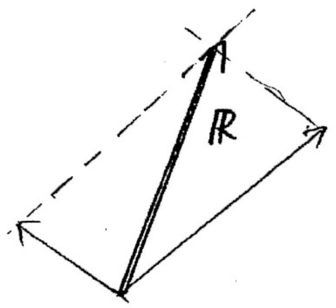
「工学系の力学」第２章　問題解答

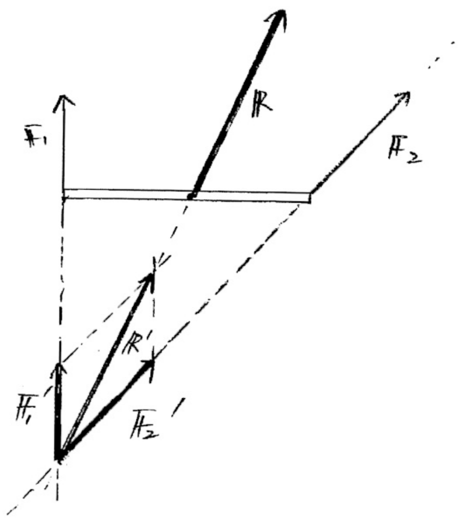
２－１　ドリル問題

問題１



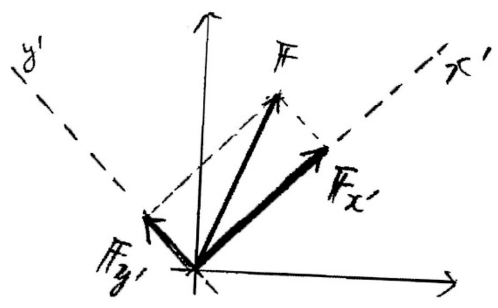
平行四辺形を作り，合成する。

問題２



$\boldsymbol{F}_1$，$\boldsymbol{F}_2$を作用線が交差する点に移動（$\boldsymbol{F}_1'$，$\boldsymbol{F}_2'$）。
$\boldsymbol{F}_1'$，$\boldsymbol{F}_2'$の合力$\boldsymbol{R}'$を作図。
$\boldsymbol{R}'$の作用線を延長して，棒と交わる点を $\boldsymbol{R}$ の作用点とする。（答）

問題３



$\boldsymbol{F}_{x'}$，$\boldsymbol{F}_{y'}$ に分解。

問題４　$\boldsymbol{F}$ の $x'y'$ 座標系の成分は，x'，y' 軸の単位ベクトルを $\boldsymbol{i}'$，$\boldsymbol{j}'$ として

$$x'\text{成分}\quad \boldsymbol{F}\cdot\boldsymbol{i}' = (2,\ 5)\begin{pmatrix}\dfrac{\sqrt{2}}{2}\\ \dfrac{\sqrt{2}}{2}\end{pmatrix} = \frac{7}{2}\sqrt{2}$$

$$y'\text{成分}\quad \boldsymbol{F}\cdot\boldsymbol{j}' = (2,\ 5)\begin{pmatrix}-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\\ \dfrac{\sqrt{2}}{2}\end{pmatrix} = \frac{3}{2}\sqrt{2}$$ 　　である。

よって　$\left(\dfrac{7}{2}\sqrt{2}\,\mathrm{N},\ \dfrac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{2}\,\mathrm{N}\right)$　（答）

問題５

問題４より $\boldsymbol{F}_{x'}$ は x' 軸方向に大きさ $\dfrac{7}{2}\sqrt{2}$ を持つベクトルである。

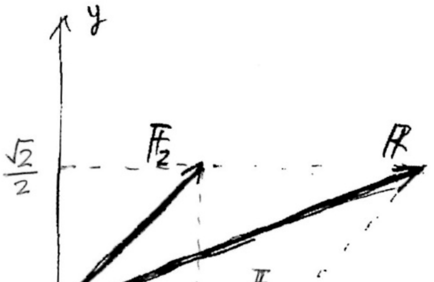
よって

$$\boldsymbol{F}_{x'} = \frac{7}{2}\sqrt{2}\,\boldsymbol{i}' = \frac{7}{2}\sqrt{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2},\ \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \left(\frac{7}{2}\mathrm{N},\ \frac{7}{2}\mathrm{N}\right)$$　（答）

同様に

$$\boldsymbol{F}_{y'} = \frac{\sqrt{3}}{2}\boldsymbol{j}' = \frac{\sqrt{3}}{2}\left(-\frac{\sqrt{2}}{2},\ \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \left(-\frac{3}{2}\mathrm{N},\ \frac{3}{2}\mathrm{N}\right)$$　（答）

問題６



$$\boldsymbol{R} = \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}\dfrac{\sqrt{2}}{2}\\ \dfrac{\sqrt{2}}{2}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1+\dfrac{\sqrt{2}}{2}\\ \dfrac{\sqrt{2}}{2}\end{pmatrix}\ [\mathrm{N}]$$

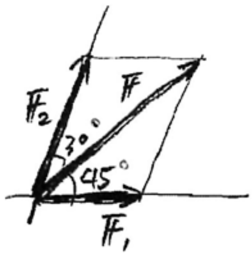
$$\boldsymbol{R} = \left(1+\frac{\sqrt{2}}{2}\mathrm{N},\frac{\sqrt{2}}{2}\mathrm{N}\right)$$　（答）

問題７　分度器では 22°くらい　（答）

$$\tan\theta = \frac{\dfrac{\sqrt{2}}{2}}{1+\dfrac{\sqrt{2}}{2}} = \sqrt{2}-1$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\sqrt{2}-1\right) \fallingdotseq 0.3927\ \text{rad}$$
$$= 22.5^\circ \qquad （答）$$

問題８



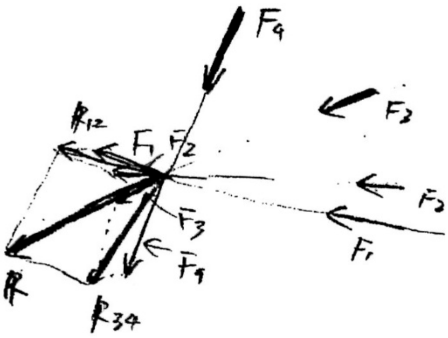
$$F_1\cos 45^\circ + F_2\cos 30^\circ = 100$$
$$F_1\sin 45^\circ - F_2\sin 30^\circ = 0$$
$$\Downarrow$$
$$\frac{\sqrt{2}}{2}F_1 + \frac{\sqrt{3}}{2}F_2 = 100$$
$$\frac{\sqrt{2}}{2}F_1 - \frac{1}{2}F_2 = 0$$

これを解いて

$$F_1 = 25\left(\sqrt{6}-\sqrt{2}\right)[\mathrm{N}]$$
$$F_2 = 25\left(2\sqrt{3}-2\right)[\mathrm{N}] \qquad （答）$$

２－１　演習問題

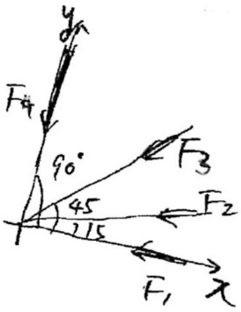
１．



2 つの力の合力を平行四辺形の定理により求め，繰り返して合力を求める。

２．

$\boldsymbol{F_1}$ と反対方向を x 軸，$\boldsymbol{F_4}$ と反対方向を y 軸とする。



$$\boldsymbol{F_1}=\begin{pmatrix}-3\\0\end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{F_2}=2\begin{pmatrix}-\cos15^\circ\\-\sin15^\circ\end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{F_3}=2\begin{pmatrix}-\cos45^\circ\\-\sin45^\circ\end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{F_4}=\begin{pmatrix}0\\-4\end{pmatrix}$$

である。よって合力 $\boldsymbol{R}$ は

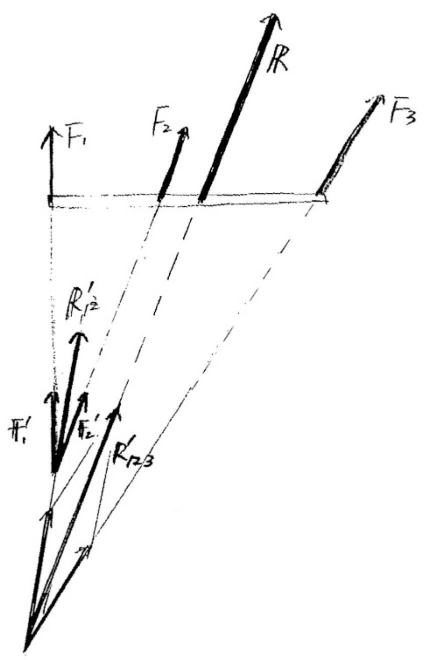
$$\boldsymbol{R}=\begin{pmatrix}-3\\0\end{pmatrix}+2\begin{pmatrix}-\cos15^\circ\\-\sin15^\circ\end{pmatrix}+2\begin{pmatrix}-\cos45^\circ\\-\sin45^\circ\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0\\-4\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}-3-2\cos15^\circ-2\cos45^\circ\\-2\sin15^\circ-2\sin45^\circ-4\end{pmatrix}$$

$$\fallingdotseq\begin{pmatrix}-6.93\\-4.66\end{pmatrix}$$

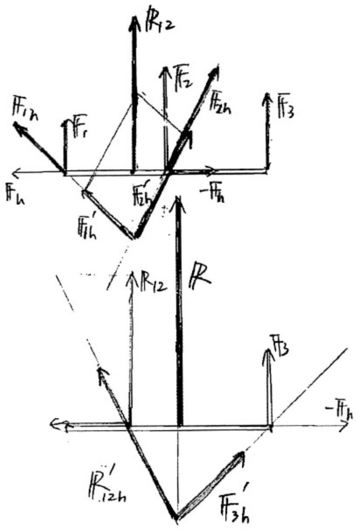
$\boldsymbol{R}\fallingdotseq(-6.93\mathrm{N},-4.66\mathrm{N})$　（答）

3．



・$\boldsymbol{F}_1$ と $\boldsymbol{F}_2$ の作用線を描く。
・作用線の交点に力を移動 $\boldsymbol{F}_1'$，$\boldsymbol{F}_2'$ とする。
・$\boldsymbol{F}_1'$ と $\boldsymbol{F}_2'$ を合成して $\boldsymbol{R}_{12}'$ を描く。
・$\boldsymbol{R}_{12}'$ の作用線と $\boldsymbol{F}_3$ の作用線の交点に力を移動，合成する。
・$\boldsymbol{R}_{123}'$ の作用線を棒にまでのばし，交点に力を移動，$\boldsymbol{R}$ を得る。

4．

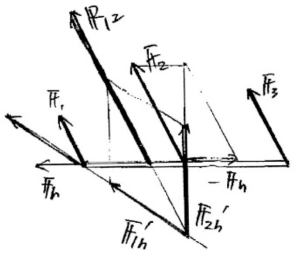


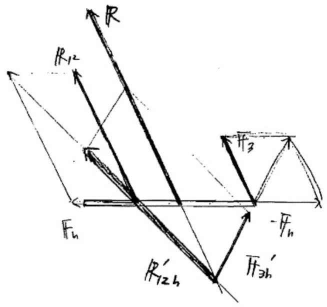
$\boldsymbol{F}_1$ と $\boldsymbol{F}_2$ の作用点に，それぞれ $\boldsymbol{F}_h$ と $-\boldsymbol{F}_h$ が作用していると考える。
この $\boldsymbol{F}_h$ と $-\boldsymbol{F}_h$ は，同一作用線上の力であるから，打ち消し合うことになり，実際には何の働きもしない。
ここで，$\boldsymbol{F}_1$ と $\boldsymbol{F}_2$ の合力は作用線が交わらないため，通常の合成が行えないが，

$$\boldsymbol{F}_{1h} = (\boldsymbol{F}_1 + \boldsymbol{F}_h)$$
$$\boldsymbol{F}_{2h} = (\boldsymbol{F}_2 - \boldsymbol{F}_h)$$

の合力 $\boldsymbol{R}_{12}$ は，前問と同様に求まる。$\boldsymbol{R}_{12}$ は $\boldsymbol{F}_3$ と平行であるため，$\boldsymbol{F}_1$ と $\boldsymbol{F}_2$ の合力を求めた際と同様に，仮想的に $\boldsymbol{F}_h$，$-\boldsymbol{F}_h$ が作用していると考えることにより，合力 $\boldsymbol{R}$ を求めることができる。

５．





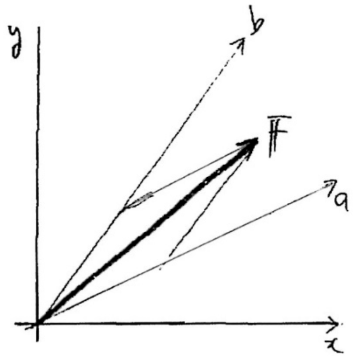
前問と同様に，$\boldsymbol{F_1}$，$\boldsymbol{F_2}$の作用点にそれぞれ$\boldsymbol{F_h}$と$-\boldsymbol{F_h}$が作用していると考える。

$$\boldsymbol{F_{1h}} = (\boldsymbol{F_1} + \boldsymbol{F_h})$$
$$\boldsymbol{F_{2h}} = (\boldsymbol{F_1} - \boldsymbol{F_h})$$

の合力$\boldsymbol{R_{12}}$を前問までと同様に求める。

$\boldsymbol{R_{12}}$と$\boldsymbol{F_3}$は平行な力なので, 同様に$\boldsymbol{F_h}$，$-\boldsymbol{F_h}$が作用していると考え，合力$\boldsymbol{R}$を求める。

６．



$$\boldsymbol{k_a} = \frac{1}{\sqrt{2^2+1^2}}\begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\frac{2}{\sqrt{5}}\\\frac{1}{\sqrt{5}}\end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{k_b} = \frac{1}{\sqrt{3^2+4^2}}\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\frac{3}{5}\\\frac{4}{5}\end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{k_a} = \left(\frac{2}{\sqrt{5}}\mathrm{N}, \frac{1}{\sqrt{5}}\mathrm{N}\right)$$
$$\boldsymbol{k_b} = \left(\frac{3}{5}\mathrm{N}, \frac{4}{5}\mathrm{N}\right)$$
（答）

７．

$\boldsymbol{F} = \alpha \boldsymbol{k_a} + \beta \boldsymbol{k_b}$

で表せる α， β が存在する。

$$\begin{pmatrix} 6 \\ 5 \end{pmatrix} = \alpha \begin{pmatrix} \dfrac{2}{\sqrt{5}} \\ \dfrac{1}{\sqrt{5}} \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} \dfrac{3}{5} \\ \dfrac{4}{5} \end{pmatrix}$$

すなわち

$$\begin{cases} \dfrac{2}{\sqrt{5}}\alpha + \dfrac{3}{5}\beta = 6 \\ \dfrac{1}{\sqrt{5}}\alpha + \dfrac{4}{5}\beta = 5 \end{cases}$$

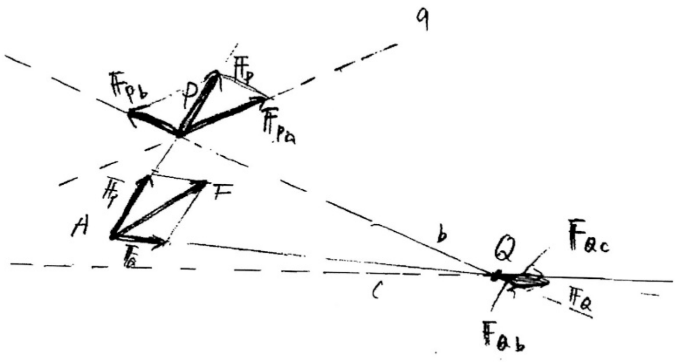
この連立方程式を解くと

$\alpha = \dfrac{9}{5}\sqrt{5},\ \ \beta = 4$　　よって　　$\boldsymbol{F} = \dfrac{9}{5}\sqrt{5}\,\boldsymbol{k_a} + 4\boldsymbol{k_b}$（答）

確認

$$\left(\begin{aligned} \boldsymbol{F} &= \frac{9}{5}\sqrt{5} \begin{pmatrix} \dfrac{2}{\sqrt{5}} \\ \dfrac{1}{\sqrt{5}} \end{pmatrix} + 4 \begin{pmatrix} \dfrac{3}{5} \\ \dfrac{4}{5} \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \dfrac{18}{5} \\ \dfrac{9}{5} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \dfrac{12}{5} \\ \dfrac{16}{5} \end{pmatrix} \end{aligned} \right)$$

８．



a，b の交点を P，b，c の交点を Q，$\boldsymbol{F}$ の作用点を A とする。

まず，$\boldsymbol{F}$ を AP，AQ 方向

$$\boldsymbol{F} = \boldsymbol{F}_{\mathbf{P}} + \boldsymbol{F}_{\mathbf{Q}}$$

と分解する。

$\boldsymbol{F}_{\mathbf{P}}$，$\boldsymbol{F}_{\mathbf{Q}}$ を作用線上で移動して，作用点をそれぞれ P，Q とする。

ここで $\boldsymbol{F}_{\mathbf{P}}$ を a，b 方向に分解して

$$\boldsymbol{F}_{\mathbf{P}} = \boldsymbol{F}_{\mathbf{Pa}} + \boldsymbol{F}_{\mathbf{Pb}}$$

$\boldsymbol{F}_{\mathbf{Q}}$ を b，c 方向に分解して

$$\boldsymbol{F}_{\mathbf{Q}} = \boldsymbol{F}_{\mathbf{Qb}} + \boldsymbol{F}_{\mathbf{Qc}}$$

を得る。よって

a 方向の力　$\boldsymbol{F}_{\mathbf{a}} = \boldsymbol{F}_{\mathbf{Pa}}$

b 方向の力　$\boldsymbol{F}_{\mathbf{b}} = \boldsymbol{F}_{\mathbf{Pb}} + \boldsymbol{F}_{\mathbf{Qb}}$

c 方向の力　$\boldsymbol{F}_{\mathbf{c}} = \boldsymbol{F}_{\mathbf{Qc}}$　　　　　（答）

を得る。

２－２　ドリル問題

問題１

・すもう，ゲンコツ，体重計，など。

問題２

物の質量を m，地球の質量を M とする。物と地球に作用する力は mg である。物の加速度は g であり，約 9.8m/s^2 であるから，観察が容易である。一方，地球の加速度は $\frac{m}{M}g$ である。$M \fallingdotseq 6\times10^{24}$ kg であるから，仮に $m=1$kg とすると，地球の加速度は $\frac{9.8}{6}\times10^{-24}$ m/s^2 と極めて小さく，観察は容易ではない。

問題３

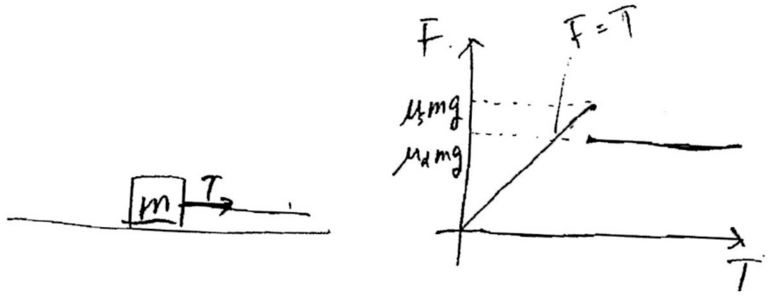
$60\times9.8\times0.4=235.2\,\mathrm{N}\fallingdotseq235\mathrm{N}$　（答）

問題４

$60\times9.8\times\mu=200$

$\mu\fallingdotseq0.340$　（答）

問題５



μ_s を静摩擦係数

μ_d を動摩擦係数　とする。

一般に $\mu_s > \mu_d$ である。

$$\begin{cases} F=T & (T<\mu_s mg) \\ F=\mu_d\, mg & (T \geqq \mu_s mg) \end{cases}$$

問題６

$$9.8=\frac{G\times1\times M}{(6400\times10^3)^2}$$

$$M=\frac{(6400\times10^3)^2\times9.8}{G} \qquad (G=6.67\times10^{-11}\,\mathrm{m^3\cdot s^{-2}\cdot kg^{-1}})$$

$\fallingdotseq 60.2\times10^{23}$kg（答）

問題７

$$F = \frac{GmM}{r^2} = \frac{6.67\times10^{-11}\times60\times5000}{(1.5)^2}$$
$$= 8.89\times10^{-6}\ \mathrm{N}$$ （答）

問題８

$$g_{\mathrm{moon}} = \frac{GM_{\mathrm{moon}}}{r^2} = \frac{6.67\times10^{-11}\times7.34\times10^{22}}{\left(1738\times10^{3}\right)^2}$$
$$\fallingdotseq 1.62\mathrm{m/s^{-2}}$$ （答）
$$1\times g_{\mathrm{moon}} = 1.62\ \mathrm{N}$$ （答）

２－２　演習問題

１．

$F = kx$

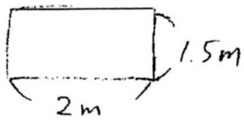
$[\mathrm{N}] = k\,[\mathrm{m}] \qquad k = \dfrac{[\mathrm{N}]}{[\mathrm{m}]} = [\mathrm{N \cdot m^{-1}}]$

$= [\mathrm{kg \cdot m \cdot s^{-2} \cdot m^{-1}}]$

$= [\mathrm{kg \cdot s^{-2}}]$（答）

２．

$$D = \frac{1}{2} \times 1.2 \times 3 \times 0.3 \times V^2$$



$A \fallingdotseq 3\mathrm{m}^2$

$50\,\mathrm{km/h} = 13.9\,\mathrm{m/s}$

$100\,\mathrm{km/h} = 27.8\,\mathrm{m/s}$

$150\,\mathrm{km/h} = 41.7\,\mathrm{m/s}$

$$\begin{cases} D_{50\mathrm{km/h}} = 104\,\mathrm{N} \\ D_{100\mathrm{km/h}} = 417\,\mathrm{N} \\ D_{150\mathrm{km/h}} = 939\,\mathrm{N} \end{cases}$$（答）

３．車の質量を 1000kg とする。

$F = 0.01 \times 10^3\,\mathrm{kg} \times 9.8$

$= 98\,\mathrm{N}$（答）

$98 = \dfrac{1}{2} \times 1.2 \times 3 \times 0.3 \times V^2$

$V = \sqrt{\dfrac{98}{\frac{1}{2} \times 1.2 \times 3 \times 0.3}} = 13.47\,\mathrm{m/s} \fallingdotseq 48.5\,\mathrm{km/h}$（答）

４．

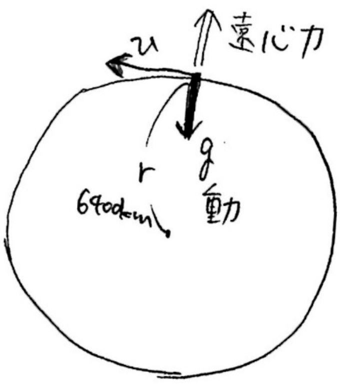
遠心力による加速度 $\dfrac{v^2}{r}$ と重力加速度 g がつり合うので

$\dfrac{v^2}{r} = g$

$v = \sqrt{rg} = \sqrt{(6400 \times 10^3) \times 9.8}$

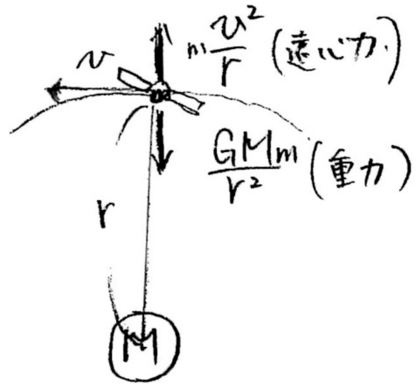
$\fallingdotseq 7.92 \times 10^3\ \mathrm{m/s}$（答）

なお，これを第 1 宇宙速度とよぶ。



５．

地球の自転に合わせて動くことになるので，長さ $2\pi r$ の円軌道を 1 日で回ることになる。よって，衛星の速度 v は



$$v=\frac{2\pi r}{24\times 3600}\ \text{[m/s]}$$

である。

また，遠心力と重力が等しくなる状態なので

$$m\frac{v^2}{r}=\frac{GMm}{r^2}$$

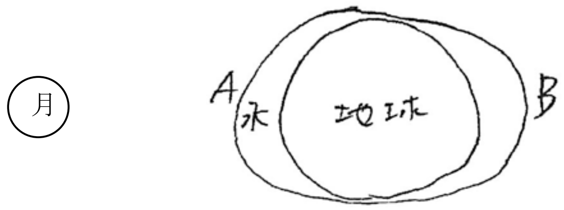
$$\frac{\left(\dfrac{2\pi r}{24\times 3600}\right)^2}{r}=\frac{GM}{r^2}$$

$$r=\sqrt[3]{\frac{6.67\times 10^{-11}\times 6.0\times 10^{24}}{\left(\dfrac{2\pi}{24\times 3600}\right)^2}}=4.230\times 10^{7}\,\mathrm{m}=4.23\times 10^{4}\,\mathrm{km}\ （答）$$

$$v=\frac{2\pi r}{24\times 3600}=3.08\,\mathrm{km/s}\ （答）$$

６．

月と地球のみ考え，太陽の重力は無視する。



・A 側

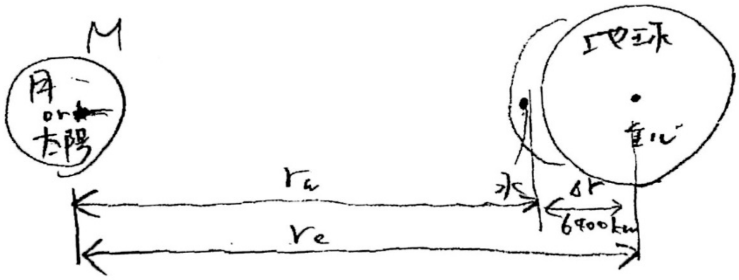
月に近い側は，月の重力により，水が地球より月側に引き寄せられることにより，水位が上がる。

・B 側

水よりも地球の重心の方が月に近い。このため，地球の方が水よりも月からの重力が大きく，月に引き寄せられる。このため，B 側でも満潮となる。

7．

潮の干満は，下図の r_w と r_e の違いによる月 or 太陽からの重力差に起因する。



すなわち

$$\Delta g=\frac{GM}{{r_w}^2}-\frac{GM}{{r_e}^2}$$
$$=GM\left(\frac{1}{(r_e-\Delta r)^2}-\frac{1}{{r_e}^2}\right)$$
$$\fallingdotseq\frac{GM\Delta r}{{r_e}^3}$$

Δr ：地球の半径　6.4×10^6 m

r_e ：地球　⇔　太陽間　1.5×10^{11} m

地球　⇔　月　間　3.8×10^8 m

M：太陽の質量　2.0×10^{30} kg

月　の質量　7.35×10^{22} kg

よって，太陽による Δg は

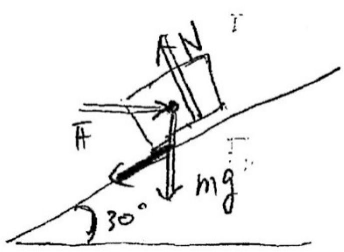
$$\Delta g=\frac{G\Delta r\times2.0\times10^3}{(1.5\times10^{11})^3}=6\times10^{-4}G\Delta r$$

月による Δg は

$$\Delta g=\frac{G\Delta r\times7.35\times10^{22}}{(3.8\times10^8)^3}=1.3\times10^{-3}G\Delta r$$

よって，月による重力差の方が 2 倍少し大きいことがわかる。

8．



斜面に沿った力が

$$F\cos30^\circ-mg\sin30^\circ-\mu(F\sin30^\circ+mg\cos30^\circ)>0$$

を満たせば物体は押し上がる。

すなわち，

$$F>\frac{mg(\sin30^\circ+\mu\cos30^\circ)}{(\cos30^\circ-\mu\sin30^\circ)}=1040\,\mathrm{N}$$ （答）

２－３　ドリル問題

問題１

$$3\times 20 = 60\ \mathrm{N\cdot m}$$ （答）

問題２

$$3\times 20\sin 30^\circ = 30\ \mathrm{N\cdot m}$$ （答）

問題３

$$\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B} = \begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}4\\5\\6\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5\\7\\9\end{pmatrix}$$ （答）

$$\boldsymbol{A}-\boldsymbol{B} = \begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}4\\5\\6\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-3\\-3\\-3\end{pmatrix}$$ （答）

$$\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B} = (1,\ \ 2,\ \ 3)\begin{pmatrix}4\\5\\6\end{pmatrix} = 4+10+18=32$$ （答）

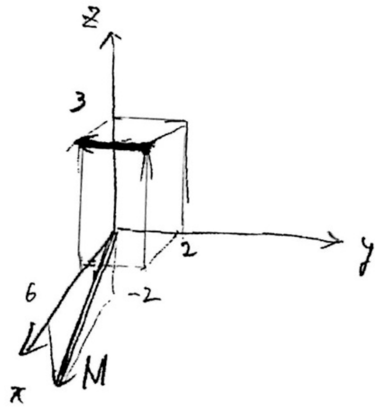
$$\begin{aligned}\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{B} &= \begin{pmatrix}\boldsymbol{i} & \boldsymbol{j} & \boldsymbol{k}\\ 1 & 2 & 3\\ 4 & 5 & 6\end{pmatrix}\\ &= (2\times 6-3\times 5)\boldsymbol{i}+(3\times 4-1\times 6)\boldsymbol{j}+(1\times 5-2\times 4)\boldsymbol{k}\\ &= -3\boldsymbol{i}+6\boldsymbol{j}-3\boldsymbol{k}\\ &= \begin{pmatrix}-3\\6\\-3\end{pmatrix}\end{aligned}$$ （答）

問題４

$$\begin{aligned}\boldsymbol{N} &= (6,\ \ 1,\ \ 0)\times(-3,\ \ 1,\ \ 0)\\ &= \begin{vmatrix}\boldsymbol{i} & \boldsymbol{j} & \boldsymbol{k}\\ 6 & 1 & 0\\ -3 & 1 & 0\end{vmatrix} = 9\boldsymbol{k}\end{aligned}$$

9 N・m（答）

問題５



問題６

$$\boldsymbol{N}=\begin{vmatrix}\boldsymbol{i} & \boldsymbol{j} & \boldsymbol{k}\\ 1 & 2 & 3\\ 0 & -2 & 0\end{vmatrix}=6\boldsymbol{i}-2\boldsymbol{k}=\begin{pmatrix}6\\0\\-2\end{pmatrix}=\left(6\mathrm{N}\cdot\mathrm{m},0,-2\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}\right)$$ （答）

問題７

力の系，すなわち合力と合モーメントを求める。

$$\boldsymbol{R}=\begin{pmatrix}4\\1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-2\\1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-2\\2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\4\end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{N}=\begin{vmatrix}\boldsymbol{i} & \boldsymbol{j} & \boldsymbol{k}\\ -1 & -2 & 0\\ 4 & 1 & 0\end{vmatrix}+\begin{vmatrix}\boldsymbol{i} & \boldsymbol{j} & \boldsymbol{k}\\ 2 & 2 & 0\\ -2 & 1 & 0\end{vmatrix}+\begin{vmatrix}\boldsymbol{i} & \boldsymbol{j} & \boldsymbol{k}\\ -1 & 2 & 0\\ -2 & 2 & 0\end{vmatrix}$$

$$=7\boldsymbol{k}+6\boldsymbol{k}+2\boldsymbol{k}=15\boldsymbol{k}$$

合力 $\boldsymbol{R}$　（0，4N）

合モーメント　15 N･m（答）

問題８

$0.4\times100=40$ N･m　反時計まわり（答）

２－３　演習問題

１．

・合力

$$\frac{\sqrt{2}}{2}\begin{pmatrix}100\\100\end{pmatrix}+\frac{\sqrt{2}}{2}\begin{pmatrix}-50\\-50\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}25\sqrt{2}\mathrm{N}\\25\sqrt{2}\mathrm{N}\end{pmatrix}$$（答）

・合モーメント

$$0.25\times\frac{\sqrt{2}}{2}100+0.75\times\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}50\right)=-\frac{25}{4}\sqrt{2}\ \mathrm{N\cdot m}$$（答）

２．

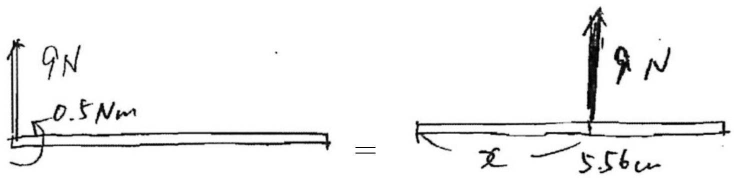
・合力

$$\begin{pmatrix}0\\2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0\\4\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0\\3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\9\mathrm{N}\end{pmatrix}$$（答）

・合モーメント

$N=0.05\times4+0.1\times3=0.5\ \mathrm{N\cdot m}$（答）

３．



「３つの力と同等な単一の力」とは，前問の「合力」のこと。したがって９N。（答）

$$9x=0.5$$

$$x=\frac{0.5}{9}=5.56\ \mathrm{cm}$$（答）

４．

・合力

$$\boldsymbol{R}=2\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}+3\begin{pmatrix}-\sin30^\circ\\\cos30^\circ\end{pmatrix}+4\begin{pmatrix}-\sin30^\circ\\-\cos30^\circ\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}2-\frac{3}{2}-\frac{4}{2}\\0+\frac{3\sqrt{3}}{2}-\frac{4\sqrt{3}}{2}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-\frac{3}{2}\mathrm{N}\\-\frac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{N}\end{pmatrix}$$（答）

・合モーメント

$$\boldsymbol{N}=\begin{vmatrix}\boldsymbol{i}&\boldsymbol{j}&\boldsymbol{k}\\l&0&0\\-\frac{3}{2}&\frac{3\sqrt{3}}{2}&0\end{vmatrix}+\begin{vmatrix}\boldsymbol{i}&\boldsymbol{j}&\boldsymbol{k}\\\frac{l}{2}&\frac{\sqrt{3}l}{2}&0\\-2&-2\sqrt{3}&0\end{vmatrix}=\frac{3\sqrt{3}}{2}l\boldsymbol{k},\quad\frac{3\sqrt{3}}{2}l\ [\mathrm{N\cdot m}]$$

（答）

[別解１]　　作用線が点 A を通らない力は，点 B を通る力だけなので点 B を通る力を $\overrightarrow{F_B}$ と書くと，2 次元の外積の定理より，

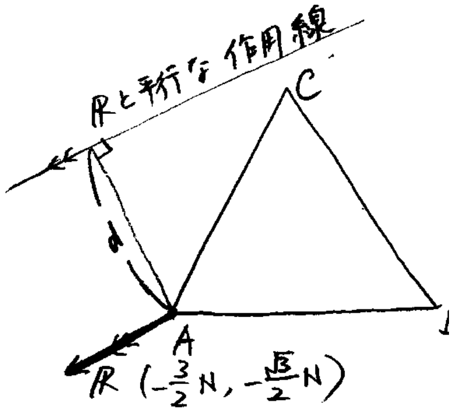
$$N=\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{F_B}=(l,0)\times\left(-\frac{3}{2},\frac{3}{2}\sqrt{3}\right)=\quad l\times\frac{3}{2}\sqrt{3}-\left(-\frac{3}{2}\right)\times 0=\frac{3}{2}\sqrt{3}l\quad[\mathrm{N\cdot m}]$$

(答)

[別解２]　　作用線が点 A を通らない力は，点 B を通る力だけなので，辺 BC と点 A の距離が $\frac{\sqrt{3}}{2}l$ であることを考慮すると，点 A まわりのモーメント N は，反時計回りに

$$N=\frac{\sqrt{3}}{2}l[\mathrm{m}]\times 3[\mathrm{N}]=\frac{3\sqrt{3}}{2}l\quad[\mathrm{N\cdot m}]$$ (答)

５．



作用線と点 A の距離を d とする。

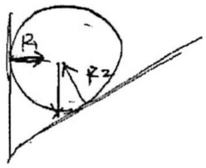
$$d|\boldsymbol{R}|=d\sqrt{\left(-\frac{3}{2}\right)^2+\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}=|\boldsymbol{N}|=\frac{3\sqrt{3}}{2}l$$

よって

$d=\frac{3}{2}l$　　　（答）

２－４　ドリル問題

問題１



・力のつり合い

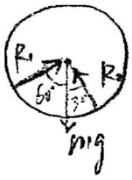
水平： $R_1 - R_2 \sin 30^\circ = 0$

垂直： $R_2 \cos 30^\circ - mg = 0$

力のモーメントは 0。

$R_1 = \dfrac{\sqrt{3}}{3}mg$（点 A での力），$R_2 = \dfrac{2\sqrt{3}}{3}mg$（点 B での力）（答）

問題２



・力のつり合い

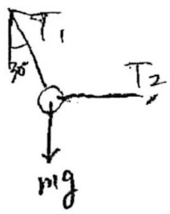
水平： $R_1 \sin 60^\circ - R_2 \sin 30^\circ = 0$

垂直： $R_1 \cos 60^\circ + R_2 \cos 30^\circ - mg = 0$

力のモーメントは 0。

$R_1 = \dfrac{1}{2}mg$（60° 斜面からの力），$R_2 = \dfrac{\sqrt{3}}{2}mg$（30° 斜面からの力）（答）

問題３



・力のつり合い

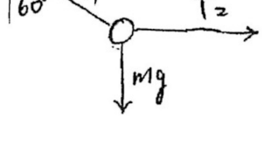
水平： $-T_1 \sin 30^\circ + T_2 = 0$

垂直： $T_1 \cos 30^\circ - mg = 0$

力のモーメントは 0。

$T_1 = \dfrac{2\sqrt{3}}{3}mg$（糸 1 の張力），$T_2 = \dfrac{\sqrt{3}}{3}mg$（糸 2 の張力）（答）

問題４



・力のつり合い

水平方向： $-T_1 \sin 60^\circ + T_2 = 0$

垂直方向： $T_1 \cos 60^\circ - mg = 0$

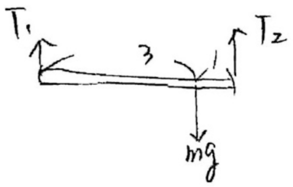
$T_1 = 2mg,\ \ T_2 = \sqrt{3}mg$（糸 2 の張力）（答）

問題５　支点まわりのモーメントは

$$
\begin{aligned}
N &= x \times 5 - (1 - x) \times 8 \\
&= 13x - 8 \\
&= 0
\end{aligned}
$$

$x = \dfrac{8}{13}\mathrm{m}$　（答）

問題 6



物体をつり下げた点まわりの力のモーメントを計算する。

・力のモーメントのつり合い

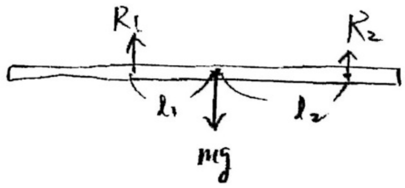
$$-3T_1+T_2=0$$

・力のつり合い

垂直方向：$T_1+T_2-mg=0$ （答）

$T_1=\frac{1}{4}mg$ （糸 1 の張力），$T_2=\frac{3}{4}mg$ （糸 2 の張力）（答）

問題 7



・力のつり合い

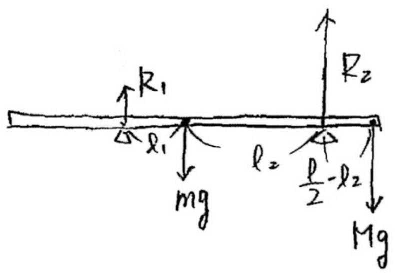
$$R_1+R_2-mg=0$$

・G まわりの力のモーメント

$$-l_1R_1+l_2R_2=0$$

$R_1=\frac{l_2}{l_1+l_2}mg$（点 A の力），$R_2=\frac{l_1}{l_1+l_2}mg$（点 B の力）（答）

問題 8



・力のつり合い

$$R_1+R_2-mg-Mg=0$$

・G まわりのモーメント

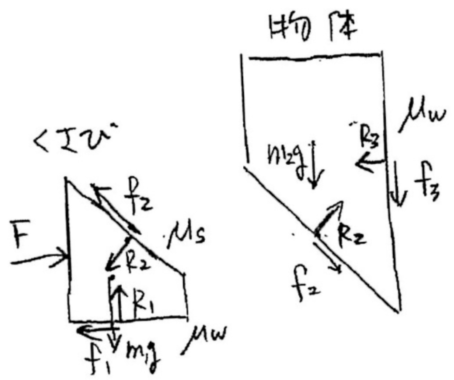
$$-l_1R_1+l_2R_2-\frac{l}{2}Mg=0$$

$R_1=\frac{2l_2(M+m)g-lMg}{2(l_1+l_2)}$ （点 A の力），

$R_2=\frac{2l_1(M+m)g-lMg}{2(l_1+l_2)}$ （点 B の力）　（答）

２－４　演習問題

１．



動き出す面と面の間には下記の

$f_1 = \mu_w R_1$

$f_2 = \mu_s R_2$

$f_3 = \mu_w R_3$

の摩擦力が発生しているはずである。

・くさびの力のつり合い

水平： $F - \frac{1}{2}\left(1+\sqrt{3}\mu_s\right)R_2 - \mu_w R_1 = 0$

垂直： $R_1 - \frac{1}{2}\left(\sqrt{3}-\mu_s\right)R_2 - m_1 g = 0$

・物体の力のつり合い

水平： $\frac{1}{2}\left(1+\sqrt{3}\mu_s\right)R_2 - R_3 = 0$

垂直： $\frac{1}{2}\left(\sqrt{3}-\mu_s\right)R_2 - \mu_w R_3 - m_2 g = 0$

$$R_1 = m_1 g + \frac{\left(\sqrt{3}-\mu_s\right)m_2 g}{\sqrt{3}-\mu_s-\mu_w-\sqrt{3}\mu_w\mu_s}$$

$$R_2 = \frac{2m_2 g}{\sqrt{3}-\mu_s-\mu_w-\sqrt{3}\mu_w\mu_s}$$

$$R_3 = \frac{\left(1+\sqrt{3}\mu_s\right)m_2 g}{\sqrt{3}-\mu_s-\mu_w-\sqrt{3}\mu_w\mu_s}$$

$$F = \frac{1}{2}(1+\sqrt{3}\mu_s)R_2 + \mu_w R_1$$

$$= \frac{(1+\sqrt{3}\mu_s)m_2 g}{\sqrt{3}-\mu_s-\mu_w-\sqrt{3}\mu_w\mu_s} + \mu_w\left\{m_1 g + \frac{(\sqrt{3}-\mu_s)m_2 g}{\sqrt{3}-\mu_s-\mu_w-\sqrt{3}\mu_w\mu_s}\right\}$$

$$= \frac{(1+1.732\times 0.2)\times 100\times 9.8}{1.732-0.2-0.3-1.732\times 0.3\times 0.2} + 0.3\left\{10\times 9.8 + \frac{(1.732-0.2)\times 100\times 9.8}{1.732-0.2-0.3-1.732\times 0.3\times 0.2}\right\}$$

$= 1598.3\mathrm{N} \fallingdotseq 1600\mathrm{N}$　（答）

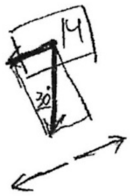
２．

張力 T によりつり合う質量が最大であることから，回転軸まわりのモーメントを考え，

$$R_2 \times m_{\max} g = R_1 T$$

$$m_{\max} = \frac{R_1}{R_2}T$$　（答）

３．



物体は自重により，斜面を下る方向に$\frac{1}{2}Mg$の力を受けている。

これに抗する摩擦力は最大$\frac{\sqrt{3}}{2}Mg\cdot\mu$である。したがって，おもりによる張力 mg は

$$\frac{\sqrt{3}}{2}\mu Mg + mg \geqq \frac{1}{2}Mg$$

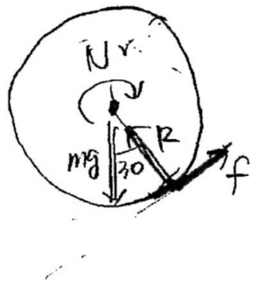
$$mg \leqq \frac{1}{2}Mg + \frac{\sqrt{3}}{2}\mu Mg$$

を満たす必要がある。よって，

$$\frac{1-\sqrt{3}\mu}{2}M \leqq m \leqq \frac{1+\sqrt{3}\mu}{2}M$$

すなわち，$32.7\,\mathrm{kg} \leqq m \leqq 67.3\,\mathrm{kg}$　（答）

４．



円柱がつり合うためには

・力のつり合い

斜面方向：$f - mg\sin 30^\circ = 0$

斜面法線方向：$R - mg\cos 30^\circ = 0$

・力のモーメントのつり合い（中心まわり）

$-N + rf = 0$

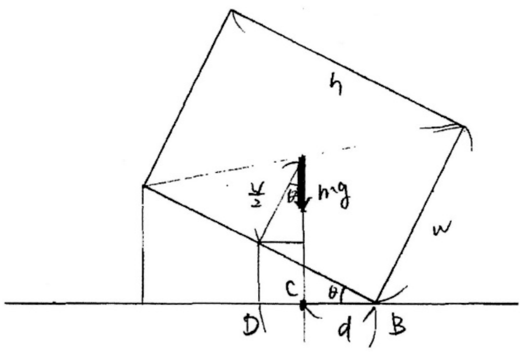
$f = mg\sin 30^\circ$

よって

$$N = rf = r\,mg\sin 30^\circ$$

$$= 0.5\times 10\times 9.8\times\frac{1}{2} = 24.5\ \mathrm{N\cdot m}$$（答）

5．



点 B まわりの重力のモーメントを計算するには，d が求まると楽である。

C，D を図のようにおく。

$$\mathrm{BD}=\frac{h}{2}\cos\theta$$

$$\mathrm{CD}=\frac{w}{2}\sin\theta$$

である。よって

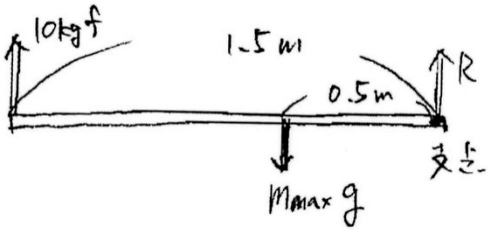
$$d=\mathrm{BD}-\mathrm{CD}=\frac{h\cos\theta-w\sin\theta}{2}$$

F による点 B まわりのモーメントと重力によるモーメントのつり合いより

$$-Fh\sin\theta+mg\frac{h\cos\theta-w\sin\theta}{2}=0$$

$$F=\frac{h\cos\theta-w\sin\theta}{h\sin\theta}mg$$ （答）

6．



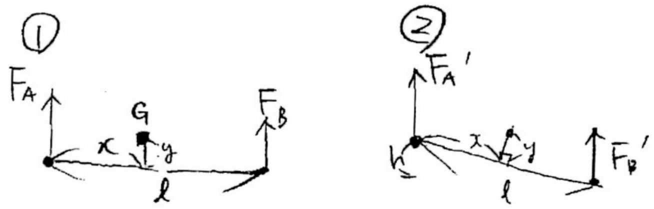
最大秤量時は上図の状態でつり合うはずである。

支点まわりのモーメントのつり合いより

$$-1.5\times10g+0.5m_{\max}g=0$$

$$m_{\max}=\frac{1.5}{0.5}\times10=30\mathrm{kg}$$ （答）

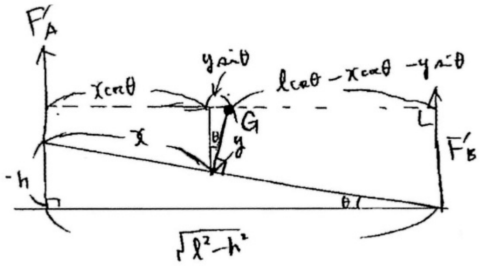
7．



重心の位置を図の x, y で表す。
①の状態より G まわりのモーメントは 0 になるから

$$-xF_\mathrm{A}+(l-x)F_\mathrm{B}=0$$

$$x=\frac{lF_\mathrm{B}}{F_\mathrm{A}+F_\mathrm{B}} \quad \cdots\cdots ⓐ \qquad （答）$$



h だけ前輪を上げた際は左のようになる。
G まわりのモーメントはつり合うので

$$-(x\cos\theta+y\sin\theta)F_\mathrm{A}'+(l\cos\theta-x\cos\theta-y\sin\theta)F_\mathrm{B}'=0$$

よって

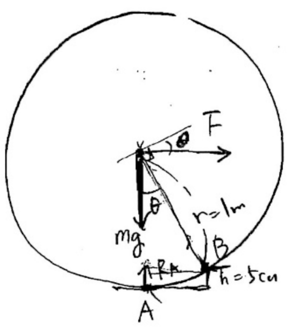
$$y=\frac{\cos\theta\{l\,F_\mathrm{B}'-(F_\mathrm{A}'+F_\mathrm{B}')x\}}{(F_\mathrm{A}'+F_\mathrm{B}')\sin\theta}$$

ⓐを代入して

$$y=\frac{\cos\theta}{\sin\theta}\frac{l(F_\mathrm{B}'-F_\mathrm{B})}{(F_\mathrm{A}'+F_\mathrm{B}')} \qquad \left(\begin{array}{l}\cos\theta=\dfrac{\sqrt{l^2-h^2}}{l}\\ \sin\theta=\dfrac{h}{l}\end{array}\right)$$

$$y=\frac{\sqrt{l^2-h_2}}{h}\;\frac{l(F_\mathrm{B}'-F_\mathrm{B})}{(F_\mathrm{A}'+F_\mathrm{B}')} \quad （答）$$

8．



乗り上げる際には点 A において抗力が 0 でも点 B まわりのモーメントが 0 以下（時計まわり）になることが必要である。
点 B まわりの力のモーメントは

$$r\sin\theta\cdot mg-r\cos\theta\cdot F\leqq 0$$

$$F\geqq\frac{\sin\theta}{\cos\theta}mg=\tan\theta\cdot mg$$

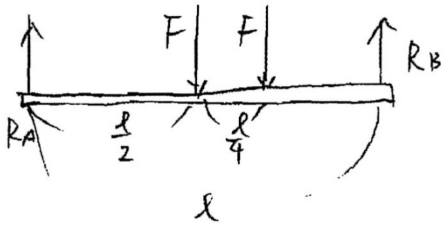
$$\tan\theta=\frac{\sqrt{2rh-h^2}}{r-h}$$ であるから

$$F\geqq\frac{\sqrt{2rh-h^2}}{r-h}mg$$

$$=\frac{\sqrt{2\times1\times0.05-(0.05)^2}}{0.95}\times50\times9.8=161\,\mathrm{N} \quad （答）$$

２－５　ドリル問題

問題１



・力のつり合い

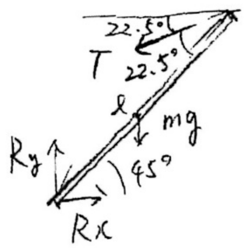
$$R_{\mathrm{A}} - F - F + R_{\mathrm{B}} = 0$$

・点 A まわりのモーメントのつり合い

$$-\frac{l}{2}F - \left(\frac{l}{2} + \frac{l}{4}\right)F + lR_{\mathrm{B}} = 0$$

よって　$R_{\mathrm{A}} = \dfrac{3}{4}F$ （点 A の力），$R_{\mathrm{B}} = \dfrac{5}{4}F$ （点 B の力）（答）

問題２



・力のつり合い

水平：$R_x - T\cos 22.5^\circ = 0$

垂直：$R_y - mg - T\sin 22.5^\circ = 0$

・ヒンジまわりのモーメントのつり合い

$$-\frac{l}{2}mg\sin 45^\circ + lT\sin 22.5^\circ = 0$$

よって張力は，

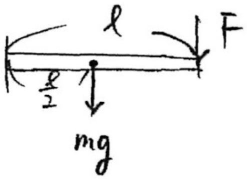
$$T = mgl\frac{\sin 45^\circ}{2\sin 22.5^\circ} = mg\cos 22.5^\circ$$ （答）

ヒンジから受ける力は，

$$R_x = T\cos 22.5^\circ = mg\left(\cos 22.5^\circ\right)^2$$ （答）

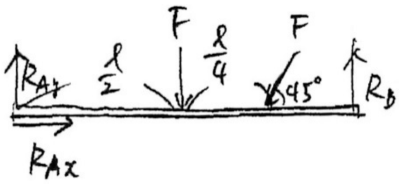
$$\begin{aligned} R_y &= mg + T\sin 22.5^\circ \\ &= mg + mg\cos 22.5^\circ \times \sin 22.5^\circ \\ &= mg + \frac{1}{2}mg\sin 45^\circ = \left(\frac{4+\sqrt{2}}{4}\right)mg \end{aligned}$$ （答）

問題３



$$\begin{aligned} N &= \frac{l}{2}mg + lF \\ &= l\left(\frac{mg}{2} + F\right) \end{aligned}$$ （答）

問題４



・力のつり合い

水平： $R_{Ax}-\dfrac{\sqrt{2}}{2}F=0$

垂直： $R_{Ay}-F-\dfrac{\sqrt{2}}{2}F+R_{B}=0$

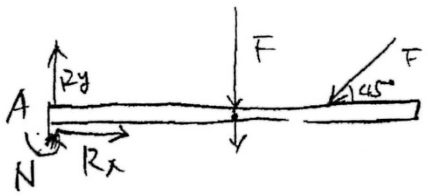
・点 A まわりの力のモーメント

$$-\frac{l}{2}F-\frac{3}{4}l\left(\frac{\sqrt{2}}{2}F\right)+lR_{B}=0$$

よって

$$\begin{cases} R_{B}=\dfrac{4+3\sqrt{2}}{8}F \\ R_{Ax}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}F \\ R_{Ay}=\dfrac{2+\sqrt{2}}{2}F-R_{B}=\dfrac{4+\sqrt{2}}{8}F \end{cases}$$ （答）

問題５



・力のつり合い

水平方向： $R_{x}-\dfrac{\sqrt{2}}{2}F=0$

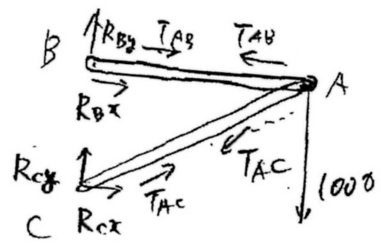
垂直方向： $R_{y}-F-\dfrac{\sqrt{2}}{2}F=0$

・モーメントのつり合い（点 A まわり）

$$N-\frac{1}{2}lF-\frac{3}{4}l\frac{\sqrt{2}}{2}F=0$$

$R_{x}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}F$, $R_{y}=\dfrac{2+\sqrt{2}}{2}F$, $N=\dfrac{4+3\sqrt{2}}{8}lF$ （答）

問題 6



部材はピン継手なのでモーメントは生じない。ピンにおける力のつり合いを考える。

部材には、図に示すように T_{AC}, T_{AB} の張力が働いていると仮定する。つり合いの式は下記のようになる。

・ピン A

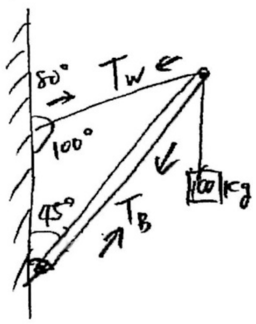
水平方向：$-T_{\mathrm{AB}}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}T_{\mathrm{AC}}=0$

垂直方向：$-\dfrac{1}{2}T_{\mathrm{AC}}-1000=0$

よって，$T_{\mathrm{AC}}=-2000\,\mathrm{N}$，$T_{\mathrm{AB}}=1000\sqrt{3}\,\mathrm{N}$ （答）

ここで，T_{AC} は負になった。すなわち，部材 AC の点 A には，最初に想定した点 C への向きと逆向きの力 2000N と，左向きに $1000\sqrt{3}\,\mathrm{N}$ の力が働くことがわかる。

問題 7



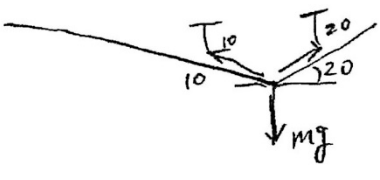
ワイヤの張力を T_{w}，棒材の張力を T_{B} とする。
クレーン先端での力のつり合いは

水平方向：$-T_{\mathrm{w}}\sin 80^\circ-\dfrac{\sqrt{2}}{2}T_{\mathrm{B}}=0$

垂直方向：$-T_{\mathrm{w}}\cos 80^\circ-\dfrac{\sqrt{2}}{2}T_{\mathrm{B}}-100g=0$

よって　$T_{\mathrm{w}}=\dfrac{100g}{\sin 80^\circ-\cos 80^\circ}$［N］（答）

問題 8



リフトがつってある点において力がつり合う。

水平方向：$-T_{10}\cos 10^\circ+T_{20}\cos 20^\circ=0$

垂直方向：$T_{10}\sin 10^\circ+T_{20}\sin 20^\circ-mg=0$

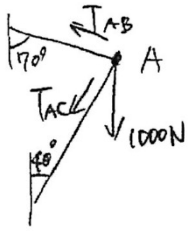
$$T_{10}=\frac{\cos 20^\circ}{\sin 10^\circ\times\cos 20^\circ+\cos 10^\circ\times\sin 20^\circ}mg$$

$$=\frac{\cos 20^\circ}{\sin 30^\circ}mg=2mg\cos 20^\circ=300g\cos 20^\circ\text{［N］（答）}$$

$$T_{20}=T_{10}\frac{\cos 10^\circ}{\cos 20^\circ}=300g\cos 10^\circ\text{［N］（答）}$$

２－５　演習問題

１．



・点 A における力のつり合い

　水平方向： $-T_{\mathrm{AB}}\sin 70^\circ - T_{\mathrm{AC}}\sin 40^\circ = 0$

　垂直方向： $T_{\mathrm{AB}}\cos 70^\circ - T_{\mathrm{AC}}\cos 40^\circ - 1000 = 0$

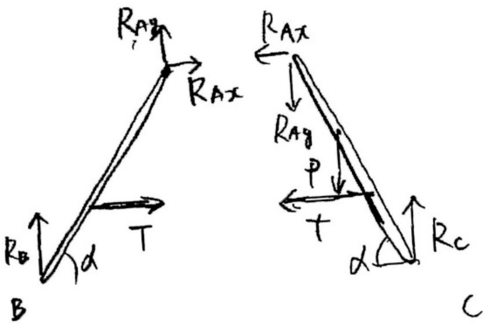
よって

$$T_{\mathrm{AB}} = \frac{\sin 40^\circ}{\sin 40^\circ + \cos 70^\circ + \cos 40^\circ \sin 70^\circ} \times 1000$$

$$= \frac{\sin 40^\circ}{\sin 110^\circ} \times 1000 = 684 \ \ \mathrm{N}$$ （答）

$$T_{\mathrm{AC}} = -\frac{\sin 70^\circ}{\sin 110^\circ} \times 1000 = -1000 \ \mathrm{N}$$ （答）

２．



それぞれのはしごの自由体図を描く。

・はしご AB のつり合い

　力のつり合い

　　水平： $T + R_{\mathrm{A}x} = 0$

　　垂直： $R_{\mathrm{B}} + R_{\mathrm{A}y} = 0$

　点 A におけるモーメントのつり合い

　　$hT - l\cos\alpha\, R_{\mathrm{B}} = 0$

・はしご AC のつり合い

　力のつり合い

　　水平： $-T - R_{\mathrm{A}x} = 0$

　　垂直： $-R_{\mathrm{A}y} - P + R_{\mathrm{C}} = 0$

　点 A におけるモーメントのつり合い

　　$-\left(l - a\right)\cos\alpha \times P - hT + l\cos\alpha \times R_{\mathrm{C}} = 0$

よって　$T = \dfrac{aP\cos\alpha}{2h} = \dfrac{2.1 \times 1000 \times \cos 60^\circ}{2 \times 1.5} = 350\,\mathrm{N}$ （答）

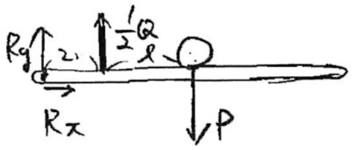
ちなみに，$R_{\mathrm{A}x} = -\dfrac{aP\cos\alpha}{2h}$

$$R_{\mathrm{A}y} = -\frac{aP}{2l}$$

$$R_{\mathrm{B}} = \frac{aP}{2l}$$

$$R_{\mathrm{C}} = \frac{2l - a}{2l}P$$

３．下の棒を上に引いているワイヤの張力は$\frac{4}{8}Q$であるから



・力のつり合い

水平方向：$R_x = 0$

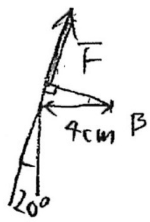
垂直方向：$R_y + \frac{1}{2}Q - P = 0$

・支点まわりのモーメントのつり合い

$$2\times\frac{1}{2}Q - (2+l)P = 0$$

よって，$l = \frac{Q}{P} - 2 = \frac{1250}{250} - 2 = 3\mathrm{m}$　（答）

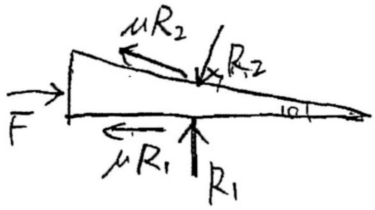
４．引き抜く力を F とすると，点 B まわりのモーメントのつり合いを考える。
引き抜く力 F の腕の長さ BC は，$0.04\cos 20^\circ$[m]となるので，モーメントのつり合いは



$$0.3\times 200 = 0.04\cos 20^\circ \times F$$

$$F = \frac{0.3\times 200}{0.04}\cos 20^\circ \fallingdotseq 1410\ \mathrm{N}$$（答）

５．



自由体図を描く。

・くさびのつり合い

水平：$F - \mu R_1 - \mu R_2\cos 10^\circ - R_2\sin 10^\circ = 0$　…①

垂直：$R_1 - R_2\cos 10^\circ + \mu R_2\sin 10^\circ = 0$　…②

・物体のつり合い

水平：$\mu R_2\cos 10^\circ + R_2\sin 10^\circ - R_3\sin 60^\circ - \mu R_3\cos 60^\circ = 0$　…③

垂直：$-\mu R_2\sin 10^\circ + R_2\cos 10^\circ + R_3\cos 60^\circ - \mu R_3\sin 60^\circ - Mg = 0$　…④

③　④より

$$R_2 = \frac{Mg}{(-\mu\sin 10^\circ + \cos 10^\circ) + \frac{(-\mu\sin 60^\circ + \cos 60^\circ)(\mu\cos 10^\circ + \sin 10^\circ)}{\mu\cos 60^\circ + \sin 60^\circ}}$$

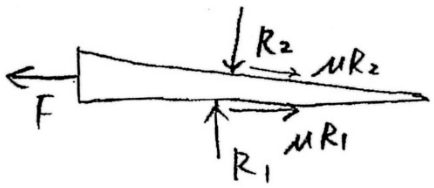
これに具体的な数字を入れると

$R_2 \fallingdotseq 93.9\,\mathrm{N}$

$R_1 = \left(-\mu\sin 10^\circ + \cos 10^\circ\right)R_2 \fallingdotseq 876\,\mathrm{N}$

$F = \mu R_1 + \left(\mu\cos 10^\circ + \sin 10^\circ\right)R_2 \fallingdotseq 703\,\mathrm{N}$ （答）

６．



前問と摩擦力の向きが逆になる。

・くさびのつり合い

水平： $-F + \mu R_1 + \mu R_2\cos 10^\circ - R_2\sin 10^\circ = 0$ …①

垂直： $R_1 - R_2\cos 10^\circ - \mu R_2\sin 10^\circ = 0$ …②

・物体のつり合い

水平： $-\mu R_2\cos 10^\circ + R_2\sin 10^\circ - R_3\sin 60^\circ + \mu R_3\cos 60^\circ = 0$ …③

垂直： $\mu R_2\sin 10^\circ + R_2\cos 10^\circ + R_3\cos 60^\circ + \mu R_3\sin 60^\circ - Mg = 0$ …④

③　④より

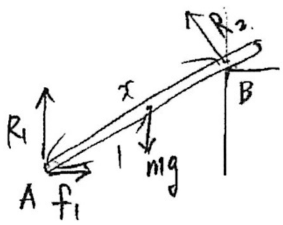
$$R_2 = \frac{Mg}{\left(\mu\sin 10^\circ + \cos 10^\circ\right) + \dfrac{\left(\mu\sin 60^\circ + \cos 60^\circ\right)\left(-\mu\cos 10^\circ + \sin 10^\circ\right)}{-\mu\cos 60^\circ + \sin 60^\circ}}$$

$\fallingdotseq 1080\ \mathrm{N}$

$R_1 = \left(\mu\sin 10^\circ + \cos 10^\circ\right)R_2 \fallingdotseq 1120\,\mathrm{N}$

$F = \mu R_1 + \left(\mu\cos 10^\circ - \sin 10^\circ\right)R_2 \fallingdotseq 467\,\mathrm{N}$ （答）

７．



・力のつり合い

水平： $f_1 - R_2\dfrac{1}{x} = 0$

垂直： $R_1 - mg + R_2\dfrac{\sqrt{x^2-1}}{x} = 0$

・点 A まわりのモーメントのつり合い

$-\dfrac{\sqrt{x^2-1}}{x}mg + xR_2 = 0$

これを解くと

$R_1 = \dfrac{x^3 - x^2 + 1}{x^3}mg$

$R_2 = \dfrac{\sqrt{x^2-1}}{x^2}mg$

$f_1 = \dfrac{\sqrt{x^2-1}}{x^3}mg$

摩擦力 f_1 が最大 μR_1 までしか発生しないので

$f_1 \leqq \mu R_1$

が求める条件である。すなわち

$$0.3\left(x^3 - x^2 + 1\right) - \sqrt{x^2 - 1} \geqq 0$$

を満たす x（ただし，$1 < x \leqq 2$）が安定の条件である。（答）

なお，この式は手計算では解けないので，コンピュータを使ってグラフを描いて求めると

$1 < x \leqq 1.048$

を得る。