

「電磁気学」第4章の問題解答

4-1 ドリル問題

1.

(答) 北極や南極などでは磁界の湧き出しと吸い込みがあり，場所によって地表に対する磁界の角度が変わる。

2.

(答) aとcとでは，コンパスは反対向きになる。bでは電線の電流に影響されずに地磁気の方角を向く。

3.

(答) 電流が反対方向では2倍の $2H$ ，同方向では0

4.

(答) 両端どちらから入れても，入れた時のコンパスの向きが保持される。

5.

(答) 磁力線は反発する。

6.

(答) $\mathbf{H} = -2\mathbf{e}_x$

7.

(答) $H = \sqrt{(3^2 + (-2)^2)} \cong 3.6\text{A/m}$

8.

(答) $\mathbf{H} = -\mathbf{e}_x + 6\mathbf{e}_y - \mathbf{e}_z$ [A/m]

9.

(答) コイルの各微小部分が作る中心での磁場は，各微小部分及び半径方向に対し直交する。従って，この方向はコイル面の垂直方向と一致する。

4-2 ドリル問題

1.

(答) $\frac{1}{4}$

2.

(答) 磁束線は鉄の角板に集中してNからSに向かう。

3.

(答) $B = \mu_0 H = 2.5 \times 10^{-4} \text{T}$ (または Wb/m^2)

4.

(答) $\Phi = BS = 0.6\text{Wb}$

5.

(答) $B = \frac{\Phi}{S} = 6.7 \times 10^{-2}\text{T}$ (または Wb/m^2)

6.

(答) $\Phi' = BS \cos \theta = 0.5\text{Wb}$

7.

(答) $B = \mu_r \mu_0 H = 0.57\text{T}$ (または Wb/m^2)

8.

(答) $\Phi = BS = \mu_r \mu_0 HS = 3.8 \times 10^{-4}\text{Wb}$

9.

(答) $500 \times 10^{-3} \times 10^{-4} = 5 \times 10^{-5}\text{T}$

10.

(答) $\mu = \mu_r \mu_0 = 1.26 \times 10^{-6}\text{H/m}$, 1 より小さいことは, 磁化ベクトルがマイナスを意味している。つまり, 磁界に反発する方向に向く。

4-3 ドリル問題

1.

(答) $H = \frac{I}{2\pi r} = 8.0 \times 10^{-2}\text{A/m}$

2.

(答) $H = 0.32e_y$

3.

(答) $B = \mu_0 \frac{I}{2\pi r} = 1.0 \times 10^{-7}\text{T}$

4.

(答) $H = 2 \times \frac{I}{2\pi r} = 0.16\text{A/m}$

5.

(答) $H = H_1 - H_2 = 6.0 \times 10^{-2}\text{A/m}$

6.

(答) $H = nI = 0.4\text{A/m}$

7.

(答) 導体の外の磁界 $\frac{I}{2\pi r}$, 内の磁界 0

電流が一様な場合では, 外と内の磁界はそれぞれ式 4-31

8.

(答) $H = nI = 2 \times 10^2 \text{ A/m}$

9.

(答) $H = \frac{N}{l} I = 1.5 \times 10^3 \text{ A/m}$

10.

(答) $H = 4 \times 10^3 \text{ A/m}$

$$B = \mu_r \mu_0 H = 2.5\text{T}$$

4-4 ドリル問題

1.

(答) $H = \frac{I}{2a} = 7.5\text{A/m}$

2.

(答) $H = \frac{nI}{2a} = 23\text{A/m}$

3.

(答) $H = \frac{a^2}{2(z^2 + a^2)^{\frac{3}{2}}} I = 8.9 \times 10^{-2} I [\text{A/m}]$

4.

(答) $H = \frac{I_A}{2a} + \frac{I_B}{2b}$

5.

(答) $I_B = -\frac{2bI_A}{2a} = -1.5\text{A}$

6.

(答) $H = 2 \times \frac{a^2}{2(z^2 + a^2)^{\frac{3}{2}}} I = 2.8\text{A/m}$

7.

$$\text{(答)} \quad H = \frac{NI}{2\pi R} = 4.2 \times 10^2 \text{ A/m}$$

8.

$$\text{(答)} \quad m = \mu_0 IS = 4.7 \times 10^{-7} \text{ Wb} \cdot \text{m}$$

9.

$$\text{(答)} \quad \Omega = 2\pi(1 - \cos \theta) = 1.1 \text{ sr}$$

10.

$$\text{(答)} \quad \phi_m = \frac{1}{4\pi} I\Omega = 0.44 \text{ A}$$

4-5 ドリル問題

1.

$$\text{(答)} \quad F = IB \sin \theta = 5 \times 10^{-4} \text{ N}$$

2.

$$\text{(答)} \quad F = IB \sin \theta = 0.64 \text{ N}$$

3.

$$\text{(答)} \quad F = IB \sin \theta = 0.69 \text{ N}$$

4.

$$\text{(答)} \quad \mathbf{F} = \mathbf{I} \times \mathbf{B} = 6 \times 10^{-3} \mathbf{e}_y$$

5.

$$\text{(答)} \quad F = I\mu_0 H = 9 \times 10^{-6} \text{ N} \quad \text{引き合う力}$$

6.

$$\text{(答)} \quad \text{両者とも同じ力で } F = I\mu_0 H = 2 \times 10^{-6} \text{ N}$$

7.

$$\text{(答)} \quad x \text{ 軸方向の辺だけに力がかかり, それぞれの辺に } F = lIB = 6 \times 10^{-2} \text{ N}$$

8.

$$\text{(答)} \quad F = evB = 2.4 \times 10^{-14} \text{ N}$$

9.

$$\text{(答)} \quad F = \frac{mv}{evB} = 3.4 \times 10^{-6} \text{ m}$$

10.

$$\text{(答)} \quad F = mr\omega^2 = 4.1 \times 10^{-18} \text{ N}$$

4-6 ドリル問題

1.

(答) $m = MS = 1.5 \times 10^{-4} \text{ Wb}$

2.

(答) $\mu = MSl = 1.5 \times 10^{-6} \text{ Wb} \cdot \text{m}$

3.

(答) $\mu = ml = 2.0 \times 10^{-5} \text{ Wb} \cdot \text{m}$

4.

(答) $B_1 = \frac{\Phi}{S} = 1.5 \times 10^{-3} \text{ T}, \quad B_2 = 3.0 \times 10^{-3} \text{ T}$

5.

(答) $H_A = \frac{B}{\mu_A \mu_0} = 1.6 \times 10^{-2} \text{ A/m}$

$$H_B = \frac{B}{\mu_B \mu_0} = 8.0 \times 10^{-2} \text{ A/m}$$

6.

(答) $H_{//} = \frac{B}{\mu_A \mu_0} \cos \theta = 2.8 \times 10^{-2} \text{ A/m}$

4-7 ドリル問題

1.

(答) $\mathfrak{R} = \frac{l}{\mu_r \mu_0} = 1.3 \times 10^5 \text{ H}^{-1}$

2.

(答) $\mathfrak{R} = \mathfrak{R}_1 + \mathfrak{R}_2 = 4.1 \times 10^5 \text{ H}^{-1}$

3.

(答) $B = \mu \frac{NI}{2\pi r} = 1.0 \text{ T}$

4.

(答) $\mathfrak{R} = \mathfrak{R}_1 + \mathfrak{R}_2 = 2.0 \times 10^7 \text{ H}^{-1}$

4章 演習問題

1.

$$\begin{aligned} \text{(答)} \quad H &= -\frac{1}{\pi}(e_x - e_y) \\ [H] &= \frac{\sqrt{2}}{\pi} \end{aligned}$$

2.

$$\text{(答)} \quad H = \frac{a^2}{2(z^2 + a^2)^{\frac{3}{2}}} NI = 2.9 \text{ A/m}$$

3.

$$\text{(答)} \quad H = \frac{I}{2} = 0.15 \text{ A/m}$$

4.

x y 平面にループがあり、それぞれの辺が x 軸 y 軸に平行であるとし、ループの中心が原点にあるとする。まず x 軸に平行な電流の 1 辺が作る磁界はビオ・サバルの法則によって

$$d\mathbf{H} = \frac{I dx \mathbf{e}_x \times \left(-x \mathbf{e}_x + \frac{L}{2} \mathbf{e}_y \right)}{4\pi \left[x^2 + \left(\frac{L}{2} \right)^2 \right]^{\frac{3}{2}}}$$

$-\frac{L}{2}$ から $\frac{L}{2}$ で積分し、4 辺分を足すと

$$\mathbf{H} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi L} I \mathbf{e}_z \text{ となる。 (答)}$$

5.

導体を中心として、半径方向に対称であるため円柱座標を用いると便利で

$$\nabla \times \mathbf{A} = \left(\frac{1}{r} \frac{\partial A_z}{\partial \phi} - \frac{\partial A_\phi}{\partial z} \right) \mathbf{e}_r + \left(\frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r} \right) \mathbf{e}_\phi + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial (r A_\phi)}{\partial r} - \frac{\partial A_r}{\partial \phi} \right) \mathbf{e}_z$$

とかける。ここで、 A は z 成分のみであり、 ϕ 方向には対称であるので下記の項だけ残る。

$$\begin{aligned} B &= -\frac{\partial A_z}{\partial r} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \\ H &= -\frac{1}{\mu_0} \frac{\partial A_z}{\partial r} = \frac{I}{2\pi r} \end{aligned}$$

となり式 4-48 と等しいことがわかる。(答)

6.

$$\mathbf{F} = I \times \mathbf{B} = 1.8 \times 10^{-2} (\mathbf{e}_y - \mathbf{e}_x)$$

(答) $F = 2.5 \times 10^{-2} \text{ N}$

7.

(答) 電流を I とすると

(y 軸に平行な辺) $F = IB = 0.1I [\text{N}]$

(x 軸に平行な辺) $F = IB \sin \theta = 0.13I [\text{N}]$

8.

(答) $H = \frac{1}{4\pi\mu_0} \frac{m_1}{r_1^2} + \frac{1}{4\pi\mu_0} \frac{m_2}{r_2^2} = 8.8 \times 10^2 \text{ A/m}$

9.

境界条件より $B_{1n} = B_{2n}$ $H_{1t} = H_{2t}$

$$B_{2n} = B_{1n} = B_1 \sin \theta \quad B_{2t} = \mu_2 H_{2t} = \mu_2 H_{1t} = \frac{\mu_2}{\mu_1} B_{1t} = \frac{\mu_2}{\mu_1} B_1 \cos \theta$$

$$\alpha = \tan^{-1} \frac{B_{2n}}{B_{2t}} = 63^\circ \quad (\text{答})$$

10.

(答) $B = \frac{\phi}{S} = \frac{NI}{\left(\frac{l_1}{\mu_r \mu_0} + \frac{l_2}{\mu_0} \right)} = 0.15 \text{ T}$

(鉄心) $H = \frac{B}{\mu_r \mu_0} = 1.2 \times 10^2 \text{ A/m}$

(エアギャップ) $H = \frac{B}{\mu_0} = 1.2 \times 10^5 \text{ A/m}$

4章 ワークシート問題

1.

(1)

ab 間の電流 I による a'b' 上の任意の点 $P(l, y)$ での磁界は

$$H_1 = \frac{I}{4\pi d} \left(\frac{s-y}{\sqrt{(s-y)^2 + l^2}} + \frac{y}{\sqrt{y^2 + l^2}} \right)$$

したがって、ab が a'b' におよぼす力は

$$F_1 = \int_0^s \mu_0 I H dy = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi d} (\sqrt{s^2 + l^2} - l)$$

また、cd が a'b' におよぼす力は

$$F_2 = \int_0^s \mu_0 I H dy = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi \sqrt{s^2 + l^2}} (\sqrt{s^2 + (s^2 + l^2)} - \sqrt{s^2 + l^2})$$

F_2 のコイル面に平行な成分は辺 c'd' での水平な成分と逆向きになるため、打ち消しあう。このため、コイル面に垂直な成分のみ残ることになる。

$$F' = F_2 \cos \theta = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi \sqrt{s^2 + l^2}} (\sqrt{s^2 + (s^2 + l^2)} - \sqrt{s^2 + l^2}) \frac{l}{\sqrt{s^2 + l^2}} \quad [\text{N}] \quad (\text{答})$$

(2)

(答) 0

(3)

$$(\text{答}) \quad F = 4(F_1 - F') = \frac{2\mu_0 I^2}{\pi} \left(\frac{\sqrt{s^2 + l^2}}{l} - 1 - \frac{l\sqrt{2s^2 + l^2}}{(s^2 + l^2)} + \frac{l}{\sqrt{s^2 + l^2}} \right) \quad [\text{N}]$$

2.

(1) 領域 $a < r < b$ での磁界

$$(\text{答}) \quad H = \frac{I}{2\pi r}$$

(2) 領域 $b < r < c$ での磁界

$$2\pi r H = I - \frac{r^2 - b^2}{c^2 - b^2} I$$

$$(\text{答}) \quad H = \frac{I}{2\pi r} \left(\frac{c^2 - r^2}{c^2 - b^2} \right)$$

(3) 領域 $c < r$ での磁界

(答) 0

3.

(1)

$$(\text{答}) \quad dH = \frac{I dz \sin \theta}{4\pi r^2}$$

(2)

$$z = \frac{l}{2} \cot(\pi - \theta) \quad \text{よ} \quad dz = \frac{l}{2} \operatorname{cosec}^2 \theta d\theta$$

$$\text{したがって, } H = \int_{\theta_1}^{\pi-\theta_1} \frac{I \sin \theta d\theta}{4\pi \left(\frac{l}{2}\right)} = \frac{I \cos \theta_1}{\pi l} = \frac{I}{\sqrt{2}\pi l} \quad (\text{答})$$

4.

$$\mathbf{F} = \mathbf{l} \times \mathbf{B} = 3 \times \left\{ 2\mathbf{e}_z \times (1 \times 10^{-3} \mathbf{e}_x + 2 \times 10^{-3} \mathbf{e}_y) \right\} = 6 \times 10^{-3} \mathbf{e}_y - 12 \times 10^{-3} \mathbf{e}_x$$

$$(\text{答}) \quad F = 1.3 \times 10^{-2} \text{ N}$$

5.

$$\text{一つの極が作る磁界は } H = \frac{1}{4\pi\mu_0} \cdot \frac{m}{r^2}$$

両極がつくる磁界は y 成分は反対向きなので打ち消しあい、x 成分だけが残る。

$$(\text{答}) \quad H = 2H_x = 6.1 \times 10^2 \text{ A/m}$$

6.

(1)

$$(\text{答}) \quad dH = \frac{a^2}{2(x^2 + a^2)^{\frac{3}{2}}} I \cdot \frac{N}{l} dx$$

(2)

$$(\text{答}) \quad H = \frac{NI}{2l} \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \frac{a^2}{(x^2 + a^2)^{\frac{3}{2}}} dx = \frac{NI}{\sqrt{4a^2 + l^2}}$$

7.

(1)

$$(\text{答}) \quad E = \frac{V}{d} = 6.7 \times 10^4 \text{ V/m}$$

(2)

$$(\text{答}) \quad a = \frac{eV}{md} = 1.2 \times 10^{16} \text{ m/s}$$

(3)

$$\frac{1}{2} at^2 = d$$

$$\text{(答)} \quad t = \sqrt{\frac{2md^2}{eV}} = 7.2\text{ns}$$

(4)

$$\text{(答)} \quad r = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2mV}{e}} = 0.24\text{mm}$$

8.

鉄の透磁率を μ とおくと

$$\mathfrak{R} = \mathfrak{R}_1 + \mathfrak{R}_{23} = \frac{1}{\mu} \left(\frac{l_1}{S_1} + \frac{l_2 l_3}{l_2 S_3 + l_3 S_2} \right)$$

$$\phi_1 = \frac{NI}{\mathfrak{R}}$$

$$\phi_3 = \frac{\mathfrak{R}_2}{\mathfrak{R}_2 + \mathfrak{R}_3} \phi_1$$

$$B_3 = \frac{\phi_3}{S_3} = \left(\frac{\mathfrak{R}_2}{\mathfrak{R}_2 + \mathfrak{R}_3} \right) \frac{NI}{\mathfrak{R} S_3} = 1.3 \times 10^{-4} \mu [\text{T}]$$

鉄の比透磁率を 2000 とした場合

$$B_3 = 0.25\text{T} \quad \text{(答)}$$