4章　問題解答

４－１　演習問題

１．

(1)　発車時は，バスの進行方向（前向き）に力が働く。

つり革や手すりなどつかまっているところから進行方向にバスが人を引いている（つり革の場合斜めになるが，前向きの分力がある）。

また，床と靴との間で，前向きに摩擦力が働いている。乗客が慣性の法則によりその場にとどまろうとするが，床と靴の間に働く摩擦力で前向きに引きずられる。

もし，どこにもつかまっていなくて摩擦力も働いていなかったら（つるつるの床だったら），乗客は慣性により，バスの動きについてゆかずそのまますべるだろう（バスの後部座席にぶつかるまで）。

(2)　停車時は，バスの後方向きに力が働く。

等速直線運動をしていた乗客は，慣性の法則によりそのまま進み続けようとするのに対して，バスは減速・停止しようとしている。そのとき，つり革や手すりなどにつかまっていると，後ろ向きに引っ張られることになる。

また，慣性により前に進む速度を保とうとしている乗客（の靴）と床との間に，後ろ向きに摩擦力が働いている。

以上，(1)，(2)の解説は，バスの外から乗客を観測した場合に乗客に働いている力である。でも，我々が実際にバスに乗った時の体験としては，発車するときは後ろ向きに，停車するときは前向きに力を感じているのではないだろうか？

じつは，教科書で今まで述べてきた力の働き方は，力が働く物体の外側に観測する人がいる場合である。我々が実際にバスに乗っている場合は，実際に力が働く物体に観測する人がいる場合に相当する。その場合，バスが発車する前は，観測者とバスの間には力が働いていないので，慣性の法則により観測者はバスに対して静止した状態を保とうとする。

一方，発車するまたは停止する際には，実際に，バスを動かそうまたは止めようとする力が働いている。

だから，バスに乗っている観測者は，バスには外部から力が働いている一方でバスに対して静止した状態を保とうとするので，結果としてバスに働く力の方向とは逆の方向に（バスに対して静止した状態を保つための）仮想的な力が働く。これを，慣性力という。

円運動している観測者が感じる外側にふられるように感じる力も，同じ慣性力である。円運動している際に感じる慣性力を，特に遠心力という。

２．

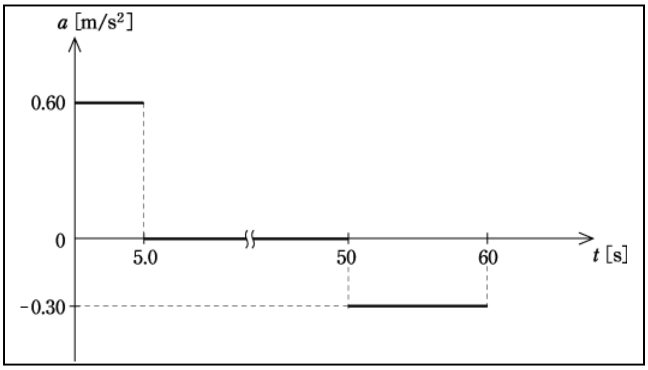
(1)　v–t グラフの各区間の加速度は次のようになる。

Ａ：$0 \le t \le 5.0\text{s}\quad a = \dfrac{3.0}{5.0} = 0.60\text{m/s}^2$

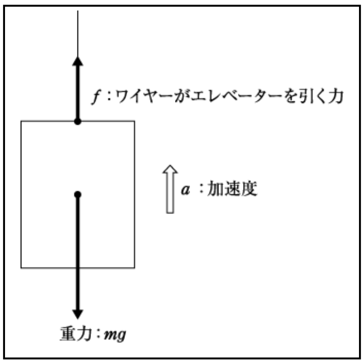
Ｂ：$5.0\text{s} < t \le 50\text{s}\quad a = 0\text{m/s}^2$

　C ： $50\mathrm{s} < t \leq 60\mathrm{s}$　$a = \dfrac{-3.0}{10} = -0.30\mathrm{m/s^2}$

よって，a-t グラフは，次図のようになる。



(2)　エレベーターに働く力は次図のように表せるので，運動方程式 $ma = F$ より（鉛直上向きを正として）



$ma = f - mg$　　（答）

となる。

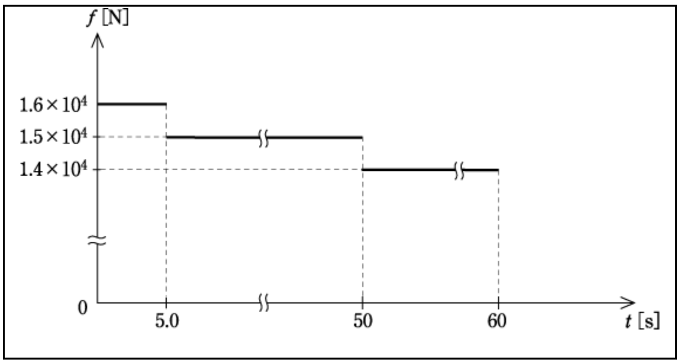
(3)　(2) より，$f = m(a+g)$ を各区間で求めると，次のようになる。

　A ： $0 \leq t \leq 5.0\mathrm{s}$　$f = 1.5\times10^3 \times (0.60+9.8) = 15.6\times10^3 \approx 1.6\times10^4\,\mathrm{N}$

　B ： $5.0\mathrm{s} \leq t \leq 50\mathrm{s}$　$f = 1.5\times10^3 \times (0+9.8) = 14.7\times10^3 \approx 1.5\times10^4\,\mathrm{N}$

　C ： $50\mathrm{s} \leq t \leq 60\mathrm{s}$　$f = 1.5\times10^3 \times (-0.30+9.8) = 14.25\times10^3 \approx 1.4\times10^4\,\mathrm{N}$

よって，f-t グラフは，次図のようになる。



(4)　3 章より，上昇した高さ y[m]は，$y = y_0 + v_0 t + \dfrac{1}{2}at^2$　求められるので，

A ： $t = 5.0\text{s}$のとき　$y = 0 + 0 \times 5.0 + \frac{1}{2} \times 0.60 \times 5.0^2 = 7.5\text{m}$

B ： $t = 50\text{s}$のとき　$y = 7.5 + 3.0 \times (50 - 5.0) + \frac{1}{2} \times 0 \times (50 - 5.0)^2 = 142.5\text{m}$

C ： $t = 60\text{s}$のとき　$y = 142.5 + 3.0 \times (60 - 50) + \frac{1}{2} \times (-0.30) \times (60 - 50)^2 = 157.5\text{m}$

よって，エレベーターは 157.5m 上昇した。（答）
または，有効数字を考慮すると，$1.6 \times 10^2\text{m}$となる。（答）

【参考】

上昇した高さは，v−t グラフが t 軸と囲む面積から求めることもできる。

$$\Rightarrow \quad y = \frac{1}{2} \times 3.0 \times 5.0 + 3.0 \times (50 - 5.0) + \frac{1}{2} \times 3.0 \times (60 - 50) = 7.5 + 135 + 15 = 157.5\text{m}$$

３．

(1)　運動方程式 $ma = F$ より，左辺は物体の質量と加速度の積なので

$$3.0\text{kg} \times 2.0\text{m/s}^2 = 6.0\text{N} \quad \text{（答）}$$

となる。

(2)　加速度が重力加速度 $g = 9.8\text{m/s}^2$ となるので，運動方程式 $ma = F$ より

$$2.0\text{kg} \times 9.8\text{m/s}^2 = 19.6\text{N}$$

したがって，20N となる。（答）

(3)　運動方程式 $ma = F$ より，

$$4.2\text{kg} \times a\left[\text{m/s}^2\right] = 10.5\text{N}$$

$$a = \frac{10.5}{4.2} = 2.5\text{m/s}^2 \quad \text{（答）}$$

(4)　加速度は，$v = at$ より（1 分は 60s），

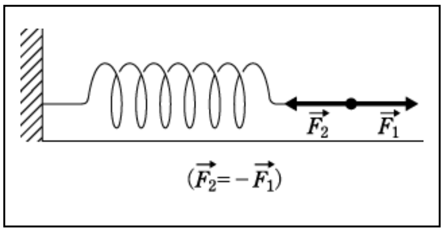
$$a = \frac{v}{t} = \frac{72\text{m/s}}{60\text{s}} = 1.2\text{m/s}^2$$

となる。加えた力は，運動方程式 $ma = F$ より

$$4.0\text{kg} \times 1.2\text{m/s}^2 = 4.8\text{N} \quad \text{（答）}$$

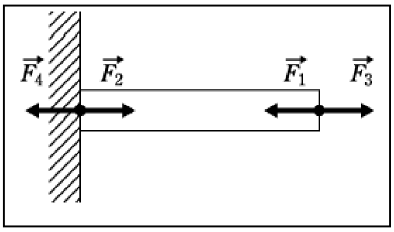
４．

次図のように，手がばねを右向きに $\vec{F}_1$ の力で引き伸ばすと，ばねは縮もうとする弾性力 $\vec{F}_2(= -\vec{F}_1)$ で手を左向きに引く。このとき，$\vec{F}_1$ と $\vec{F}_2$ は作用反作用の関係にある。$\vec{F}_1$ はばねに働く力であり，$\vec{F}_2$ は手に働く力であることに注意。



５．

(1)　この系については，次図に示した力が働く。$\vec{F}_3$は棒が手を押す力で，$\vec{F}_4$は棒が壁を押す力である。



(2)　「つり合いの関係にある力」は，一つの物体に働く力なので，棒に関して（水平方向では）$\vec{F}_1$と$\vec{F}_2$はつり合いの関係にある。

「作用反作用の関係にある力」は，二つの物体に働く力で，$\vec{F}_1$と$\vec{F}_3$　および　$\vec{F}_2$と$\vec{F}_4$がそれぞれ作用反作用の関係にある。

４－２　演習問題

１．

鉛直下向きを正とする。

(1)　加速度は重力加速度と等しくなり，$a = g = 9.8\text{m/s}^2$となる。

$$v = v_0 + at$$

$$y = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$

において，自由落下なので$v_0 = 0\text{m/s}$，落下開始点を原点をするので$y_0 = 0\text{m}$である。

したがって，直接

$$v = at\,,\quad y = \frac{1}{2}at^2$$

を用いてもよい。よって，

$$v = at = gt, \qquad y = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}gt^2 \quad \text{（答）}$$

となる。

(2)　(1)より，t＝2.0s のとき

$v = gt = 9.8 \times 2.0 = 19.6$　20m/s　（答）

$y = \frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2} \times 9.8 \times 2.0^2 = 19.6$　20m　（答）

(3)　(1)より，t＝4.0s のとき

$v = gt = 9.8 \times 4.0 = 39.2$　39m/s　（答）

$$y=\frac{1}{2}gt^2=\frac{1}{2}\times 9.8\times 4.0^2=78.4$$ 78m （答）

(4)　(1)より，t＝8.0s のとき

$$v=gt=9.8\times 8.0=78.4$$ 78m/s （答）

$$y=\frac{1}{2}gt^2=\frac{1}{2}\times 9.8\times 8.0^2=313.6$$ 3.1×10^2 m （答）

(5)　高さ h から自由落下させたとき，

$$h=\frac{1}{2}g{t_1}^2 \quad \Rightarrow \quad t_1=\sqrt{\frac{2h}{g}}$$

高さ $\frac{h}{2}$ から自由落下させたとき

$$\frac{h}{2}=\frac{1}{2}g{t_2}^2 \quad \Rightarrow \quad t_2=\sqrt{\frac{h}{g}}$$

よって，

$$t_1:t_2=\sqrt{\frac{2h}{g}}:\sqrt{\frac{h}{g}}=\sqrt{2}:1$$ （答）

２．

鉛直下向きを正とする。

(1)　加速度は重力加速度と等しくなり，$a=g=9.8\mathrm{m/s^2}$ となる

$$v=v_0+at$$

$$y=y_0+v_0t+\frac{1}{2}at^2$$

において，落下開始点を原点をするので，$y_0=0\mathrm{m}$ である。よって，

$$v=v_0+at=v_0+gt, \qquad y=v_0t+\frac{1}{2}at^2=v_0t+\frac{1}{2}gt^2$$ （答）

となる。

(2)　(1)より，t＝2.0s のとき

$$v=v_0+gt=20+9.8\times 2.0=39.6$$ 40m/s （答）

$$y=v_0t+\frac{1}{2}gt^2=20\times 2.0+\frac{1}{2}\times 9.8\times 2.0^2=59.6$$ 60m （答）

(3)　(1)より，t＝4.0s のとき

$$v=v_0+gt=20+9.8\times 4.0=59.2$$ 59m/s （答）

$$y=v_0t+\frac{1}{2}gt^2=20\times 4.0+\frac{1}{2}\times 9.8\times 4.0^2=158.4$$ 1.6×10^2 m （答）

(4)　(1)より，t＝8.0s のとき。

$$v=v_0+gt=20+9.8\times 8.0=98.4$$ 98m/s （答）

$$y = v_0 t + \frac{1}{2}gt^2 = 20\times 8.0 + \frac{1}{2}\times 9.8\times 8.0^2 = 473.6 \quad 4.7\times 10^2\,\mathrm{m}$$ （答）

３．

鉛直上向きを正とする。

加速度は重力加速度と大きさが等しく向きは逆なので，$a = -g = -9.8\mathrm{m/s^2}$ となる。よって，t 秒後の小球の速さ v と高さ y は，

$$v = v_0 + at = v_0 - gt,$$

$$y = v_0 t + \frac{1}{2}at^2 = v_0 t - \frac{1}{2}gt^2$$

となる。最高到達点では v＝0m/s となるので，そのときの時間を t_1 とおくと，

$$v = v_0 - gt = 0 \qquad \Rightarrow \qquad t_1 = \frac{v_0}{g}$$

であり，小球が地上に戻ってくるにはこの 2 倍の時間が必要なので

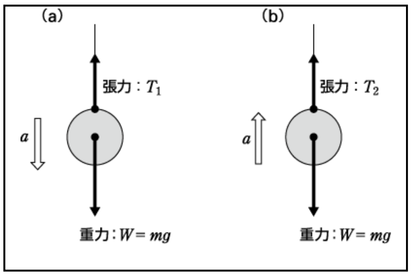
$$2t_1 = \frac{2v_0}{g} = 4.0\mathrm{s} \qquad \Rightarrow \qquad v_0 = 4.0\times\frac{g}{2} = 2.0\times 9.8 = 19.6 \quad 20\mathrm{m/s}$$ （答）

また，$t_1 = 2.0\mathrm{s}$ となるので，このときの高さが最高到達点である。

$$y = v_0 t - \frac{1}{2}gt^2 = 19.6\times 2.0 - \frac{1}{2}\times 9.8\times 2.0^2 = 39.2 - 19.6 = 19.6 \quad 20\mathrm{m}$$ （答）

４．

(1)　次図(a)のように，糸が小球を引く力（糸の張力）T および重力 mg が働く。



(2)　運動方程式 $ma = F$ において，右辺は物体に働く力の合力である。鉛直下向きを正とすると，右辺は $mg - T_1$ である。よって，求める運動方程式は

$$ma = mg - T_1$$ （答）

である。

(3)　鉛直上向きを正とすると，上図(b)より運動方程式の右辺は $T_2 - mg$ である。よって，求める運動方程式は

$$ma = T_2 - mg$$ （答）

である。

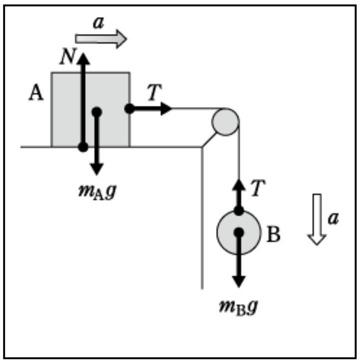
５．

(1)　次図のように，

物体 A：水平方向には糸が物体を引く力 T が働く。

鉛直方向には重力 $m_{\mathrm{A}}g$ と水平面からの垂直抗力 N が働き，この二つの力はつりあっている。

物体 B：糸が物体を引く力 T および重力 $m_{\mathrm{B}}g$ が働く。



(2)　運動方程式 $ma=F$ において，左辺は物体 A の質量と加速度の積であり，右辺は物体 A に働く力（の合力）である。よって，右向きを正とすると求める運動方程式は

$$m_{\mathrm{A}}a=T$$ （答）

である。

(3)　上記と同様に，物体 B では，鉛直下向きを正とすると，右辺が物体 B に働く力の合力なので，求める運動方程式は

$$m_{\mathrm{B}}a=m_{\mathrm{B}}g-T$$ （答）

である。

(4)　(2)，(3)の結果から T を消去すると，

$$m_{\mathrm{B}}a=m_{\mathrm{B}}g-m_{\mathrm{A}}g$$

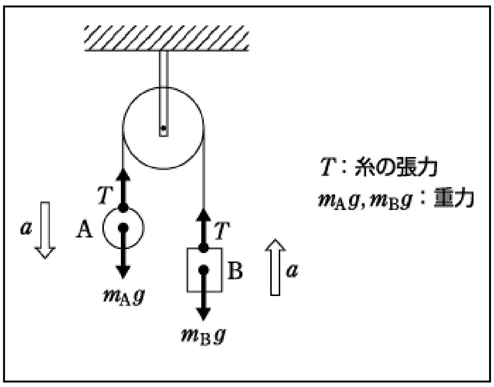
よって，

$$a=\frac{m_{\mathrm{B}}}{m_{\mathrm{A}}+m_{\mathrm{B}}}g,\qquad T=m_{\mathrm{A}}a=\frac{m_{\mathrm{A}}m_{\mathrm{B}}}{m_{\mathrm{A}}+m_{\mathrm{B}}}g$$ （答）

となる。

６．

(1)　次図のように，物体 A，B ともに，糸が物体を引く力 T および重力 mg が働く。



(2)　運動方程式 $ma=F$ において，左辺は物体 A の質量と加速度の積であり，右辺は物体 A に働く力の合力である。よって，鉛直下向きを正とすると求める運動方程式は

$$m_{\mathrm{A}}a=m_{\mathrm{A}}g-T$$ （答）

である。
(3)　同様に，物体Bでは，鉛直上向きを正とすると，右辺が物体Bに働く力の合力なので，求める運動方程式は

$$m_B a = T - m_B g \quad （答）$$

である。
(4)　(2)，(3)の結果から T を消去すると，

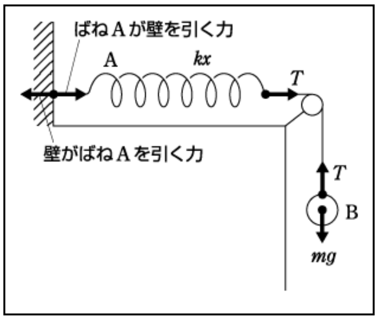
$$m_B a = m_A(g-a) - m_B g \Leftrightarrow (m_A + m_B)a = (m_A - m_B)g$$

よって，

$$a = \frac{m_A - m_B}{m_A + m_B}g, \qquad T = \frac{2m_A m_B}{m_A + m_B}g \quad （答）$$

となる。

7．
(1)　次図のように，



物体A：糸がばねを引く力 T とばねが縮もうとする弾性力 kx が働く。
物体B：糸が物体を引く力 T および重力 $m_B g$ が働く。

(2)　運動方程式 $ma = F$ において，左辺は物体 B の質量と加速度の積であり，右辺は物体Bに働く力の合力なので，求める運動方程式は

$$m_B a = m_B g - T \quad （答）$$

ただし，$T = kx$ である。
(3)　物体Bを離した直後は，ばねの伸び $x = 0$ m なので，①より $T = 0$ N。よって，運動方程式より，

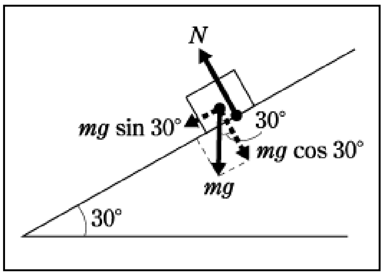
$$m_B a = m_B g - T = m_B g - 0 \quad \Rightarrow \quad a = g \quad （答）$$

(4)　つり合いの位置では，$m_B g = kx$ より，ばねの伸び $x = \dfrac{m_B g}{k}$ となる。よって，運動方程式より，

$$m_B a = 0 \quad \Rightarrow \quad a = 0\ \mathrm{m/s^2} \quad （答）$$

【参考】
つり合いの位置を中心に振動するので，$x = \dfrac{2m_B g}{k}$ が最大の伸びとなる。エネルギー保存則（６章）を用いると，実際にこの数値を求めることができる。

８．



図のように，物体に働く力は重力 mg および斜面から物体への垂直抗力 N である。

斜面に垂直な方向には重力の成分 $mg\cos 30°$ と斜面からの垂直抗力 N が働き，この二つの力はつりあっている。

斜面方向の加速度を下向きに $a\left[\mathrm{m/s^2}\right]$ とすると，運動方程式 $ma = F$ において，右辺は重力の斜面方向の成分 $mg\sin 30°$ であるので，

$$ma = mg\sin 30° \quad \Rightarrow \quad a = g\sin 30° = 9.8\times\frac{1}{2} = 4.9\mathrm{m/s^2} \quad （答）$$

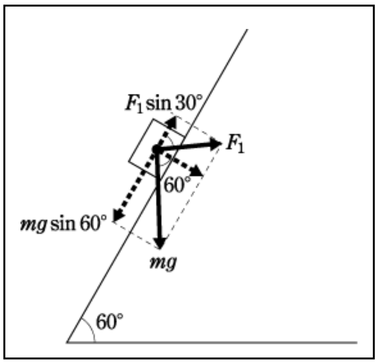
となる。

９．

(1)　次図のように，物体に働く力は

- 水平方向から加えた力を $F_1(N)$
- 物体の重力 mg
- 斜面から物体への垂直抗力 N

である。



斜面方向の加速度を上向きに $a\left[\mathrm{m/s^2}\right]$ とすると，運動方程式 $ma = F$ において，

F は，F_1 [N]の斜面方向の成分 $F_1\cos 60°$ から，重力の斜面方向の成分 $mg\sin 60°$ を引いた値となる。

$$ma = F_1\cos 60° - mg\sin 60°$$

斜面上向きに動くには，$a > 0$ であればよいので，

$$F_1\cos 60° - mg\sin 60° > 0$$

$$mg\sin 60° < F_1\cos 60° \quad \Rightarrow \quad F_1 > mg\tan 60° > \sqrt{3}mg(=17m)\left[\mathrm{N}\right] \quad （答）$$

(2)　m＝3.0kg のとき，(1)より

$$F_1 > \sqrt{3}mg > 1.7\times 3.0\times 9.8 > 49.98$$　（答）50N より大きな力