「制御工学」　第 3 章演習問題解答

１．

　システムの微分方程式は,

$$M\ddot{x}(t)+Kx(t)=f(t)$$

である。初期条件を 0 として，ラプラス変換を行うと,

$$Ms^2X(s)+KX(s)=F(s)$$

となり，伝達関数は

$$G(s)=\frac{X(s)}{F(s)}=\frac{1}{Ms^2+K}$$

と求めることができる。（答）

２．

　システムの微分方程式は,

$$M\ddot{x}_o(t)+D\dot{x}_o(t)+Kx_o(t)=D\dot{x}_i(t)+Kx_i(t)$$

である。初期条件を 0 として，ラプラス変換を行うと,

$$Ms^2X_o(s)+DsX_o(s)+KX_o(s)=DsX_i(s)+KX_i(s)$$

となり，伝達関数は

$$G(s)=\frac{X_o(s)}{X_i(s)}=\frac{Ds+K}{Ms^2+Ds+K}$$

と求めることができる。（答）

３．

　２章の熱の収支の例題より，システムの微分方程式は

$$CR\frac{d\theta(t)}{dt}+\theta(t)=\theta_h(t)$$

である。初期条件を 0 としてラプラス変換を行うと,

$$CRs\Theta(s)+\Theta(s)=\Theta_h(s)$$

となり，伝達関数は

$$G(s)=\frac{\Theta(s)}{\Theta_h(s)}=\frac{1}{CRs+1}$$

と求めることができる。（答）

４．

２章の１タンク系の例題より，システムの微分方程式は，

$$A\frac{dh(t)}{dt}+\frac{1}{R}h(t)=q_i(t)$$

である。初期条件を０としてラプラス変換を行うと，

$$A\ sH(s)+\frac{1}{R}H(s)=Q_i(s)$$

となり，伝達関数は

$$G(s)=\frac{H(s)}{Q_i(s)}=\frac{1}{As+\frac{1}{R}}$$

と求めることができる。（答）

５．

システムの微分方程式は

$$A_1A_2R_1R_2\frac{d^2h_2(t)}{dt^2}+(A_1R_1+A_2R_2)\frac{dh_2(t)}{dt}+h_2(t)=R_2q_i(t)$$

となる。初期条件を０としてラプラス変換を行うと，

$$A_1A_2R_1R_2s^2H_2(s)+(A_1R_1+A_2R_2)sH_2(s)+H_2(s)=R_2Q_i(s)$$

となり，伝達関数は

$$G(s)=\frac{H_2(s)}{Q_i(s)}=\frac{R_2}{A_1A_2R_1R_2s^2+(A_1R_1+A_2R_2)s+1}$$

と求めることができる。（答）

６．

システムの微分方程式は

$$RC\frac{de_o(t)}{dt}+e_o(t)=e_i(t)$$

である。初期条件を０としてラプラス変換を行うと，

$$RCsE_o(s)+E_o(s)=E_i(s)$$

となり，伝達関数は

$$G(s)=\frac{E_o(s)}{E_i(s)}=\frac{1}{RCs+1}$$

と求めることができる。（答）

７．

システムの微分方程式は

$$LC\frac{d^2e_o(t)}{dt^2}+RC\frac{de_o(t)}{dt}+e_o(t)=e_i(t)$$

である。初期条件を 0 としてラプラス変換を行うと,

$$LCs^2E_o(s)+RCsE_o(s)+E_o(s)=E_i(s)$$

となり，伝達関数は

$$G(s)=\frac{E_o(s)}{E_i(s)}=\frac{1}{LCs^2+RCs+1}$$

と求めることができる。（答）

８.

システムの微分方程式は,

$$\frac{1}{K_2}\left\{LJ\frac{d^2\omega(t)}{dt^2}+(RJ+LB)\frac{d\omega(t)}{dt}+(RB+K_1K_2)\omega(t)\right\}=e_1(t)$$

である。初期条件を 0 としてラプラス変換を行うと,

$$\frac{1}{K_2}\left\{LJs^2\Omega(s)+(RJ+LB)s\Omega(s)+(RB+K_1K_2)\Omega(s)\right\}=E_1(s)$$

となり，伝達関数は

$$G(s)=\frac{\Omega(s)}{E_1(s)}=\frac{1}{\frac{1}{K_2}\left\{LJs^2+(RJ+LB)s+(RB+K_1K_2)\right\}}=\frac{K_2}{LJs^2+(RJ+LB)s+(RB+K_1K_2)}$$

と求めることができる。（答）

９.

$$\mathcal{L}\left[\int_0^t f_1(t-\tau)f_2(\tau)d\tau\right]=\int_0^\infty\left[\int_0^\infty f_1(t-\tau)f_2(\tau)d\tau\right]e^{-st}dt=\int_0^\infty\left[\int_0^\infty f_1(t-\tau)e^{-st}dt\right]f_2(\tau)d\tau$$

$$=\int_0^\infty F_1(s)e^{-s\tau}f_2(\tau)d\tau=F_1(s)\int_0^\infty f_2(\tau)e^{-s\tau}d\tau=F_1(s)F_2(s)$$

（答）

１０.

システムの微分方程式は,

$$CR_2\frac{de_o(t)}{dt}+\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)e_o(t)=CR_2\frac{de_i(t)}{dt}+\frac{R_2}{R_1}e_i(t)$$

である。初期条件を 0 として，ラプラス変換を行うと,

$$CR_2 sE_o(s) + \frac{R_1 + R_2}{R_1} E_o(s) = CR_2 sE_i(s) + \frac{R_2}{R_1} E_i(s)$$

となり，伝達関数は

$$\frac{E_o(s)}{E_i(s)} = \frac{R_2 R_1 Cs + R_2}{R_2 R_1 Cs + R_1 + R_2}$$

と求めることができる。（答）