

第7章 分布定数回路

7-1 ドリル問題

問題1 伝送線路を RLC の分布素子で等価的に表した分布定数回路において、 $\frac{R}{L} = \frac{G}{C}$ の関係を満たす場合には無ひずみ分布定数回路という。無ひずみ分布定数回路の電圧波、電流波の伝搬は、減衰を伴うが波形はひずまない。(答)

問題2 伝送線路を RLC の分布素子で等価的に表した分布定数回路において、 $R = 0\Omega/\text{m}$ および $G = 0\text{S}/\text{m}$ を満たす場合は無損失分布定数回路という。無損失分布定数回路の電圧波、電流波の伝搬では、一定の位相量の遅れはあるがエネルギーの損失はない。(答)

問題3 式7-32 より伝搬速度は、

$$u = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{8 \times 10^{-6} \times 50 \times 10^{-12}}} = \frac{1}{\sqrt{400 \times 10^{-18}}} = 5 \times 10^7 \text{ m/s}$$

となる。(答)

問題4 式7-9 を x で偏微分すると $-\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = L \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial i}{\partial t} + R \frac{\partial i}{\partial x}$ となる(式7-11)。式7-10 を t で偏微分すると

$$-\frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial i}{\partial x} = C \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + G \frac{\partial v}{\partial t} \text{ となり (式7-12), 式7-10 とともに前式に代入して } i \text{ を消去すると式7-13 を}$$

得る。同様にして、式7-9を t で偏微分し、式7-10を x で偏微分した式に代入すると式7-16を得る。(答)

問題5 式7-42～式7-44 の左辺に式7-36～式7-39 を代入することで示される。(答)

問題6 式7-40 より、 $K_{t,v} = 1 + K_{r,v} = 1 + 0.3 = 1.3$ となる。(答)

問題7 式7-41 より、 $K_{t,i} = 1 + K_{r,i} = 1 + 0.6 = 1.6$ となる。(答)

問題8 式7-44 より、 $K_{t,i} = 1 - K_{r,v} = 1 - 0.4 = 0.6$ となる。(答)

問題9 式7-36 より反射電圧波は $v_r = K_{r,v} v_i = 0.45 \times 3 = 1.35 \text{ V}$ となる。(答)

式7-40 より電圧透過係数は $K_{t,v} = 1 + K_{r,v} = 1 + 0.45 = 1.45$ となり、式7-38 より透過電圧波は $v_t = K_{t,v} v_i = 1.45 \times 3 = 4.35 \text{ V}$ となる。(答)

問題10 式7-39 より透過電流波は $i_t = K_{t,i} i_i = 0.8 \times 2 = 1.6 \text{ A}$ となる。

式7-41 より電流反射係数は $K_{r,i} = K_{t,i} - 1 = 0.8 - 1 = -0.2$ となり、式7-37 より反射電流波は $i_r = K_{r,i} i_i = -0.2 \times 2 = -0.4 \text{ A}$ となる。

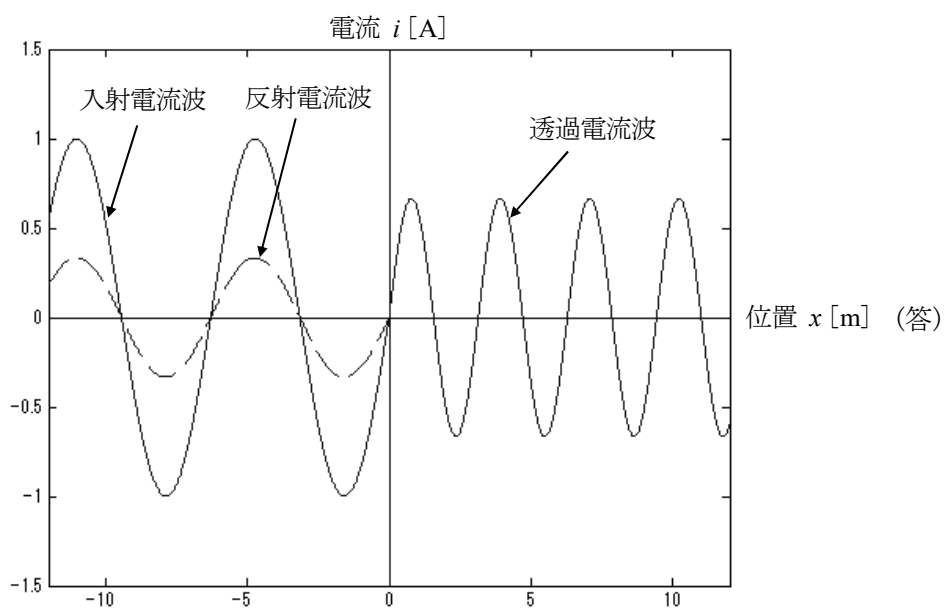
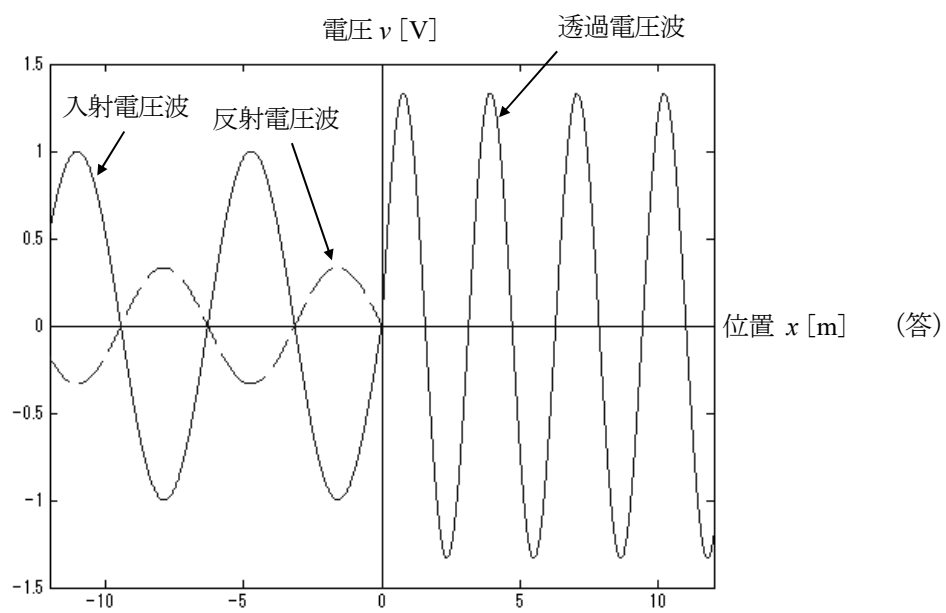
7-1 演習問題

1.

式 7-36 より $K_{r,v} = \frac{1}{3}$ となり, 式 7-48 より $v_r(x, t) = K_{r,v}v_i(-x, t) = \frac{1}{3}\sin(-x)$, 式 7-52 より

$$v_i(x, t) = \left\{1 + K_{r,v}\right\}v_i\left(\frac{\beta_2}{\beta_1}x, t\right) = \frac{4}{3}\sin(2x), \quad \text{式 7-35 より } i_i(x, t_0) = \sin x,$$

$$i_r(x, t) = -\frac{1}{3}\sin(-x), \quad i_t(x, t) = \frac{2}{3}\sin(2x) \quad \text{となる。}$$

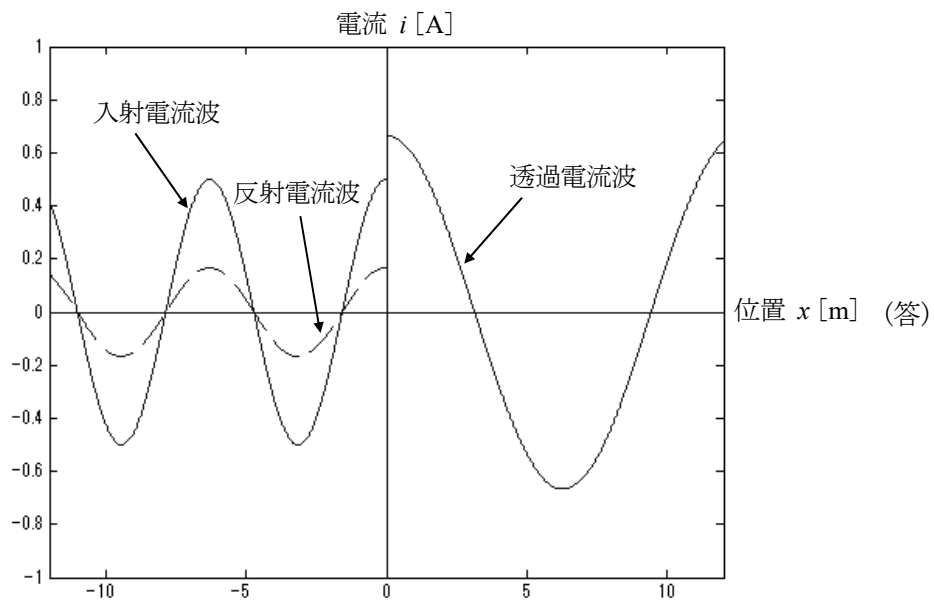
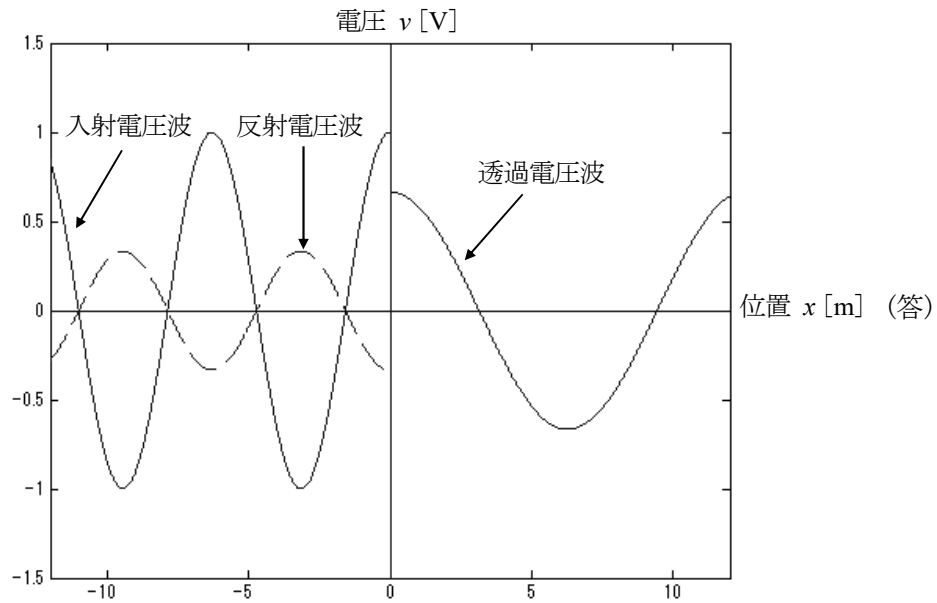


2.

式7-36より $K_{r,v} = -\frac{1}{3}$ となり, 式7-48より $v_r(x, t) = K_{r,v}v_i(-x, t) = -\frac{1}{3}\cos(-x)$, 式7-52より

$v_t(x, t) = \{1 + K_{r,v}\}v_i\left(\frac{\beta_2}{\beta_1}x, t\right) = \frac{2}{3}\cos\left(\frac{x}{2}\right)$, 式7-35より $i_i(x, t_0) = \frac{1}{2}\cos x$,

$i_r(x, t) = \frac{1}{6}\cos(-x)$, $i_t(x, t) = \frac{2}{3}\cos\left(\frac{x}{2}\right)$ となる。



7-2 ドリル問題

問題1 式7-72 より, 無ひずみ分布定数回路の伝搬定数は,

$$\gamma = \sqrt{RG} + j\omega\sqrt{LC} = (0.5 + j10\pi) \times 10^{-6} \text{ 1/m} \text{ となる。} \quad (\text{答})$$

問題2 式7-74 より, 分布定数回路の特性インピーダンスは,

$$Z_0 = \sqrt{\frac{Z}{Y}} = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}} = \sqrt{\frac{10.83 \times 10^{-6} + j100\pi \times 3.61 \times 10^{-6}}{1.875 \times 10^{-9} + j100\pi \times 625 \times 10^{-12}}} = \sqrt{\frac{361 \times 10^4 (3 + j100\pi)}{625 (3 + j100\pi)}} = 76 \Omega$$

となる (無ひずみ分布定数回路となる)。 (答)

問題3 式7-66 より,

$$\begin{aligned} \alpha &= \sqrt{\frac{1}{2} \left\{ \sqrt{(R^2 + \omega^2 L^2)(G^2 + \omega^2 C^2)} - (\omega^2 LC - RG) \right\}} \\ &= \sqrt{\frac{1}{2} \left[\sqrt{\left\{ (50\pi \times 10^{-6})^2 + (100\pi)^2 (10^{-6})^2 \right\} \times \left\{ (50\pi \times 10^{-6})^2 + (100\pi)^2 (10^{-6})^2 \right\}} - \left\{ (100\pi)^2 \times 10^{-6} \times 10^{-6} - (50\pi \times 10^{-6})^2 \right\} \right]} \\ &= \sqrt{\frac{1}{2} \left[\left\{ (50\pi \times 10^{-6})^2 + (100\pi)^2 (10^{-6})^2 \right\} - \left\{ (100\pi)^2 \times 10^{-6} \times 10^{-6} - (50\pi \times 10^{-6})^2 \right\} \right]} \\ &= \sqrt{\frac{10^{-12}}{2} \left[(50\pi)^2 + (100\pi)^2 - \left\{ (100\pi)^2 - (50\pi)^2 \right\} \right]} = 50\pi \times 10^{-6} \text{ 1/m} \end{aligned}$$

となり, ネーパ表現では

$$\log_e (50\pi \times 10^{-6}) = -8.76 \text{ Np/m} \text{ となる。} \quad (\text{答})$$

問題4 式7-67 より,

$$\begin{aligned} \beta &= \sqrt{\frac{1}{2} \left\{ \sqrt{(R^2 + \omega^2 L^2)(G^2 + \omega^2 C^2)} + (\omega^2 LC - RG) \right\}} \\ &= \sqrt{\frac{1}{2} \left[\sqrt{\left\{ (50\pi \times 10^{-6})^2 + (100\pi)^2 (10^{-6})^2 \right\} \times \left\{ (50\pi \times 10^{-6})^2 + (100\pi)^2 (10^{-6})^2 \right\}} + \left\{ (100\pi)^2 \times 10^{-6} \times 10^{-6} - (50\pi \times 10^{-6})^2 \right\} \right]} \\ &= \sqrt{\frac{1}{2} \left[\left\{ (50\pi \times 10^{-6})^2 + (100\pi)^2 (10^{-6})^2 \right\} + \left\{ (100\pi)^2 \times 10^{-6} \times 10^{-6} - (50\pi \times 10^{-6})^2 \right\} \right]} \\ &= \sqrt{\frac{10^{-12}}{2} \left[(50\pi)^2 + (100\pi)^2 + \left\{ (100\pi)^2 - (50\pi)^2 \right\} \right]} = 100\pi \mu \text{ rad/m} \end{aligned}$$

となる。 (答)

問題5 式7-73より, $\gamma = j\beta = j\omega\sqrt{LC} = j100\pi\sqrt{256 \times 10^{-12}} = j0.0016\pi \text{ 1/m}$ (答)

問題6 式7-74より, $Z_0 = \sqrt{\frac{Z}{Y}} = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}} = \sqrt{\frac{L\left(\frac{R}{L} + j\omega\right)}{C\left(\frac{G}{C} + j\omega\right)}}$ となる。式7-17の条件式 $\frac{R}{L} = \frac{G}{C}$ を代入する

と $Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}}$ となる。また $R = 0 \Omega/\text{m}$, $G = 0 \text{ S/m}$ のときも $Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}}$ となる。 (答)

問題7 $x = l$ として式7-80, 式7-81を行列表現すると

$$\begin{bmatrix} V(l) \\ I(l) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh \gamma l & -Z_0 \sinh \gamma l \\ -\frac{1}{Z_0} \sinh \gamma l & \cosh \gamma l \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V(0) \\ I(0) \end{bmatrix} \text{ と表せる。}$$

行列式は, $\cosh^2 \gamma l - \sinh^2 \gamma l = (\cosh \gamma l + \sinh \gamma l)(\cosh \gamma l - \sinh \gamma l) = e^{\gamma l} e^{-\gamma l} = 1$ となるので

$$\begin{bmatrix} V(0) \\ I(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh \gamma l & Z_0 \sinh \gamma l \\ \frac{1}{Z_0} \sinh \gamma l & \cosh \gamma l \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V(l) \\ I(l) \end{bmatrix} \text{ となり,}$$

$V(0) = V(l) \cosh \gamma l + Z_0 I(l) \sinh \gamma l$ [V], $I(0) = I(l) \cosh \gamma l + \frac{1}{Z_0} V(l) \sinh \gamma l$ [A] となる。 (答)

問題8 式7-53および式7-54を式7-9および式7-10に代入すると

$$-\frac{\partial V(x)}{\partial x} e^{j\omega t} = j\omega LI(x) e^{j\omega t} + RI(x) e^{j\omega t}$$

および $-\frac{\partial I(x)}{\partial x} e^{j\omega t} = j\omega CV(x) e^{j\omega t} + GV(x) e^{j\omega t}$ となり,

式7-55および式7-56を用いると式7-57および式7-58となり, 式7-59および式7-60を得る。

問題9 式7-73および式7-75を式7-80に代入すると,

$$\begin{aligned} V(l) &= V(0) \cosh \gamma l - I(0) Z_0 \sinh \gamma l = V(0) \cos \omega \sqrt{LC} l - I(0) \sqrt{\frac{L}{C}} \sin \omega \sqrt{LC} l \\ &= 2 \cos \left(\omega \sqrt{LC} \cdot \frac{2\pi}{\omega \sqrt{LC}} \right) - \sqrt{2} \sin \left(\omega \sqrt{LC} \cdot \frac{2\pi}{\omega \sqrt{LC}} \right) = 2 \text{ V となる。} \quad (\text{答}) \end{aligned}$$

式7-81に代入すると,

$$\begin{aligned} I(l) &= I(0) \cosh \gamma l - \frac{1}{Z_0} V(0) \sinh \gamma l = I(0) \cos \omega \sqrt{LC} l - \sqrt{\frac{C}{L}} \sin \omega \sqrt{LC} l \\ &= \cos \left(\omega \sqrt{LC} \cdot \frac{2\pi}{\omega \sqrt{LC}} \right) - \frac{1}{\sqrt{2}} \sin \left(\omega \sqrt{LC} \cdot \frac{2\pi}{\omega \sqrt{LC}} \right) = 1 \text{ A となる。} \quad (\text{答}) \end{aligned}$$

問題 10 式 7-73 および式 7-75 を式 7-80 および式 7-81 に代入すると,

$$V(l/2) = 2 \cos \left(\omega \sqrt{LC} \cdot \frac{\pi}{\omega \sqrt{LC}} \right) - \sqrt{2} \sin \left(\omega \sqrt{LC} \cdot \frac{\pi}{\omega \sqrt{LC}} \right) = -2 \text{ V}, \text{ および}$$

$$I(l/2) = \cos \left(\omega \sqrt{LC} \cdot \frac{\pi}{\omega \sqrt{LC}} \right) - \frac{1}{\sqrt{2}} \sin \left(\omega \sqrt{LC} \cdot \frac{\pi}{\omega \sqrt{LC}} \right) = -1 \text{ A} \text{ となる。} \quad (\text{答})$$

7-2 演習問題

1. 式7-36および式7-38より、反射電圧波と透過電圧波は、

$$v_r = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_1 + Z_2} v_i = \frac{a-1}{a+1} v_i, \quad v_t = \frac{2Z_2}{Z_1 + Z_2} v_i = \frac{2a}{1+a} v_i \text{ となり,}$$

$$K_{r,v} = \frac{v_r}{v_i} = \frac{a-1}{a+1}, \quad K_{t,v} = \frac{v_t}{v_i} = \frac{2a}{1+a} \text{ となる。} \quad (\text{答})$$

また、電流反射係数は、式7-42より $K_{r,i} = -K_{r,v} = \frac{1-a}{1+a}$ となる。

電流透過係数は、式7-43より $K_{t,i} = 2 - K_{t,v} = 2 - \frac{2a}{1+a} = \frac{2}{a+1}$ となる。 (答)

2. 式7-65より、 $\gamma^2 = (R + j\omega L)(G + j\omega C) = RG - \omega^2 LC + j\omega(RC + GL)$ となる。

一方、式7-71より、 $\gamma^2 = (\alpha + j\beta)^2 = \alpha^2 - \beta^2 + j2\alpha\beta$ となる。

両式を比べると $\begin{cases} \alpha^2 - \beta^2 = RG - \omega^2 LC \\ 2\alpha\beta = \omega(RC + GL) \end{cases}$ を得る。 β を消去し α^2 に関する2次方程式をたてて、解の公式より

求めると $\alpha^2 = \frac{1}{2} \left\{ \sqrt{(R^2 + \omega^2 L^2)(G^2 + \omega^2 C^2)} - (\omega^2 LC - RG) \right\}$ となる。

また、 $\beta^2 = \alpha^2 - (RG - \omega^2 LC) = \frac{1}{2} \left\{ \sqrt{(R^2 + \omega^2 L^2)(G^2 + \omega^2 C^2)} + (\omega^2 LC - RG) \right\}$ となる。

よって、 $\alpha = \sqrt{\frac{1}{2} \left\{ \sqrt{(R^2 + \omega^2 L^2)(G^2 + \omega^2 C^2)} - (\omega^2 LC - RG) \right\}}$,

$\beta = \sqrt{\frac{1}{2} \left\{ \sqrt{(R^2 + \omega^2 L^2)(G^2 + \omega^2 C^2)} + (\omega^2 LC - RG) \right\}}$ となる。 (答)

3. 式7-66において、式7-17の $G = \frac{C}{L} R$ (無ひずみ分布定数回路) を代入して展開すると

$$\alpha = \sqrt{\frac{1}{2} \left\{ \sqrt{(R^2 + \omega^2 L^2) \left(\frac{C^2}{L^2} R^2 + \omega^2 C^2 \right)} - (\omega^2 LC - RG) \right\}} = \sqrt{RG} \text{ となる。}$$

また、式7-67において、式7-17の $G = \frac{C}{L} R$ を代入して展開すると

$$\beta = \sqrt{\frac{1}{2} \left\{ \sqrt{(R^2 + \omega^2 L^2) \left(\frac{C^2}{L^2} R^2 + \omega^2 C^2 \right)} + (\omega^2 LC - RG) \right\}} = \omega\sqrt{LC} \text{ となる。}$$

よって、 $\gamma = \sqrt{RG} + j\omega\sqrt{LC}$ となる。

無損失分布定数回路では $R = 0 \Omega/\text{m}$, $G = 0 \text{ S/m}$ となるので、 $\gamma = j\omega\sqrt{LC}$ となる。 (答)

4. 式 7-80 および式 7-81 を参考にすると,

$$V(l) = V(x) \cosh \gamma(l-x) - Z_0 I(x) \sinh \gamma(l-x)$$

$$I(l) = I(x) \cosh \gamma(l-x) - \frac{1}{Z_0} V(x) \sinh \gamma(l-x) \text{ となる。}$$

$V(l) = Z_L I(l)$ に代入すると

$$Z(x) = \frac{V(x)}{I(x)} = Z_0 \frac{Z_L \cosh \gamma(l-x) + Z_0 \sinh \gamma(l-x)}{Z_0 \cosh \gamma(l-x) + Z_L \sinh \gamma(l-x)} [\Omega] \text{ となる。} \quad (\text{答})$$

5. 伝送線路は整合がとれているため, 接合点での入力インピーダンスは Z_1 と Z_2 の並列となる。キルヒホッフ

の第二法則 (電圧則) より, $\left(R + \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2} \right) I = E$ となるので,

$$I = \frac{E}{R + \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2}} = \frac{(Z_1 + Z_2) E}{R Z_1 + R Z_2 + Z_1 Z_2} [\text{A}] \text{ となる。} \quad (\text{答})$$

7-3 ドリル問題

問題1 式7-90～式7-93において $Z_L = Z_0$ とすると,

$$K_{r,v} = 0, \quad K_{r,i} = 0, \quad K_{t,v} = 1, \quad K_{t,i} = 1 \text{ となる。} \quad (\text{答})$$

問題2 式7-90～式7-97より, $K_{r,v} = 1, \quad K_{r,i} = -1, \quad K_{t,v} = 2, \quad K_{t,i} = 0$ となる。 (答)

問題3 式7-90～式7-93 および式7-98～式7-101より,

$$K_{r,v} = -1, \quad K_{r,i} = 1, \quad K_{t,v} = 0, \quad K_{t,i} = 2 \text{ となる。} \quad (\text{答})$$

問題4 p.250～251より, 終端を開放しているときの共振の条件(最小の長さ)は, $\omega\sqrt{LC}l = \pi/2$ なので,

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \text{ を代入すると } l = \frac{\pi}{2} \text{ m となる。} \quad (\text{答})$$

問題5 p.250～251より, 終端を短絡しているときの共振の条件(最小の長さ)は, $\omega\sqrt{LC}l = \pi$ なので,

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \text{ を代入すると } l = \pi \text{ m となる。} \quad (\text{答})$$

問題6 式7-73 および式7-106より, $\beta = \omega\sqrt{LC} = \frac{2\pi}{\lambda}$ となり, 式7-103に代入すると,

$$Z_{\infty} = -j\sqrt{\frac{L}{C}} \cot \omega\sqrt{LC}l = -j\sqrt{\frac{L}{C}} \cot\left(\frac{2\pi}{\lambda} \times \frac{3}{8}\lambda\right) = -j\sqrt{\frac{0.4 \times 10^{-6}}{0.1 \times 10^{-6}}} \cot \frac{3}{4}\pi = j2 \Omega \text{ となる。} \quad (\text{答})$$

問題7 式7-73 および式7-106より, $\beta = \omega\sqrt{LC} = \frac{2\pi}{\lambda}$ となり, 式7-105に代入すると

$$Z_{i0} = j\sqrt{\frac{L}{C}} \tan \omega\sqrt{LC}l = j\sqrt{\frac{L}{C}} \tan\left(\frac{2\pi}{\lambda} \times \frac{1}{8}\lambda\right) = j\sqrt{\frac{0.1 \times 10^{-6}}{0.4 \times 10^{-6}}} \tan \frac{1}{4}\pi = j0.5 \Omega \text{ となる。} \quad (\text{答})$$

問題8 式7-106より波長は $\lambda = \frac{2\pi}{\beta}$ と表され, 式7-73の $\beta = \omega\sqrt{LC}$ を代入すると

$$\lambda = \frac{2\pi}{\omega\sqrt{LC}} = \frac{2\pi}{120\pi\sqrt{0.05 \times 0.2}} = \frac{1}{6} = 0.167 \text{ m となる。} \quad (\text{答})$$

問題9 式7-106より波長は $\lambda = \frac{2\pi}{\beta}$ と表され, 式7-73の $\beta = \omega\sqrt{LC}$ を代入すると

$$\lambda = \frac{2\pi}{\omega\sqrt{LC}} = \frac{2\pi}{4\pi \times 10^6 \sqrt{400 \times 10^{-12}}} = 2.5 \times 10^{-2} \text{ m} = 2.5 \text{ cm となる。} \quad (\text{答})$$

問題10 式7-108より, $\rho = \frac{V_{\max}}{V_{\min}} = \frac{1.8}{0.2} = 9$ となる。

$$\text{式7-110より, } |K_{r,v}| = \frac{\rho - 1}{\rho + 1} = \frac{8}{10} = 0.8 \text{ となる。} \quad (\text{答})$$

7-3 演習問題

1. 特性インピーダンスを Z_0 とすると図 1 (a) の終端開放の伝送線路の入力インピーダンスは、式 7-103 より $Z_{i\infty} = -jZ_0 \cot \beta l = Z_1$ となる。また、図 1 (b) の終端短絡の伝送線路の入力インピーダンスは、式 7-105 より

$$Z_{i0} = jZ_0 \tan \beta l = Z_2 \text{ となる。よって、両式から } Z_0^2 = Z_1 Z_2 \text{ となるので、 } Z_0 = \sqrt{Z_1 Z_2} \text{ [}\Omega\text{]} \text{ となる。} \quad (\text{答})$$

2. (1) 無損失なので、伝送線路の特性インピーダンスは、 $Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}}$ となる。

図 2 (a) の終端開放の伝送線路の入力インピーダンスは、

$$\text{式 7-103 より } Z_{i\infty} = -jZ_0 \cot \beta l = -j\sqrt{\frac{L}{C}} \cot \left(\frac{2\pi}{\lambda} \times \frac{5}{8} \lambda \right) = -j\sqrt{\frac{L}{C}} \cot \frac{5}{4} \pi = -j\sqrt{\frac{L}{C}} \text{ となるので、入力イン}$$

$$\text{ピーダンスは } Z_i = \frac{RZ_{i\infty}}{R + Z_{i\infty}} = \frac{-jR\sqrt{\frac{L}{C}}}{R - j\sqrt{\frac{L}{C}}} = \frac{R\sqrt{L}}{\sqrt{L} + jR\sqrt{C}} \text{ [}\Omega\text{]} \text{ となる。} \quad (\text{答})$$

- (2) 図 2 (b) の終端短絡の伝送線路の入力インピーダンスは、式 7-105 より

$$Z_{i0} = jZ_0 \tan \beta l = j\sqrt{\frac{L}{C}} \tan \left(\frac{2\pi}{\lambda} \times \frac{5}{8} \lambda \right) = j\sqrt{\frac{L}{C}} \tan \frac{5}{4} \pi = j\sqrt{\frac{L}{C}} \text{ となるので、}$$

$$\text{入力インピーダンスは } Z_i = \frac{RZ_{i0}}{R + Z_{i0}} = \frac{jR\sqrt{\frac{L}{C}}}{R + j\sqrt{\frac{L}{C}}} = \frac{R\sqrt{L}}{\sqrt{L} - jR\sqrt{C}} \text{ [}\Omega\text{]} \text{ となる。} \quad (\text{答})$$

3. 式 7-80 に $x = l$ を代入して $z_0 I(0)$ について解き、式 7-80 に代入して $I(0)$ を消去すると、

$$\begin{aligned} V(x) &= \frac{V(0) \cosh \gamma x \sinh \gamma l - V(0) \cosh \gamma l \sinh \gamma x + V(l) \sinh \gamma x}{\sinh \gamma l} \\ &= \frac{V(0) \sinh(l-x) \gamma + V(l) \sinh \gamma x}{\sinh \gamma l} \text{ [V]} \text{ となる}^{\ast 1}。 \quad (\text{答}) \end{aligned}$$

また、式 7-81 に代入して、 $I(0)$ を消去すると、

$$\begin{aligned} I(x) &= \frac{V(0) \cosh \gamma l \cosh \gamma x - V(0) \sinh \gamma l \sinh \gamma x - V(l) \cosh \gamma x}{Z_0 \sinh \gamma l} \\ &= \frac{V(0) \cosh(l-x) \gamma - V(l) \cosh \gamma x}{\sinh \gamma l} \text{ [A]} \text{ となる}^{\ast 1}。 \quad (\text{答}) \end{aligned}$$

^{\ast 1} $\cosh(A \pm B) = \cosh A \cosh B \pm \sinh A \sinh B$, $\sinh(A \pm B) = \sinh A \cosh B \pm \cosh A \sinh B$ の関係がある。

4. 7-2節のドリル問題7より,

$$V(0) = V(l) \cosh \gamma l + Z_0 I(l) \sinh \gamma l \text{ および } I(0) = I(l) \cosh \gamma l + \frac{1}{Z_0} V(l) \sinh \gamma l \text{ となる。}$$

$$V(l) = Z_L I(l) \text{ より, 長さ } l \text{ のとき入力インピーダンスは } Z_i = Z_0 \frac{Z_L \cosh \gamma l + Z_0 \sinh \gamma l}{Z_0 \cosh \gamma l + Z_L \sinh \gamma l} \text{ となる。} \quad (\text{答})$$

また, $\gamma = j \frac{2\pi}{\lambda}$, $l = \frac{\lambda}{4}$ を代入すると,

$$Z_i = Z_0 \frac{Z_L \cos \frac{\pi}{2} + Z_0 \sin \frac{\pi}{2}}{Z_0 \cos \frac{\pi}{2} + Z_L \sin \frac{\pi}{2}} = \frac{Z_0^2}{Z_L} \text{ となる。} \quad (\text{答})$$

$$l = \frac{\lambda}{2} \text{ を代入すると, } Z_i = Z_0 \frac{Z_L \cos \pi + Z_0 \sin \pi}{Z_0 \cos \pi + Z_L \sin \pi} = Z_L \text{ となる。} \quad (\text{答})$$

5. 式7-33～式7-35を参考にとすると,

$$V_i(l) + V_r(l) = V_t(l) = V(l), \quad I_i(l) + I_r(l) = I_t(l) = I(l),$$

$$I_i(l) = \frac{V_i(l)}{Z_0}, \quad I_r(l) = \frac{-V_r(l)}{Z_0}, \quad I_t(l) = \frac{V_t(l)}{Z_0}, \quad V(l) = Z_L I(l) \text{ となるので, 電圧波を消去すると,}$$

$$I_t(l) = \frac{2Z_L}{Z_0 + 2Z_L} I_i(l), \quad I_r(l) = \frac{Z_0}{Z_0 + 2Z_L} I_i(l), \quad I(l) = \frac{2Z_0}{Z_0 + 2Z_L} I_i(l) \text{ となる。} \quad (\text{答})$$