

## 5章 問題解答

### 5-1 演習問題

1.

円周の長さ $=2\pi$  [m] より

$$v = \frac{2\pi [\text{m}]}{5.00\text{s}} = 1.256\text{m/s} \quad 1.26 \text{ m/s} \quad (\text{答})$$

$$\omega = \frac{2\pi [\text{rad}]}{5.00\text{s}} = 1.256\text{rad/s} \quad 1.26 \text{ rad/s} \quad (\text{答})$$

2.

円周 $=20\pi$  [m] , 周期 $=\frac{20\pi}{1} = 20\pi$  [s],  $1 \text{ min} = 60 \text{ s}$  より, 回転数は

$$\frac{60\text{s}}{20\pi [\text{s}]} = 0.955 \quad 0.96 \text{ 回転} \quad (\text{答})$$

3.

角速度は,  $\omega = \frac{2\pi [\text{rad}]}{60\text{s}} = \frac{\pi}{30}$  [rad/s]であるから, なす角は,  $\theta = \omega t = 0.105t$  [rad]だけ変わることになる。(答)

4.

角速度  $\omega = \frac{\pi}{30}$  [rad/s]より, 進んだ角度は

$$\omega \times 5.0\text{s} = \frac{\pi}{6} \text{ [rad]}$$

となる。この移動距離は

$$\text{移動距離} = \frac{\pi}{6} [\text{rad}] \times 50\text{mm} = 26.1 \quad 26\text{mm} \quad (\text{答})$$

5.

$$\text{中心から円周までかかる時間} = \frac{5.0\text{m}}{0.50\text{m/s}} = 10 \text{ s}$$

$$\omega = 2.0\text{rad/s}$$

$$10\text{s 間の回転角} = 20\text{rad}$$

$$\text{以上より, 回転数} = \frac{20}{2\pi} = 3.18 \quad 3.2 \text{ 回転} \quad (\text{答})$$

6.

円板に対する速さは

$$v_0 = 0.5 \text{ m/s}$$

で、 $t$ [s]後の円板位置の速さは

$$vt(=r)\omega = 0.5\text{m/s} \times t \times 2\text{rad/s} = 1 \times t [\text{m/s}]$$

である。地面に対する人の速さは

$$V = \sqrt{v_0^2 + (vt\omega)^2} = \sqrt{0.5^2 + t^2} = \sqrt{0.25 + t^2} \text{ [m/s]} \quad (\text{答})$$

7.

$$15\text{km/h} = \frac{1.5 \times 10^4 \text{m}}{3600\text{s}} = 4.17\text{m/s}$$

$$\text{タイヤの周長} = 2\pi \times 0.50\text{m} = 3.14\text{m}$$

より、回転速度は

$$\text{回転速度} = \frac{4.17\text{m/s}}{3.14\text{m}} = 1.32 \quad 1.3 \text{ 回転/s} \quad (\text{答})$$

8.

歩いた距離 =  $4.0 \text{ km/h} \times 2.0 \text{ h} = 8.0 \text{ km}$  より、半径  $r$  は

$$r = \frac{8.0}{2\pi} = 1.27 \text{ km} \quad 1.3\text{km} \quad (\text{答})$$

9.

角速度  $\omega$  は、

$$\omega = \frac{2\pi}{2.0\text{h}} = \frac{2\pi}{2.0 \times 3600\text{s}} = 8.72 \times 10^{-4} \quad 8.7 \times 10^{-4} \text{ rad/s} \quad (\text{答})$$

10.

$$\alpha = r\omega^2 = (r\omega)\omega = v\omega \quad (\text{答})$$

11.

$v = r\omega$  より

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{1\text{m/s}}{10\text{m}} = 0.1 \text{ rad/s} \quad (\text{答})$$

$$\alpha = r\omega^2 = 10 \text{ m} \times 0.1^2 [\text{rad/s}]^2 = 0.1 \text{ m/s}^2 \quad (\text{答})$$

12.

$$\alpha = r\omega^2 = 5\text{m} \times 0.1^2 [\text{rad/s}]^2 = 0.05 \text{ m/s}^2 \quad (\text{答})$$

## 5-2 演習問題

1.

振動の式:  $y = A \sin(\omega t + \delta)$ ,  $v = A\omega \cos(\omega t + \delta)$ ,  $\alpha = -A\omega^2 \sin(\omega t + \delta) = -\omega^2 y$

にあてはめて解く。

$$(1) \quad \omega = 1, \quad \delta = 0, \quad T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi, \quad v = 5 \cos t, \quad \alpha = -5 \sin t = -y$$

$$(2) \quad \omega=1, \quad \delta=0, \quad T=2\pi, \quad v=\frac{dy}{dt}=-10\sin t, \quad \alpha=-10\cos t=-y$$

$$(3) \quad \omega=2, \quad \delta=\frac{\pi}{3}, \quad T=\frac{2\pi}{\omega}=\pi, \quad v=2\cos\left(2t+\frac{\pi}{3}\right), \quad \alpha=-4\sin\left(2t+\frac{\pi}{3}\right)=-4y$$

$$(4) \quad \omega=3\pi, \quad \delta=0, \quad T=\frac{2}{3}, \quad v=3\pi\cos 3\pi t, \quad \alpha=-(3\pi)^2\sin 3\pi t=-9\pi^2 y$$

$$(5) \quad \omega=\frac{3}{2}\pi, \quad \delta=\frac{\pi}{4}, \quad T=\frac{4}{3}, \quad v=2\times\frac{3}{2}\pi\cos\left(\frac{3}{2}\pi t+\frac{\pi}{4}\right)=3\pi\cos\left(\frac{3}{2}\pi t+\frac{\pi}{4}\right),$$

$$\alpha=-2\times\left(\frac{3}{2}\pi\right)^2\sin\left(\frac{3}{2}\pi t+\frac{\pi}{4}\right)=-\left(\frac{3\pi}{2}\right)^2 y$$

$$(6) \quad y=\sin\left(\frac{\pi}{3}t+\frac{\pi}{2}\right), \quad \omega=\frac{\pi}{3}, \quad \delta=\frac{\pi}{2}, \quad T=\frac{2\pi}{(\pi/3)}=6, \quad v=\frac{\pi}{3}\cos\left(\frac{\pi}{3}t+\frac{\pi}{2}\right),$$

$$\alpha=-\left(\frac{\pi}{3}\right)^2\sin\frac{\pi}{6}(2t+3)=-\left(\frac{\pi}{3}\right)^2 y$$

2. 5-2-6項より

$$(1) \quad \alpha=-\left(\sqrt{\frac{g}{L}}\right)^2 y=-\omega^2 y \quad \text{ただし, } \sqrt{\frac{g}{L}}=\omega$$

$$y=A\sin(\omega t+\delta) \quad (\text{答})$$

$$(2) \quad \omega=\sqrt{\frac{g}{L}} \text{ より, } T=\frac{2\pi}{\omega}=2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}=2\pi\sqrt{\frac{2.0}{9.8}}=2.84 \approx 2.8 \text{ s} \quad (\text{答})$$

$$(3) \quad v=A\omega\cos(\omega t+\delta) \quad (\text{答})$$

$$\alpha=-A\omega^2\sin(\omega t+\delta) \quad (\text{答})$$

$$(4) \quad t=0 \text{ s で } y=0.10 \text{ m, } v=0 \text{ m/s とすると}$$

$$0.10=A\sin\delta, \quad 0=A\omega\cos\delta \text{ なので, } \cos\delta=0 \text{ になるには } A\neq 0, \quad \delta=\frac{\pi}{2} \text{ となる。}$$

$$\text{したがって, } \sin\delta=1 \text{ となり, } A=0.10 \text{ m} \quad (\text{答})$$

$$(5) \quad F_T=mg \text{ (上下振動なし)}=3\times 9.8=29.4 \text{ N} \quad 29 \text{ N} \quad (\text{答})$$

3. 5-2-7項より

$$(1) \quad \alpha=-\frac{k}{m}y=-\left(\sqrt{\frac{k}{m}}\right)^2 y=-\omega^2 y \quad \text{ただし, } \sqrt{\frac{k}{m}}=\omega$$

$$\text{したがって, } y=A\sin(\omega t+\delta) \quad (\text{答})$$

$$(2) \quad \omega=\sqrt{\frac{2.0\times 10^2 \text{ N/m}}{0.20 \text{ kg}}}=\sqrt{1000}=31.6 \text{ rad/s}$$

したがって、 $T = \frac{2\pi}{\omega} = 0.199 \approx 0.20 \text{ s}$  (答)

(3)  $v = A \cos(\omega t + \delta)$  (答)

$\alpha = -A\omega^2 \sin(\omega t + \delta)$  (答)

(4)  $t = 0 \text{ s}$  で  $y = 0.10 \text{ m}$ ,  $v = 0 \text{ m/s}$  とすると

$$0.10 = A \sin \delta, \quad 0 = A \cos \delta, \quad A \neq 0, \quad \delta = \frac{\pi}{2}$$

したがって、 $A = 0.10 \text{ m}$  (答)

(5)  $F = m\alpha$

$$= -mA\omega^2 \sin(\omega t + \delta)$$

$$= -0.20 \times 0.10 \times 1000 \sin(31.6t + \frac{\pi}{2})$$

$$= 20 \cos(32t) \text{ [N]} \quad (\text{答})$$

4.

角速度  $\omega$  は、 $\omega = \frac{0.20 \text{ m/s}}{20 \text{ m}} = 0.010 \text{ rad/s}$

10 s の移動距離  $\Delta L$  は、 $\Delta L = (\overset{=v}{r} \times \omega) \times \Delta t = 0.20 \text{ m/s} \times 10 \text{ s} = 2.0 \text{ m}$

この移動の間の角度変化  $\delta$  は、 $\delta = \frac{\Delta L}{r} = \frac{2.0 \text{ m}}{20 \text{ m}} = 0.10 \text{ rad}$

したがって、質点の変化を表す式は

$$y = A \sin(\omega t + \delta) = 20 \sin(0.010t + 0.10) \quad (\text{答})$$