8章　問題解答

8－1　演習問題

1．

1mol（モル）とは，アボガドロ数だけの個数の分子や原子を表す量である。したがって，

$$1.6\times10^{-19}\times6.02\times10^{23}=9.6\times10^{4}\ \mathrm{C}\quad（答）$$

… 概数でいうと 10 万クーロン。

2．

$$\frac{1.0}{1.6\times10^{-19}}=6.3\times10^{18}\ 個\quad（答）$$

3．

異符号の点電荷に働く力は引力で，F＝－1.0 N。 式 8-1 を変形すれば，

$$r^2=k\frac{q_1q_2}{F}$$

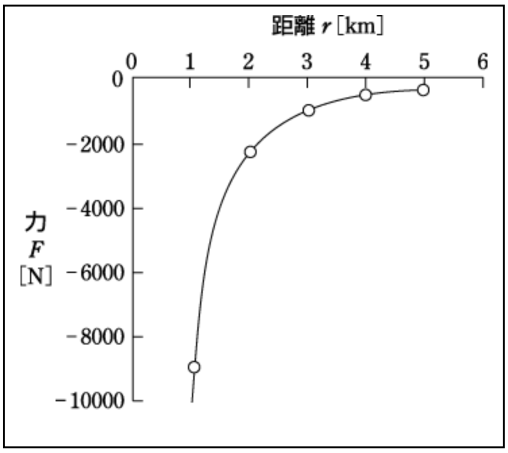
となる。したがって，

$$r=\sqrt{k\frac{q_1q_2}{F}}=\sqrt{9.0\times10^9\times\frac{1.0\times(-1.0)}{-1.0}}=\sqrt{9.0\times10^9}=9.48\times10^4\ \mathrm{m}$$

9.5×10^4m（約 100 km）　（答）

4．

r [km]	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0
F [N]	-9.0×10^3	-2.3×10^3	-1.0×10^3	-5.6×10^2	-3.6×10^2



5．

r＝3000 m の数値を用いて，式 8-1 を計算しなおすのは賢明でない。式 8-1 を見て，分母の r が 3 倍になった … 力は $1/r^2$ に比例するから，「9 分の 1 に小さくなった」と考えるようにしよう。また，力の大小は絶対値で考える。(答)

６．

　式 8-1 に数値を代入する（要点は，指数表示を用いた計算を間違いなく実行できるようにしたい）。解答は使った公式から書き始めると，後から検算しやすい。

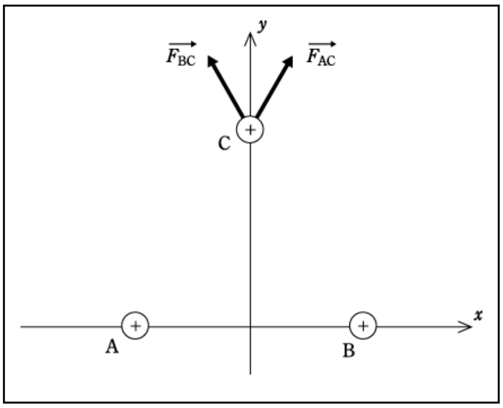
$$F = k\frac{q_1 q_2}{r^2} = 9.0\times10^9 \times \frac{1.6\times10^{-19}\times(-1.6\times10^{-19})}{(5.3\times10^{-10})^2} = -8.2\times10^{-10}\ \mathrm{N}\quad(答)$$

７．

　例題（8-1-4 項）と同様に計算する。3 個の電荷は xy 面内（z=0）にあるので，z 成分は省略して，二次元のベクトル(x, y)として扱う。C に作用する力は，AC 間および BC 間に働く力 $\vec{F}_{\mathrm{AC}}$ と $\vec{F}_{\mathrm{BC}}$ の和であり，いずれも同符号の電荷であるから，斥力である。AC 間の距離は a で，力の大きさは

$$F = \left|\vec{F}_{\mathrm{AC}}\right| = k\frac{q\cdot q}{r^2} = \frac{kq^2}{a^2}$$

である。図に描くと，次のようになる。

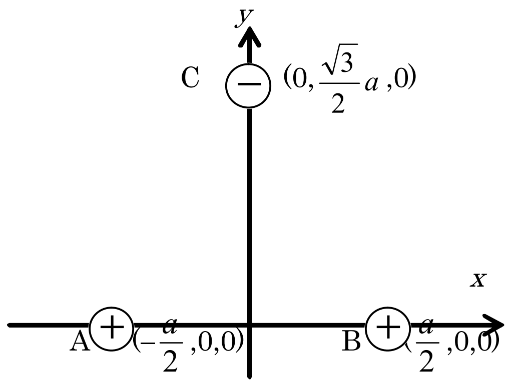


　力 $\vec{F}_{\mathrm{AC}}$，$\vec{F}_{\mathrm{BC}}$ を成分で表すと，$\vec{F}_{\mathrm{AC}} = \frac{kq^2}{a^2}(\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2})$ ，$\vec{F}_{\mathrm{BC}} = \frac{kq^2}{a^2}(-\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2})$ である。力 $\vec{F}_{\mathrm{AC}}$，$\vec{F}_{\mathrm{BC}}$ を合成すると，　$\vec{F} = \vec{F}_{\mathrm{AC}} + \vec{F}_{\mathrm{BC}} = (0, \frac{\sqrt{3}\,kq^2}{a^2})$

となる。y 成分のみが $F_y = \frac{\sqrt{3}kq^2}{a^2}$ で，他の成分は 0。(答)

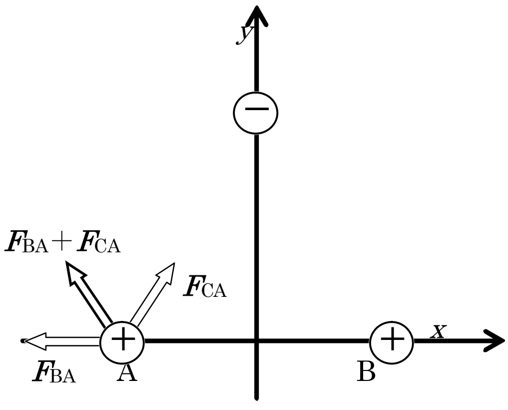
８．

例題（8-1-4 項）あるいは前問（７．）と同様に考える。A 点の正電荷は B 点の正電荷より斥力を受け，C 点の負電荷からは引力を受ける。それぞれの力の大きさは等しい。



A に作用する力は，AB 間および AC 間に働く力 $\vec{F}_{\mathrm{BA}}$ と $\vec{F}_{\mathrm{CA}}$ の和であり，その力の大きさは

$F = \left|\vec{F}_{\mathrm{BA}}\right| = \left|\vec{F}_{\mathrm{CA}}\right| = k\dfrac{q \cdot q}{r^2} = \dfrac{kq^2}{a^2}$ である。図に描くと，次のようになる。



９．

Na^+の原子核には 11 個の陽子が含まれ，まわりに 10 個の電子がある。したがって，Na^+のもつ正味の電荷は，$+1.6\times10^{-19}$ C 。(答) 11 個，10 個，$+1.6\times10^{-19}$ C

１０．

水 1 L 中の水素イオンの数は,

$$1.0\times10^{-7}\,\mathrm{mol}\times6.02\times10^{23}\,/\,\mathrm{mol}=6.02\times10^{16}\text{個}$$

である。これに素電荷を掛ければよい。

$$6.0\times10^{16}\times1.6\times10^{-19}\,\mathrm{C} = 9.63\times10^{-3}\,\mathrm{C} \qquad 9.6\times10^{-3}\,\mathrm{C} \quad \text{(答)}$$

８－２　演習問題

１．

$$E=\frac{9.0\times10^{9}\times1.0}{(100\times10^{3})^{2}}=0.90\ \mathrm{V/m}$$　（答）

２．

(1)［答え方 A］

原点にある正電荷が x 軸上で 2.0 m 離れた位置に形成する電場を求めることなので，式 8-19 より，電場の強さは $E=\dfrac{9.0\times10^{9}\times2.0}{2.0^{2}}$ $=4.5\times10^{9}$ N/C である（電場の向きは原点から遠ざかる方向）。(答)

［答え方 B］

ベクトル式 8-20 を具体的に書き下す。$\vec{r}_1=(0,0,0)$，$\vec{r}_2=(2.0,0,0)$ より，

$$\vec{r}_2-\vec{r}_1=(2.0,0,0),\ \left|\vec{r}_2-\vec{r}_1\right|=\sqrt{2.0^2+0^2+0^2}=2.0$$

である。これらを用いると，

$$\vec{e}_{r12}=\frac{\vec{r}_2-\vec{r}_1}{\left|\vec{r}_2-\vec{r}_1\right|}=\frac{(2.0,0,0)}{2}=(1.0,0,0)\ ,\quad k\frac{q_1}{r^2}=\frac{9.0\times10^{9}\times2.0}{2^2}=4.5\times10^{9}$$

したがって，

$$\vec{E}=k\frac{q_1}{r^2}\vec{e}_{12}=(4.5\times10^{9},0,0)\ \ [\mathrm{N/C}]$$　（答）

となる。

(2)［答え方 B，書き下す練習］

$\vec{r}_1=(0,0,0)$，$\vec{r}_2=(2.0,\ 2.0,\ 0)$ より，$\vec{r}_2-\vec{r}_1=(2.0,\ 2.0,\ 0)$，$|\vec{r}_2-\vec{r}_1|=\sqrt{2.0^2+2.0^2+0^2}=2\sqrt{2}$

である。したがって，

$$\vec{e}_{r12}=\frac{\vec{r}_2-\vec{r}_1}{\left|\vec{r}_2-\vec{r}_1\right|}=\left(\frac{2}{2\sqrt{2}},\frac{2}{2\sqrt{2}},0\right),\quad k\frac{q_1}{r^2}=\frac{9.0\times10^{9}\times2.0}{(2\sqrt{2})^2}=2.25\times10^{9}$$

したがって，

$$\vec{E}=k\frac{q_1}{r^2}\vec{e}_{12}=(1.6\times10^{9},\ 1.6\times10^{9},\ 0)\ \ [\mathrm{N/C}]$$　（答）

３．

電荷は $\pm q$，負電荷から正電荷の距離は $2a$ だから，双極子モーメントは $2qa$ 。（答）

働く力は，$+q$ に y 方向に qE，$-q$ に $-y$ 方向に $-qE$ で，原点を中心に右回りに回転させようとする，平行な二つの力が働く。なお，このような平行で逆向きで同じ大きさの力を偶力という。

４．

$Eb\sin\theta$ の偶力（平行で重なっていない２本の作用線上にある，大きさが同じで逆向きの二つの力のこと）。 この偶力は，双極子の向きを電場と平行（負電荷を高い電位へ，正電荷を低い電位）になるように回転させようとする。

５．

(1)　電荷の面密度は

$$s = 1.0\times10^{-7}\div2.0 = 5.0\times10^{-8}\ \mathrm{C/m^2}$$

である。ガウスの法則より

$$E=\frac{\sigma}{\varepsilon_0}=\frac{5.0\times10^{-8}}{8.9\times10^{-12}}=5.61\times10^{3}\qquad 5.6\times10^{3}\mathrm{V/m}\quad（答）$$

となる。

(2)　$V = E\cdot d = 5.61\times10^{3}\times1.0\times10^{-2} = 56.1$　　56 V　(答)

(3)　$C=\dfrac{Q}{V}=\dfrac{1.0\times10^{-7}}{56.1}=1.78\times10^{-9}$　　1.8×10^{-9}F　(答)

(4)　電気力線の 1m² あたりの本数は電場に等しいから，5.6×10^{3} 本　(答)

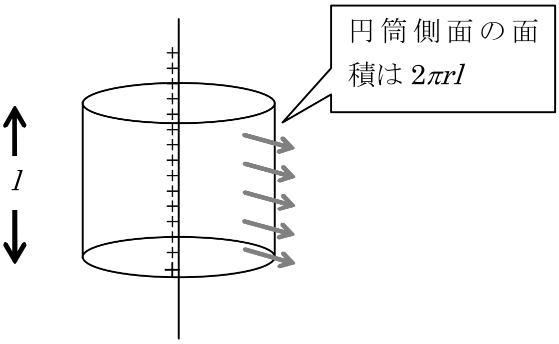
６．

$$Q = C\times V = 1.0\times10^{-6}\times20 = 2.0\times10^{-5}\ \mathrm{C}\quad（答）$$

$$W=\frac{QV}{2}=(2.0\times10^{-5}\times20)\div2 = 2.0\times10^{-4}\ \mathrm{J}\quad（答）$$

７．

電気力線は（互いに反発するので），糸に垂直な方向に放射している。糸を中心軸とすると半径 r の円筒を考え，その表面でガウスの法則を適用する。円柱内部の電気量は ql だから側面から飛び出す電気力線の全数は $4\pi kql$，側面の面積で割ると，側面の面積あたりの電気力線の密度として，$\dfrac{2kq}{r}$ を得る。つまり，円筒面上における電場は，遠方に向かう方向で強さが $\dfrac{2kq}{r}\left(=\dfrac{q}{\pi\varepsilon_0 r}\right)$ である。(答)



８．

点 A の電荷＋q によって点 C に形成される電場 E_A と，点 B の電荷－q によって点 C に形成される電場 E_B を，式 8-20 を用いてベクトルとして求め，加えればよい。まず E_A は，

$$r_{AC}=\sqrt{2}\,a$$

であるから，強さが

$$\left|\vec{E}_{\mathrm{AC}}\right| = \frac{kq}{2a^2}$$

で，A から遠ざかる方向の電場ベクトルになっている。A から見て B は，（a ，a ）の方向であるから，ベクトル $\vec{E}_{\mathrm{AC}}$ の x，y 成分は $\left|\vec{E}_{\mathrm{AC}}\right|$ の $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ である。つまり，

$$\vec{E}_{\mathrm{AC}} = \frac{kq}{2a^2}(\frac{1}{\sqrt{2}},\frac{1}{\sqrt{2}}) = (\frac{kq}{2^{\frac{3}{2}}a^2},\frac{kq}{2^{\frac{3}{2}}a^2})$$

である。答えは，第 1 式と第 2 式のどちらでもよい。同様に，$\vec{E}_{\mathrm{BC}}$ を求めると，同じ強さで B に引き寄せられる方向の電場ベクトルとして，

$$\vec{E}_{\mathrm{BC}} = \frac{kq}{2a^2}(\frac{1}{\sqrt{2}},\frac{-1}{\sqrt{2}}) = (\frac{kq}{2^{\frac{3}{2}}a^2},\frac{-kq}{2^{\frac{3}{2}}a^2})$$

を得る。$\vec{E}_{\mathrm{AC}}$ と $\vec{E}_{\mathrm{BC}}$ を加えると，

$$\vec{E}_{\mathrm{C}} = \frac{kq}{\sqrt{2}a^2}(1,\ 0)$$

となる。

この問題は，8-2-1 項の例題で電荷の配置をより単純にしたものであり，例題において，

$\vec{r}_{\mathrm{A}} = (-a,\ 0)$，$\vec{r}_{\mathrm{C}} = (0\ ,\ a)$

から $x=0$ ，$y=a$ を式に代入して，数式の変形をミス無く実施し，簡単な結果：

$$\vec{E}_{\mathrm{A}} = \frac{kq}{2a^2}\vec{e}_{r\mathrm{AC}} = \frac{kq}{(a+0)^2+a^2}(\frac{a+0}{\sqrt{(a+0)^2+a^2}},\frac{a}{\sqrt{(a+0)^2+a^2}}) = (\frac{kq}{2^{\frac{3}{2}}a^2},\frac{kq}{2^{\frac{3}{2}}a^2}) = \frac{kq}{2^{\frac{3}{2}}a^2}(1,1)$$

および

$$\vec{E}_{\mathrm{B}} = \frac{kq}{2^{\frac{3}{2}}a^2}(1,-1)$$

を正しく導けるならば，それも OK である。 また，8-1-4 項の例題において，電荷 C が受ける力を $\vec{F}_{\mathrm{AC}}$ と $\vec{F}_{\mathrm{BC}}$ の合成により求めたのとまったく同じ手続きである。この場合は，b に a を代入すると，

$$\vec{F} = \vec{F}_{\mathrm{AC}} + \vec{F}_{\mathrm{BC}} = (\frac{2kq^2a}{(a^2+a^2)^{\frac{3}{2}}}\ ,0) = (\frac{kq^2}{\sqrt{2}a^2}\ ,0)$$

であり，$\vec{F} = q\vec{E}_{\mathrm{C}}$ より，

$$\vec{E}_{\mathrm{C}} = \frac{kq}{\sqrt{2}a^2}(1,\ 0)$$

が得られる。

9．

(1)　$Q_1 = C_1V_1$　(2)　$Q_2 = C_2V_2$　(3)　$\dfrac{C_1C_2}{C_1+C_2}$　(4)　$\dfrac{C_1C_2}{C_1+C_2}$

8－3　演習問題

1．

$t=\dfrac{Q}{I}$ を計算する。$t=7200\div2.0=3600$ s　(= 1 時間）。(答)

2．

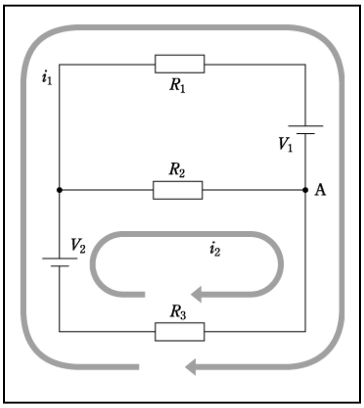
(1)　2.0×10^{-2} A　(答)

(2)　$P= V\times I= 3.6\text{V}\times2.0\times10^{-2} = 7.2\times10^{-2}$ W　(答)

※　7.2×10^{-2} W と解答できることを前提として，3.6×20＝72 mW（ミリワット）と解答することはもちろん正解です。

3．

例題と同様に回路を選んでよいが，参考のために，他の回路で回路方程式を立ててみる。



回路 1 を外側の矢印の向きに，回路 2 を内側の矢印の向きにとり，R_1 に i_1，R_2 に i_2 の電流が流れているとする。このように電流をとると，分岐点 A に流れ込む電流 i_1+i_2 は，そのまま，R_3 に流れ出ている。回路 1 で V_1 の起電力は i_1 と逆向きであるから，マイナスがつく。

回路 1 では，　$V_2-V_1=R_1i_1+R_3(i_1+i_2)$

回路 2 では，　$V_2=R_2i_2+R_3(i_1+i_2)$

が成り立つ。i_1，i_2 を未知数とする連立方程式に整理すれば，

$(R_1+R_3)i_1+R_3i_2=V_2-V_1$

$R_3i_1+(R_2+R_3)i_2=V_2$

となる。これを解けば，

$$i_2=\frac{R_3V_1+R_1V_2}{R_1R_2+R_1R_3+R_2R_3}$$

で，常に右向きの電流が流れることがわかる。(答)

4．

(1)　100Ω×0.50A＝50V

(2)　0.50A×10s＝5.0 C

(3)　R[Ω]×(I[A])^2×t[s]（＝V[V]×I[A]×t[s]）＝250 J（ジュール）

5．

(1)　R＝ 5.0V÷10A＝0.50 Ω　(答)

(2)　単位を MKS でそろえると，断面積は

S ＝1.0 mm^2 ＝ 1.0×(10^{-3}m)^2 ＝1.0×10^{-6} m^2

となる。したがって，

ρ＝R[Ω]×S[m2]÷L[m]＝0.50×10^{-6} = 5.0×10^{-7} Ωm　(答)

6．

電卓の取り扱いの問題でもある。

$$n = \frac{1}{\rho e \mu} = \frac{1}{0.10 \times 1.6 \times 10^{-19} \times 0.15} = 4.16 \times 10^{20}\,\mathrm{m}^{-3}$$

したがって， 1m^3 中に約 4.2×10^{20} 個　(答)

7．

両端に電圧 V[V] をかけたとき， 1 本の抵抗には $\dfrac{V}{R}$ だけの電流が流れる。3 本では，3×$\dfrac{V}{R}$ の電流が流れるので，全体の抵抗は

V÷（3×$\dfrac{V}{R}$）

である。これを計算すれば，R÷3 であり，6.0÷3＝ 2.0 Ω である。(答)

公式を用いて，1÷（$\dfrac{1}{R}$＋$\dfrac{1}{R}$＋$\dfrac{1}{R}$）＝ $\dfrac{R}{3}$ と答えてもよい。

8．

R_0を流れる電流を i_0とすると, 上の回路と下の回路からの電流によって豆ランプ R には2×i_0 の電流が流れる。問題の回路で，キルヒホッフの第二法則を使うと，

V ＝R_0×i_0＋R×(2×i_0)

が得られる。変形すれば,

$$i_0 = \frac{V}{R_0 + 2 \times R}$$

となる。豆ランプを流れる電流は

$$I_2 = 2 \times i_0 = \frac{2 \times V_0}{R_0 + 2 \times R} = \frac{V_0}{\frac{R_0}{2} + R}$$　(答)

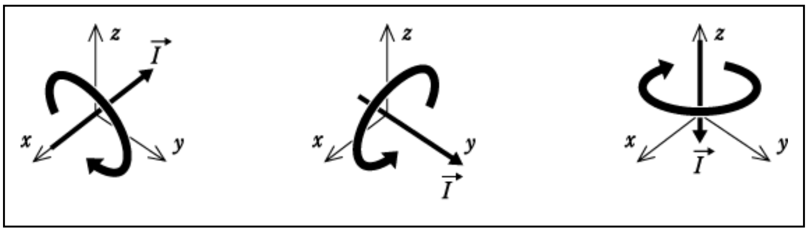
となる。式の分母は電池 1 この場合に比べて， R_0＋R → R_0/2＋R と小さくなるため，より多くの電流が流れることがわかる。

8－4　演習問題

1．

電流 I は x 軸の正方向，磁場 B は z 軸の正方向を指す。ローレンツ力は $v \times B$ であるから，右手の指で方向を確かめると，$v \times B$ は y 軸の負方向を指す。

2．



3．

(1)　B と I が平行だから，ベクトルの外積はゼロ。力は発生しない。

(2)　$\Delta\ell$ ＝1 m として，アンペールの力 IB [$\mathrm{Nm^{-1}}$]が，z 軸負方向に働く。

4．

電流がリングを反時計回りに流れるとして，リングを小さな電流要素に分ける。このすべての電流要素は，右ねじの法則により，リング中央部に上向きの磁束密度

$$\frac{\mu_0 I \Delta\ell}{4\pi a^2}$$

を生じる。リング 1 周の電流要素を足し合わせると $\Delta\ell \to 2\pi a$ になるので，

$$\frac{\mu_0 I}{2a}$$ (答)

となる。

5．

(1)　電線が左に移動すると，回路中の磁束数は増えるので，増えない（＝減る）ように磁束を生成するには，b から a に電流を流せばよい。

(2)　起電力が b から a に向かって生じるから，a の方が電位が高い。移動する導線は電池のような役割になっている。

(3)　磁束の密度が B であるから，1 秒あたりに回路中で増える磁束は Blv である。したがって発生する起電力は $V = Blv$ である。これより，抵抗 R で消費される電力（ジュール熱）は，

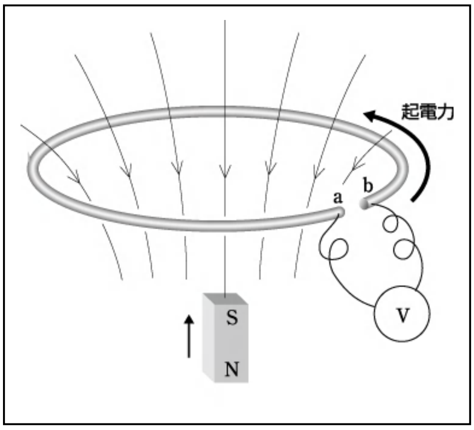
$$\frac{V^2}{R} = \frac{(Blv)^2}{R}$$ (答)

である。

(4)　この電力を供給するためにする力学的仕事は，Fv である。したがって，

$$F = \frac{B^2 l^2 v}{R}$$ (答)

６．
　図のように下に向かう磁束が増えるので，レンツの法則により上向きの磁束を増やす向きに電流を流そうとする。起電力は上から見て反時計方向で，ａ の方が電位が高くなる。

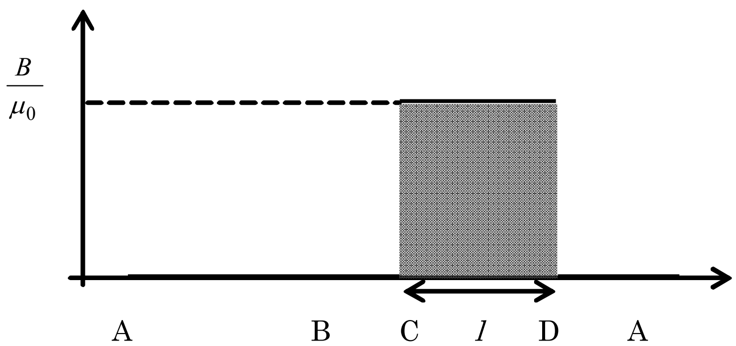


７．（答は太字）
　右ねじだから，「**時計回り**」。この磁力線によって，方位磁針のＮ極は「**弾かれて**」，「**東**」寄りに動く。南側から見ると，磁力線は「**反時計回り**」に渦巻いている。Ｓ極は磁力線の流れに吸い寄せられるので，「**西**」寄りに動く。

８．（答は太字）
　北側からながめると，右ねじだから，磁力線は「**時計回り**」。この磁力線は右側の導線上では「**上から下**」に向かっている。右手の親指は電流の向きなので「**南**」を指し，人差し指は磁場なので「**下**」を指す。よって，中指は「**東**」を向き，ローレンツ力は「**東**」向きに働く。すなわち「**引き寄せられ**」る。

９．
　北側からながめることにする。電流の向き（電子の飛ぶ向きと逆）は北向きなので，右手の親指は北を指し，磁場は下向きなので人差し指は下を指す。よって，中指は西を指すので，電子は西向きに力を受けることになる。

１０．



　全電流は nIl [A]（答）