

7章 問題解答

7-1 演習問題

1.

人間の指の温度はふつう $35\sim 37^\circ\text{C}$ 程度で明らかに 50°C より低い。この場合、物体の方が人間より構成分子の運動エネルギーを与える能力が高いので、物体の分子から人間の分子に運動エネルギーが移動する。この状態を人間は熱いと感じる。

2.

- (1) エチルアルコール $78+273=351\text{ K}$
(2) 窒素 $-196+273=77\text{ K}$ (記憶すると便利)
(3) ヘリウム $-269+273=4\text{ K}$ (4.2 K と記憶すること)

3.

- (1) $-268.9+273.15=4.25\text{ K}$ (答)
(2) $\frac{3}{2} \times 1.38 \times 10^{-23} \times 4.25 = 8.797 \times 10^{-23}\text{ J} \doteq 8.80 \times 10^{-23}\text{ J}$ (答)
(3) $\frac{1}{2}mv^2 = \frac{3}{2}k_{\text{B}}T = U$ より

$$v = \sqrt{\frac{2U}{m}}$$

となる。 m はヘリウム 1.0 mol の質量 4.0 g とアボガドロ数より、次のようになる。

$$m = \frac{4.0 \times 10^{-3}}{6.02 \times 10^{23}} = 6.64 \times 10^{-27}\text{ kg}$$

上記と、 U は(2)の結果から、 v が求められる。

$$v = \sqrt{\frac{2U}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 8.797 \times 10^{-23}}{6.64 \times 10^{-27}}} = 1.62 \times 10^2\text{ m/s} \quad 1.6 \times 10^2\text{ m/s} \quad (\text{答})$$

- (4) ヘリウム原子 1 個の運動エネルギーをアボガドロ数倍すればよい。

$$N_{\text{A}}U = 1.0 \times 6.02 \times 10^{23} \times 8.797 \times 10^{-23} = 52.9\text{ J} \quad 53\text{ J} \quad (\text{答})$$

4.

$$T = 27^\circ\text{C} = 27 + 273 = 300\text{ K}$$

アルゴン原子の質量 m は、 $m = \frac{40 \times 10^{-3}\text{ kg}}{6.02 \times 10^{23}} = 6.64 \times 10^{-26}\text{ kg}$ となる。

アルゴン原子 50 g の分子数 N は、 $N = \frac{50 \times 10^{-3}\text{ kg}}{m} = \frac{50 \times 10^{-3}\text{ kg}}{6.64 \times 10^{-26}\text{ kg}} = 7.53 \times 10^{23}$ 個となる。

よって、

$$\frac{3}{2}Nk_{\text{B}}T = \frac{3}{2} \times 7.53 \times 10^{23} \times 1.38 \times 10^{-23} \times 300 = 4.67 \times 10^3\text{ J} \doteq 4.7 \times 10^3\text{ J} \quad (\text{答})$$

5.

式7-2より,

$$\varepsilon^* = \frac{3}{2} k_B T = \frac{3}{2} \times 1.38 \times 10^{-23} \times 300 = 6.21 \times 10^{-21} \text{ J} \quad (\text{答})$$

分子数 $N = 6.02 \times 10^{23}$ 個より,

$$U = N \varepsilon^* = 3.74 \times 10^3 \text{ J} \quad (\text{答})$$

アルゴン原子の質量 $m = \frac{40 \times 10^{-3} \text{ kg}}{6.02 \times 10^{23}} = 6.64 \times 10^{-26} \text{ kg}$ より,

$$v^* = \sqrt{\frac{2\varepsilon^*}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 6.21 \times 10^{-21}}{6.64 \times 10^{-26}}} = 4.32 \times 10^2 \text{ m/s} \quad 4.3 \times 10^2 \text{ m/s} \quad (\text{答})$$

6.

$$(1) \quad E = \frac{1.0 \times 10^3 \text{ J}}{6.02 \times 10^{23}} = 1.66 \times 10^{-21} \text{ J} \doteq 1.7 \times 10^{-21} \text{ J} \quad (\text{答})$$

$$(2) \quad E = \frac{3}{2} k_B T \text{ より,}$$

$$T = \frac{2E}{3k_B} = \frac{2 \times 1.66 \times 10^{-21}}{3 \times 1.38 \times 10^{-23}} = 80.1 \doteq 80 \text{ K} \quad (\text{答})$$

(3) ネオンの原子量とアボガドロ定数より

$$m = \frac{20 \times 10^{-3}}{6.02 \times 10^{23}} = 3.32 \times 10^{-26} \text{ kg}$$

となる。 $E = \frac{1}{2} mv^2$ より,

$$v = \sqrt{\frac{2E}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 1.66 \times 10^{-21}}{3.32 \times 10^{-26}}} = 3.16 \times 10^2 \text{ m/s} \doteq 3.2 \times 10^2 \text{ m/s} \quad (\text{答})$$

7-2 演習問題

1.

$22.4 \text{ L} = 22.4 \times 10^{-3} \text{ m}^3$ である。この中に 6.02×10^{23} 個の分子があることになるので,

$$\frac{6.02 \times 10^{23}}{22.4 \times 10^{-3}} = 2.69 \times 10^{25} \text{ 個/m}^3 \quad (\text{答})$$

2.

全分子数を N とすると, 内部エネルギー U は

$$U = \frac{N}{2} mv^2 = \frac{3}{2} N k_B T = \frac{3}{2} pV \quad (\text{答})$$

3.

内部エネルギー U は, 問題2. より $U = \frac{N}{2} mv^2 = \frac{3}{2} N k_B T = \frac{3}{2} pV$ なので, 単位体積あたりの内

部エネルギー u は

$$u = \frac{U}{V} = \frac{3}{2} p = \frac{3}{2} \times 1.0 \times 10^5 = 1.5 \times 10^5 \text{ J/m}^3 \quad (\text{答})$$

4.

$$W = p\Delta V = U - U_0$$

$$U - U_0 = \frac{3Nk_B(T - T_0)}{2} = p\Delta V$$

$$T - T_0 = \frac{2p\Delta V}{3Nk_B} \quad (\text{答})$$

5.

$$(1) \quad m^* = \frac{(0.8 \times 28 + 0.2 \times 32) \times 10^{-3}}{6.02 \times 10^{23}} = 4.78 \times 10^{-26} \text{ kg} \doteq 4.8 \times 10^{-26} \text{ kg} \quad (\text{答})$$

(2) $pV = Nk_B T$ より,

$$N = \frac{1.0 \times 10^5 \times 100}{1.38 \times 10^{-23} \times 300} = 2.41 \times 10^{27} \doteq 2.4 \times 10^{27} \text{ 個} \quad (\text{答})$$

(3) 空気分子の速さは $v_0 = 144 \text{ km/h} = 144000 \div 3600 = 40 \text{ m/s}$

$$\varepsilon^* = \frac{m^* v_0^2}{2} = \frac{4.78 \times 10^{-26} \times 40^2}{2} = 3.82 \times 10^{-23} \text{ J} \doteq 3.8 \times 10^{-23} \text{ J} \quad (\text{答})$$

(4) $U = N\varepsilon^* = 2.41 \times 10^{27} \times 3.82 \times 10^{-23} = 9.20 \times 10^4 \text{ J} \doteq 9.2 \times 10^4 \text{ J} \quad (\text{答})$

(5) 300K の空気の熱量 U_0 は,

$$U_0 = \frac{3Nk_B T}{2} = \frac{3 \times 2.41 \times 10^{27} \times 1.38 \times 10^{-23} \times 300}{2} = 1.49 \times 10^7 \text{ J} \doteq 1.5 \times 10^7 \text{ J} \quad (\text{答})$$

6.

$$U = \frac{3Nk_B \Delta T}{2} \text{ とおく}$$

$$\Delta T = \frac{2U}{3Nk_B} = \frac{2 \times 9.20 \times 10^4}{3 \times 2.41 \times 10^{27} \times 1.38 \times 10^{-23}} = 1.84$$

したがって、1.8K が温度上昇分となる。(答)

7-3 演習問題

1.

アルミニウムの定圧比熱は、 $24.3/27 = 0.90 \text{ J/(g}\cdot\text{K)}$ (答)

アセトン (化学式 $\text{CH}_3\text{COCH}_3 \rightarrow \text{C}_3\text{H}_6\text{O}$) の分子量: $12 \times 3 + 1 \times 6 + 16 = 58$

これより、アセトンの定圧比熱は、 $125/58 = 2.15 \text{ J/(g}\cdot\text{K)} \doteq 2.2 \text{ J/(g}\cdot\text{K)}$ (答)

2.

加えた熱量 Q は、 $Q = 1000 \text{ W} \times 160 \text{ s} = 1.6 \times 10^5 \text{ J}$ で、温度上昇は $100 - 20 = 80 \text{ K}$ となる。水の質量を M とすると、

$$Q = c_p M \times 80$$

$$C_p = c_p M = 1.6 \times 10^5 / 80 = 2.0 \times 10^3 \text{ J/K} \quad (\text{答})$$

したがって、

$$M = 2.0 \times 10^3 \text{ J} / 4.2 = 480 \text{ g} \quad (\text{答})$$

3.

銅の熱量は、 $24 \times 300 = 7.2 \times 10^3 \text{ J}$ (答)

窒素の定圧モル比熱 $1.0 \times 28 = 28 \text{ J/(mol} \cdot \text{K)}$ より、窒素の熱量は $28 \times 300 = 8.4 \times 10^3 \text{ J}$ (答)

4.

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v} = 1.4 \text{ より,}$$

$$c_v = \frac{1}{1.4} c_p$$

$c_p = 1.0 \text{ J/(g} \cdot \text{K)}$ なので、

$$c_v = 0.71 \text{ J/(g} \cdot \text{K)} \text{ (答)}$$

$$c_p - c_v = 0.29 \text{ J/(g} \cdot \text{K)} \text{ (答)}$$

5.

平衡状態における金と水の温度を T とする。

表 7-1 より

$$\text{金の定圧比熱: } c_g = 25.4 \div 197 = 0.1289 \text{ J/(g} \cdot \text{K)}$$

$$\text{水の定圧比熱: } c_w = 4.2 \text{ J/(g} \cdot \text{K)}$$

以上より、

$$1000 \times c_g (400 - T) = 1000 \times c_w (T - 273)$$

$$T = \frac{400c_g + 273c_w}{c_g + c_w} = 276.7 \text{ K} \approx 280 \text{ K} \text{ (答)}$$

6.

アルコール (化学式 $\text{C}_2\text{H}_5\text{OH} = \text{C}_2\text{H}_6\text{O}$) の分子量は、 $12 \times 2 + 1 \times 6 + 16 = 46$ である。これより、アルコールの定圧比熱 c_a は、

$$c_a = 111/46 = 2.41 \text{ J/(g} \cdot \text{K)}$$

である。アルコールの密度 $\rho = 0.789 \text{ kg/m}^3$ と、水の定圧比熱 $c_w = 4.2 \text{ J/(g} \cdot \text{K)}$ より、平衡温度 $T [^\circ\text{C}]$ は

$$c_w \times 2.0 \times 10^3 \times (50 - T) = c_a \times 1.0 \times 10^3 \times 0.789 \times (T - 30)$$
$$T = 46.3^\circ\text{C} \quad 46^\circ\text{C} \text{ (答)}$$

7.

アルコールの質量は、上記問題の密度より、 $m = 0.789 \text{ kg}$

アルコールの定圧比熱も、上記問題より、 $c_a = 111/46 = 2.41 \text{ J/(g} \cdot \text{K)}$

温度上昇は、 $\Delta T = 70 - 30 = 40 \text{ K}$

以上より、熱量は、 $Q = c_a m \Delta T = 76.0 \quad 76 \text{ J}$ (答)

8.

水の加熱に必要な熱量 Q_w は、

$$Q_w = c_w m (100 - 20) = 4.2 \times 1000 \times 80 = 3.36 \times 10^5 \text{ J}$$

である。コップの加熱に必要な熱量 Q_t は、

$$Q_t = \alpha m (100 - 20) = \frac{28}{119} \times 300 \times 80 = 5.64 \times 10^3 \text{ J}$$

である。加熱に必要な熱量 Q は、

$$Q = Q_w + Q_t = 3.41 \times 10^5 \text{ J}$$

となり、これより加熱に必要な時間 t が求められる。

$$t = \frac{3.41 \times 10^5}{400} = 852.5 \text{ s} \doteq 850 \text{ s} \doteq 14.2 \text{ min} \quad (\text{答})$$

9.

(1) $pV = Nk_B T$

$$p(2V) = Nk_B T'$$

より、 $T' = 2T$ (答) 2倍

(2) 気体の質量を M とすると、 $Q = c_p M (T' - T) = c_p M T$ (答)

(3) 内部エネルギーの増加分は、 $c_v M T$ (答)

(4) 仕事に使われた熱量は、 $Q - c_v M T = c_p M T - c_v M T = (c_p - c_v) M T$ (答)

実際に行われた仕事は、 $W = p(2V - V) = pV$ (答)

(5) $W = (c_p - c_v) M T$ より、

$$\frac{W}{Q} = \frac{c_p - c_v}{c_p} = 1 - \frac{1}{\gamma} \quad (\text{答})$$

10.

酸素の体積は、 $0.10 \times 1.0 = 0.10 \text{ m}^3$

$$\text{酸素 } 0.10 \text{ m}^3 \text{ の質量} = \frac{0.10 \times 32 \times 10^{-3} \text{ kg}}{2.24 \times 10^{-2} \text{ m}^3} = 0.142 \text{ kg}$$

$c_p m \Delta T = 10 \text{ J}$ なので、

$$\Delta T = \frac{10 \text{ J}}{0.90 \times 10^3 \text{ J}/(\text{kg} \times \text{K}) \times 0.142 \text{ kg}} = 0.0782 \text{ K} \doteq 0.078 \text{ K} \quad (\text{答})$$

11.

水素の分子量が小さいため。窒素、酸素の分子量は、それぞれ 28, 32 であることに対して、水素の分子量は 2 で非常に小さい。定圧モル比熱に換算すると、酸素、窒素、水素の概略値は、それぞれ、28, 29, 28 となり、大体同じになる。これらの分子はほぼ理想気体と見なせるので、定圧モル比熱はほぼ同じになる。