \frac{z_{21}}{\boldsymbol{Z}_0 + z_{11}}\boldsymbol{e}_0 = \frac{20 \times 100}{20 + 41} = 32.786\,\mathrm{V} = 32.8\,\mathrm{V}$$

式5−47から

$$\boldsymbol{Z}_{\mathrm{Th}} = z_{22} - \frac{z_{12}z_{21}}{\boldsymbol{Z}_0 + z_{11}} = 40 - \frac{32 \times 20}{20 + 41} = 29.508\,\Omega = 29.51\,\Omega$$

最大出力は，式1−28から $\boldsymbol{R}_0 = 29.51\Omega$ のとき

$$\boldsymbol{P} = \frac{1}{4} \times \frac{\boldsymbol{V}_{\mathrm{Th}}{}^2}{\boldsymbol{Z}_{\mathrm{Th}}} = 9.11\mathrm{W}$$

（答） 29.51Ωのとき9.11W

4．

*Y*行列のパラメータは,

$\boldsymbol{y}_{11} = 3\,\mathrm{mS}$， $\boldsymbol{y}_{12} = -2\,\mathrm{mS}$， $\boldsymbol{y}_{21} = -1\,\mathrm{mS}$， $\boldsymbol{y}_{22} = 1\,\mathrm{mS}$ なので,

*Z*行列のパラメータは,

$$\boldsymbol{Z} = \boldsymbol{Y}^{-1} = \frac{1}{\boldsymbol{y}_{11}\boldsymbol{y}_{22} - \boldsymbol{y}_{12}\boldsymbol{y}_{21}} \begin{bmatrix} \boldsymbol{y}_{22} & -\boldsymbol{y}_{12} \\ -\boldsymbol{y}_{21} & \boldsymbol{y}_{11} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1000 & 2000 \\ 1000 & 3000 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{z}_{11} & \boldsymbol{z}_{12} \\ \boldsymbol{z}_{21} & \boldsymbol{z}_{22} \end{bmatrix}$$ となる。

また， $\boldsymbol{Z}_0 = 2500\Omega$， $\boldsymbol{Z}_L = 7000\Omega$， $V_g = 80\,\mathrm{mV}$ （RMS）である。

図２から

$$\begin{cases} \boldsymbol{V}_1 = \boldsymbol{z}_{11}\boldsymbol{I}_1 + \boldsymbol{z}_{12}\boldsymbol{I}_2 & (1) \\ \boldsymbol{V}_2 = \boldsymbol{z}_{21}\boldsymbol{I}_1 + \boldsymbol{z}_{22}\boldsymbol{I}_2 & (2) \end{cases}$$

$$V_g = \boldsymbol{Z}_0\boldsymbol{I}_1 + \boldsymbol{V}_1 \qquad (3)$$

$$\boldsymbol{V}_2 = -\boldsymbol{I}_2\boldsymbol{Z}_L \qquad (4)$$

となる。

（1）

式(1)を式(3)，式(2)を式(4)に代入すると,

$$V_g = \left(\boldsymbol{Z}_0 + \boldsymbol{z}_{11}\right)\boldsymbol{I}_1 + \boldsymbol{z}_{12}\boldsymbol{I}_2 \qquad (5)$$

$$\left(\boldsymbol{Z}_L + \boldsymbol{z}_{22}\right)\boldsymbol{I}_2 = -\boldsymbol{z}_{21}\boldsymbol{I}_1 \qquad (6)$$

式(6)より $\boldsymbol{I}_1 = -\dfrac{\boldsymbol{Z}_L + \boldsymbol{z}_{22}}{\boldsymbol{z}_{21}}\boldsymbol{I}_2$ (7)

式(7)を式(5)に代入すると

$$\boldsymbol{I}_2 = \frac{\boldsymbol{z}_{21}V_g}{\boldsymbol{z}_{12}\boldsymbol{z}_{21} - \left(\boldsymbol{Z}_0 + \boldsymbol{z}_{11}\right)\left(\boldsymbol{Z}_L + \boldsymbol{z}_{22}\right)} = \frac{1000 \times \left(80 \times 10^{-3}\right)}{2000 \times 1000 - \left(2500 + 1000\right)\left(7000 + 3000\right)}$$

$$= -\frac{80 \times 10^{-3}}{33 \times 10^{3}} = -2.4242\cdots \times 10^{-6} = -2.424\mu\mathrm{A}$$

式(4)より $\boldsymbol{V}_2 = -\boldsymbol{I}_2\boldsymbol{Z}_L = 2.42 \times 10^{-6} \times 7000 = 16968 \times 10^{-6} = 16.97\,\mathrm{mV}$ （答）

（2） $P_L = \left|\dfrac{\boldsymbol{V}_2\boldsymbol{I}_2}{2}\right| = \dfrac{\boldsymbol{Z}_L\boldsymbol{I}_2{}^2}{2} = \dfrac{7000 \times \left(2.42 \times 10^{-6}\right)^2}{2} = 20567 \times 10^{-12} = 20.57\,\mathrm{nW}$ （答）

（3）

式(7)より，$\boldsymbol{I}_1 = -\dfrac{\boldsymbol{Z}_L + \boldsymbol{z}_{22}}{\boldsymbol{z}_{21}}\boldsymbol{I}_2 = -\dfrac{7000 + 3000}{1000}\boldsymbol{I}_2 = -10\boldsymbol{I}_2 = +24.24\,\mu\text{A}$ となり，

式(3)を用いると

$$P_0 = \left|\frac{\boldsymbol{V}_1\boldsymbol{I}_1}{2}\right| = \left|\frac{\left(V_g - \boldsymbol{Z}_0\boldsymbol{I}_1\right)\times \boldsymbol{I}_1}{2}\right| = \frac{\left(80\times10^{-3} - 2500\times\left(+24.2\times10^{-6}\right)\right)\times\left(24.2\times10^{-6}\right)}{2} \quad \text{(答)}$$

$$= 235.95\times10^{-9}\ \text{W} = 236\,\text{nW}$$