２章　問題解答

２－１　演習問題

１．

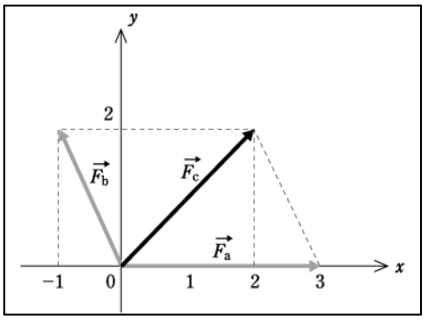
①　運動　　②　変形

２．

重力，張力，摩擦力，万有引力，弾性力，電気力，磁力など

３．

(1)



(2)　$\vec{F}_c$＝(2.0，2.0)より

$$\left|\vec{F}_c\right|^2 = \sqrt{2.0^2 + 2.0^2} = 2\sqrt{2} = 2.8\mathrm{N}$$ (答)

４．

$$F_x = F\cos 60° = 10 \times \frac{1}{2} = 5.0\mathrm{N}$$ (答)

$$F_y = F\sin 60° = 10 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3} = 5 \times 1.7 = 8.5\mathrm{N}$$ (答)

2－2　演習問題

１．

糸が引く力Ｓを水平成分と鉛直成分に分けて考えると，

水平成分：$Sx = S\sin\theta$

鉛直成分：$Sy = S\cos\theta$

となる。これらが F，W とつりあうので，

水平方向のつりあい：$F = S\sin\theta$ (答)

鉛直方向のつりあい：$W = S\cos\theta$ (答)

２．

問題１．より，鉛直方向のつり合いの式は

$$W = S\cos\theta = S\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}S$$

となる。ここで， $W = mg = 10\mathrm{kg}\times 9.8\mathrm{m/s^2} = 98\mathrm{N}$ なので，

$$\frac{\sqrt{3}}{2}S = 98$$

$$S = \frac{2}{\sqrt{3}}\times 98 = \frac{2}{1.7}\times 98 = 115.2 = 1.2\times 10^2\mathrm{N} \quad (答)$$

また，水平方向のつりあいの式は，

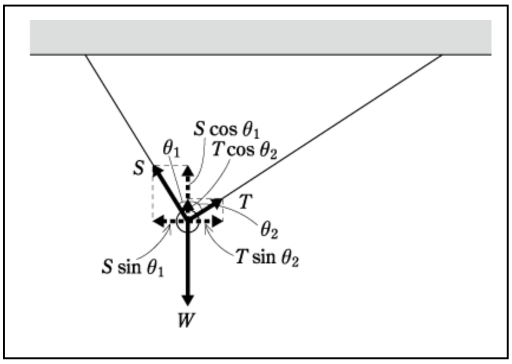
$$F = S\sin\theta = S\sin 30^\circ = \frac{1}{2}S$$

である。よって，

$$F = \frac{1}{2}S = \frac{115.2}{2} = 57.6 = 58\mathrm{N} \quad (答)$$

３．

(1)



図より，

水平方向： $S\sin\theta_1 = T\sin\theta_2$

鉛直方向： $S\cos\theta_1 + T\cos\theta_2 = W$

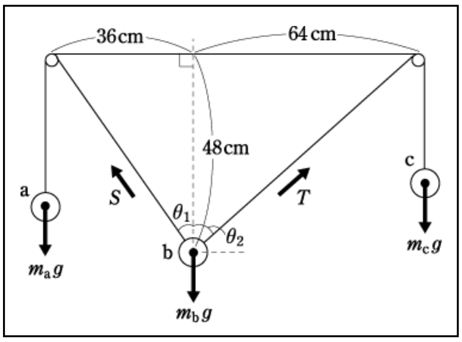
(2) (1)より，つり合いの式は

水平方向： $S\sin 30^\circ = T\sin 60^\circ \Rightarrow \frac{1}{2}S = \frac{\sqrt{3}}{2}T \Rightarrow S = \sqrt{3}T$

鉛直方向： $S\cos 30^\circ + T\cos 60^\circ = W \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2}S + \frac{1}{2}T = 4.0$

となる。よって， S=3.4 N， T=4.0 N (答)

４．



図のように，小球bにおいて鉛直方向とひものなす角をθ_1，θ_2とする。問題３．(1)に当てはめて考えると，

$$S = m_a, \quad T = m_c$$

$$\sin\theta_1 = \frac{36}{\sqrt{48^2+36^2}} = \frac{3}{\sqrt{4^2+3^2}} = \frac{3}{5}, \quad \cos\theta_1 = \frac{4}{5}$$

$$\sin\theta_2 = \frac{64}{\sqrt{64^2+48^2}} = \frac{4}{\sqrt{3^2+4^2}} = \frac{4}{5}, \quad \cos\theta_2 = \frac{3}{5}$$

となる。よって，

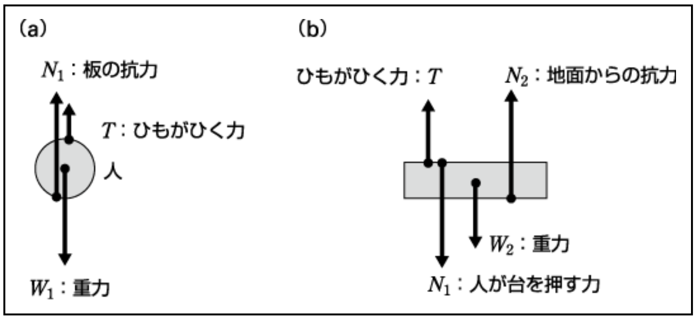
$$\frac{3}{5}m_a = \frac{4}{5}m_c, \quad \Rightarrow \quad m_a : m_c = 4:3,$$

$$\frac{4}{5}m_a + \frac{3}{5}m_c = m_b, \quad \Rightarrow \quad \frac{5}{4}m_a = m_b, \quad \Rightarrow \quad m_a : m_b = 4:5,$$

したがって，$m_a ; m_b : m_c = 4:5:3$　(答)

５．

(1)



人にかかる重力：W_1。ひもが引く力：T，台の抗力：N_1，台にかかる重力：W_2，人が台を押す力：N_1'，地面の抗力：N_2，とおくと，

人についての力のつり合いは　$N_1 + T = W_1$　（図ａ）

台についての力のつり合いは　$N_2 + T = N_1' + W_2$　（図ｂ）

(2)　(1)より，

$$N_1 = W_1 - T$$

板は，これと等しい力N_1'で押されるので，$W_1 - T$　(答)

(3)　(1)より，$N_2 = N_1' + W_2 - T = (W_1 - T) + W_2 - T = W_1 + W_2 - 2T$　(答)

(4)　$N_2 = 0$となるときなので，$N_2 = W_1 + W_2 - 2T = 0$

したがって，$T = \dfrac{W_1 + W_2}{2}$　(答)

(5)　人が台に乗ったままなので，$N_1 > 0$，$W_1 > T$　を満たせばよい。

すなわち，$W_1 > \dfrac{W_1 + W_2}{2}$　したがって，$W_1 > W_2$　(答)

※この答は，「人が台よりも重ければよい」ということを示している。言われてみれば，納得できる条件ではないだろうか。

６．

ばねに働く力を F，ばねの伸びを x，ばね定数を k と示すこととする。

(1)　重力は（質量）×（重力加速度）：mg で求められるので，

$$mg = 3.0\text{kg} \times 9.8\text{m/s}^2 = 29.4\text{N} \qquad F = 29\text{N} \quad (答)$$

(2)　ばねの伸びをm単位に換算すると

$$x = 1.5\text{cm} = 1.5 \times 10^{-2}\text{m}$$

となる。ここで，フックの法則（F=kx）より，ばね定数 k は，

$$k = \frac{F}{x} = \frac{29.4\text{N}}{1.5 \times 10^{-2}\text{m}} = 19.6 \times 10^2\,\text{N/m}$$

したがって，$2.0 \times 10^3\,\text{N/m}$　(答)

(3)　ここでは $x = 10\text{cm} = 0.10\text{m}$ である。(1)(2)より，F=kx=mg から，

$$m = \frac{kx}{g} = \frac{(19.6 \times 10^2\,\text{N/m}) \times 0.10\text{m}}{9.8\text{m/s}^2} = 2.0 \times 10^1\text{kg} \quad 20\text{kg}\ (答)$$

７．

物体に働く重力は，大きさ Mg [N]で鉛直下向きである。

(1)　ばね A，B は並列なので，伸びは等しく，これを x [m]とする。フックの法則より，それぞれのばねに働く弾性力は，大きさが k_1x，k_2x [N]で，鉛直上向きである。

よって，弾性力と重力のつり合いの式は

$$k_1x + k_2x - Mg = 0$$

$$x = \frac{Mg}{k_1 + k_2} \quad (答)$$

(2)　全体を 1 本のばねとみなしたとき，そのばねの弾性力は大きさ kx(N)で上向きと表せる。

よって，(1)より，弾性力と重力のつり合いの式は

$$kx - Mg = 0$$

$$k = k_1 + k_2 \quad (答)$$

８．

この場合は，二つのばねの伸びは等しくない。これらを x_1，x_2 [m]とする。

(1)　$x' = x_1 + x_2$[m]を求める。

物体に直接働く弾性力と重力のつり合いの式は

$$k_2x - Mg = 0$$

したがって

$$x_2 = \frac{Mg}{k_2}$$

となる。物体とばね B を一つの物体とみなして，ばねの重さは無視できるものとすると

$$k_1x - Mg = 0$$

したがって

$$x_1 = \frac{Mg}{k_1}$$

となる。よって，$x' = x_1 + x_2 = \left(\dfrac{1}{k_1} + \dfrac{1}{k_2}\right)Mg$　となる。(答)

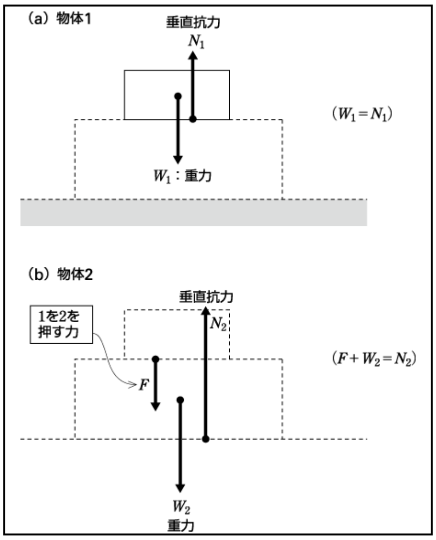
(2)　全体を1本のばねとみなしたとき，そのばねの弾性力は大きさ $k'x'$ (N)で上向きと表せる。よって，①より弾性力と重力のつり合いの式は

$$k'x' - Mg = 0, \qquad \Rightarrow \qquad x' = \frac{Mg}{k'}$$

したがって

$$\frac{1}{k'} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} \qquad \left(k' = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}\right) \quad (答)$$

9．

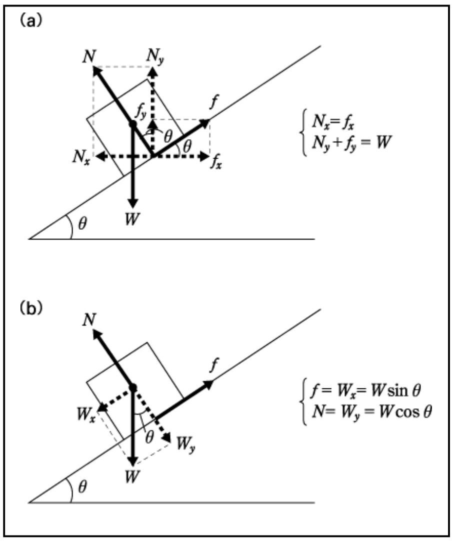


N_1：垂直抗力
（物体2が物体1を押す力）
（物体1が物体2に押される力）
F：物体1が物体2を押す力
（物体2が物体1に押される力）
N_2：垂直抗力
（地面が物体2を押す力）
（物体2が地面に押される力）

物体1については，図aに示した力が働く。W_1 は重力で，物体1の重心から鉛直下向きに働く。N_1 は垂直抗力で，W_1 とつり合うために物体2との接触面から鉛直上向きに働く。

物体2については，図bに示した力が働く。W_2 は重力で，物体2の重心から鉛直下向きに働く。F は物体1が2を押す力で，物体1との接触面から鉛直下向きに働く。N_1 は垂直抗力で，W_2 とFの合力とつり合うために地面から鉛直上向きに働く。

１０．



(1)　水平成分と鉛直成分に分解すると，図 a のようになる。力のつりあいは，

水平方向のつりあい： $Nx = fx$　　すなわち　$N\sin\theta = f\cos\theta$

鉛直方向のつりあい： $Ny + fy = W$　　すなわち　$N\cos\theta + f\sin\theta = W$

となる。

(2)　斜面に平行な成分と斜面に垂直な成分に分解すると，図 b のようになるので，力のつり合いは，

斜面に平行な成分のつりあい： $f = Wx = W\sin\theta$

斜面に垂直な成分のつりあい： $N = Wy = W\cos\theta$

１１．

(1)　問題 10．(1)より，力のつり合いは，

水平方向　：　$N\sin 30° = f\cos 30°$　　すなわち、$\frac{1}{2}N = \frac{\sqrt{3}}{2}f$　，

よって　　$N = \sqrt{3}f$

鉛直方向　：　$N\cos 30° + f\sin 30° = W$

すなわち、 $\frac{\sqrt{3}}{2}N + \frac{1}{2}f = W$

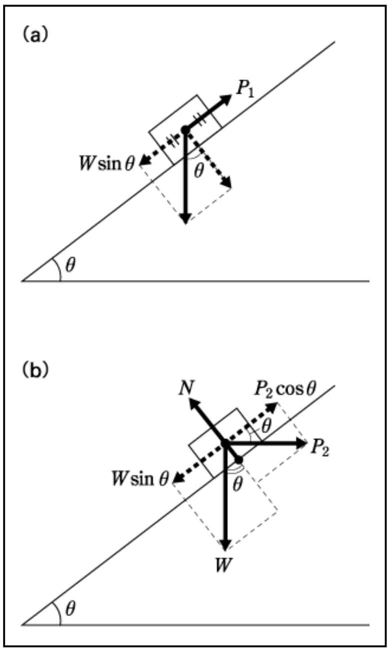
となる。

(2)　問題 10．(2)より，力のつり合いは

斜面に平行　：　$f = W\sin 30° = \frac{1}{2}W$

斜面に垂直　：　$N = W\cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}W$

１２．



(1)　図 a より，重力 W の斜面に平行な成分は $W\sin\theta$ なので，

$P_1 = W\sin\theta$　(答)

(2)　図 b より，P_2 の斜面に平行な成分は $P_2\cos\theta$ なので

$P_2\cos\theta = W\sin\theta$

したがって $\left(\tan\theta = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}\text{より}\right)$

$P_2 = W\tan\theta$　(答)

(3)　(1)(2)より，

$$2P_1 = P_2 \quad \Leftrightarrow \quad 2W\sin\theta = W\tan\theta \quad \Leftrightarrow \quad \cos\theta = \frac{1}{2}$$

したがって

$\theta = 60°$　(答)

2－3　演習問題

１．

(1)　$l_A : l_B = F_B : F_A$ より，$l_A : l_B = 10 : 20 = 1 : 2$

よって，

$$l_A = 60\times\frac{1}{1+2} = 20\text{cm}, \qquad l_B = 60\times\frac{2}{1+2} = 40\text{cm} \qquad (\text{答})$$

となる。$\vec{F}_C$は、$\vec{F}_A$，$\vec{F}_B$の合力$\vec{F}$とつりあうのでその大きさは

$$F_C = F_A + F_B = 20 + 10 = 30\text{N} \qquad (\text{答})$$

(2)　$l_A : l_B = F_B : F_A$ より，$l_A : l_B = 60 : 15 = 4 : 1$

よって，

$$l_A = 150 \times \frac{4}{4+1} = 120\text{cm}, \qquad l_B = 150 \times \frac{1}{4+1} = 30\text{cm} \quad (答)$$

となる。$\vec{F}_C$は、$\vec{F}_A$, $\vec{F}_B$の合力$\vec{F}$とつりあうのでその大きさは

$$F_C = F_A + F_B = 15 + 60 = 75\text{N} \quad (答)$$

(3)　$\vec{F}_C$は、$\vec{F}_A$, $\vec{F}_B$の合力$\vec{F}$とつりあうので，$F_C = F_A + F_B$より

$$F_B = F_C - F_A = 60 - 10 = 50\text{N} \quad (答)$$

$l_A : l_B = F_B : F_A$ より，$l_A : l_B = 50 : 10 = 5 : 1$

よって，

$$l_A = 36 \times \frac{5}{5+1} = 30\text{cm}, \qquad l_B = 36 \times \frac{1}{5+1} = 6.0\text{cm} \quad (答)$$

２．

剛体のつり合いの条件は

・力のベクトルの和が$\vec{0}$である。　（⇒移動し始めない）

・任意の点のまわりの力のモーメントの和が0である。

（⇒回転し始めない）

の２点である。よって，

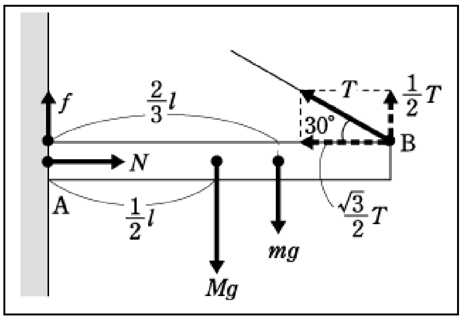
・$\overrightarrow{F_a} + \overrightarrow{F_b} + \overrightarrow{F_c} = \vec{0}$

・$N_a + N_b + N_c = 0$　すなわち，$-F_a l_a + (-F_b l_b) + F_c l_c = 0$

となる。

３．

(1)　棒には図のような力がはたらく。



A 点のまわりの力のモーメントのつりあいの式を立てると，

（$N = Fl$　および　$N_1 + N_2 + N_3 + \cdots = 0$ より）

$$\frac{1}{2}T\times l+(-Mg\times\frac{1}{2}l)+(-mg\times\frac{2}{3}l)=0 \qquad \therefore T=Mg+\frac{4}{3}mg$$

鉛直方向の力のつり合いの式を立て，Tを代入すると

$$f+\frac{1}{2}T+(-Mg)+(-mg)=0 \text{ より} \qquad \therefore f=\frac{1}{2}Mg+\frac{1}{3}mg$$

水平方向の力のつり合いの式を立て，Tを代入すると，

$$N-\frac{\sqrt{3}}{2}T=0 \text{ より} \qquad \therefore N=\frac{\sqrt{3}}{2}Mg+\frac{2\sqrt{3}}{3}mg$$

(2)　すべる限界のとき，摩擦力は最大静止摩擦力 $f=\mu N$ となる。$M=\frac{2}{3}m$ のとき，

①より

$$T=Mg+\frac{4}{3}mg=2mg, \quad f=\frac{1}{2}Mg+\frac{1}{3}mg=\frac{2}{3}mg,$$

$$N=\frac{\sqrt{3}}{2}Mg+\frac{2\sqrt{3}}{3}mg=\sqrt{3}mg$$

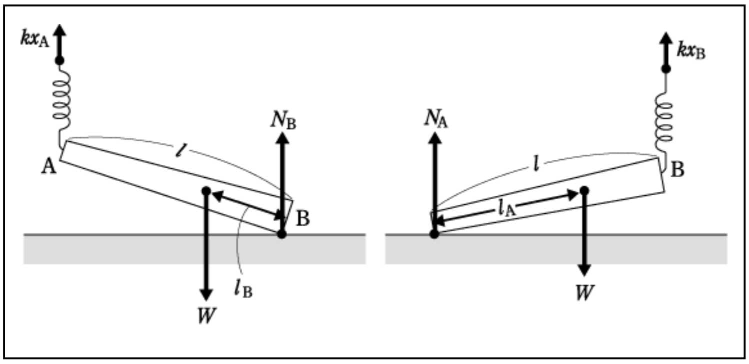
となるので，

$$f=\mu N \quad \Rightarrow \quad \frac{2}{3}mg=\mu\times\sqrt{3}mg$$

$$\therefore \mu=\frac{2\sqrt{3}}{9}\approx 0.38$$

４．

(1)



ばねの弾性力は，A 端を持ち上げたとき kx_A [N]，B 端を持ち上げたとき kx_B [N] である。

A 端だけを持ち上げたときに B 端が床から受ける垂直抗力を N_B [N]，逆の場合を N_A [N]とし，棒の重さを W[N]とする。

上図左より B のまわり，上図右より A のまわりの力のモーメントのつり合いの式をつくると，$N=Fl$ より，

$$kx_A l=Wl_B=W(l-l_A)$$
$$kx_B l=Wl_A$$

より，2式の辺々を加えて，

$$kl(x_{\mathrm{A}} + x_{\mathrm{B}}) = W(l_{\mathrm{A}} + l_{\mathrm{B}}) = Wl$$

$$\therefore W = k(x_{\mathrm{A}} + x_{\mathrm{B}}) \,[\mathrm{N}]$$

(2)　(1)で求めたWを$kx_{\mathrm{B}}l$の式に代入して，

$$kx_{\mathrm{B}}l = k(x_{\mathrm{A}} + x_{\mathrm{B}}) \times l_{\mathrm{A}}$$

$$\therefore l_{\mathrm{A}} = \frac{x_{\mathrm{B}}}{x_{\mathrm{A}} + x_{\mathrm{B}}} \times l \,[\mathrm{m}]$$