ワンポイント教材

条件付き確率と乗法定理
― 指導上の留意点 ―

指導要領の改訂で，従前の数学Ｃで扱っていた「確率」が数学Ａに入ってきた。その中で，条件付き確率は，次のように定義されている。

●条件付き確率

一つの試行において，二つの事象 A，B について，A が起こったときの B の起こる条件付き確率 $P_A(B)$ は，

$$P_A(B)=n(A\cap B)/n(A)$$

この条件付き確率より，全事象を U として

$$P_A(B)=n(A\cap B)/n(A)$$
$$=\frac{n(A\cap B)}{n(U)}\bigg/\frac{n(A)}{n(U)}$$

となることから，次の乗法定理を導いている。

●乗法定理

$$P(A\cap B)=P(A)P_A(B)$$

すなわち，高等学校で扱う「確率」は，根元事象が同様に確からしい場合を前提にしてその確率を求めているので，このように条件付き確率から乗法定理を導いている。

しかし，この指導においては，十分注意しなければならない点がある。

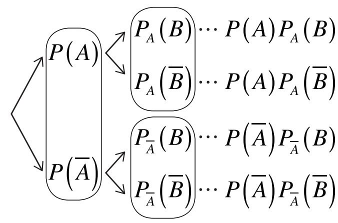
それは，最初の条件付き確率では，一つの試行における二つの事象に注目しての条件付き確率を考えているにもかかわらず，その結果として得られる乗法定理では，二つの試行を続けて行うときの確率に応用している点である。このことに十分留意する必要があるのである。

乗法定理を用いて確率を求める際に，生徒達の理解を混乱させるものの殆どは，一つの試行を行う場合の条件付き確率 $P_A(B)$ と二つの試行を続けて行う場合の条件付き $P_A(B)$ の求め方がちがっていることが原因であるように思われる。

すなわち，同じ記号を使っているが，$P_A(B)$ の意味（求め方）が違っていることに留意させることが重要である。

実は，確率の乗法定理は，二つの試行を続けて行う場合に，それらが独立かどうかにかかわらず成り立つ性質なのである。

これを認めれば，条件付き確率 $P_A(B)$ を，一つの試行の後に新たに次の試行を行うと考えて，いろいろな確率を容易に求めることができる。



○印の中の確率の和は１

しかし，あくまで現行教科書のように，条件付き確率を基にした乗法定理を用いるとすると，次のように，問題の解答を行うべきである。

（例題）k 本の当たりくじを含む m 本のくじから A，B の２人が続けて１本ずつくじを引くとき，A，B がともに当たる確率を求めてみよう。

＜解答＞A，B が続けてくじを引く試行を一つの試行として，全事象を U とすると，

$$n(U)=m(m-1)$$
$$n(A)=k(m-1)$$
$$n(A\cap B)=k(k-1)$$

よって $P(A\cap B)=P(A)P_A(B)$

$$=\frac{k(m-1)}{m(m-1)}\times\frac{k(k-1)}{k(m-1)}=\frac{k}{m}\times\frac{k-1}{m-1}$$ （終）

この結果から，条件付き確率$P_A(B)$の求め方を，二つの試行を続けて行う場合に適用してもよいと記述すべきである。

以上述べてきたことから，出来るならば高等学校においても，乗法定理を先に定義した上で，条件付き確率を $P_A(B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(A)}$ として導くことが望ましいと考える。

さらには，乗法定理を条件付き確率と切り離し，加法定理と同様に，確率の基本性質に加えた方がいいと思われるが，いかがであろうか。(Y.A)

通巻第 70 号　©編修·発行　実数出版株式会社　定 価（本体200円＋税）
2015年 3月 20日 印刷　代表者 戸塚雄弐　発行所 〒102-8377 東京都千代田区五番町５
2015年 3月 25日 発行　TEL. 03-3238-7777
http://www.jikkyo.co.jp/