「制御工学」　第４章演習問題解答

１．（１）

各信号の入出力関係式は，次式のようになる。

$$Y(s)=\frac{2}{5s+1}E(s)$$

$$E(s)=\frac{3}{s}R(s)-Y(s)$$

信号$E(s)$が消去されるよう整理すると，次式を得る。

$$G_{yr}(s)=\frac{Y(s)}{R(s)}=\frac{6}{5s^2+3s}$$　（答）

１．（２）

各信号の入出力関係式は，次式のようになる。

$$Y(s)=\frac{2}{5s+1}E(s)$$

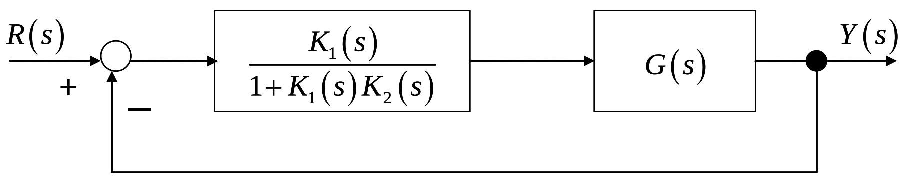
$$E(s)=\frac{3}{s}R(s)-Y(s)$$

信号$Y(s)$が消去されるよう整理すると，次式を得る。

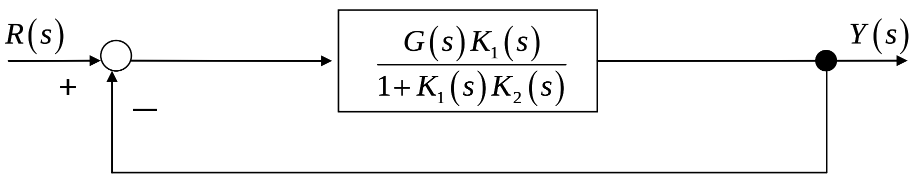
$$G_{er}(s)=\frac{E(s)}{R(s)}=\frac{15s+3}{5s^2+3s}$$　（答）

２．（１）

内側のフィードバック結合を簡単化すると，次図のようになる。



直列結合を簡単化することにより，システムは次図の単純なフィードバック結合に帰着できる。

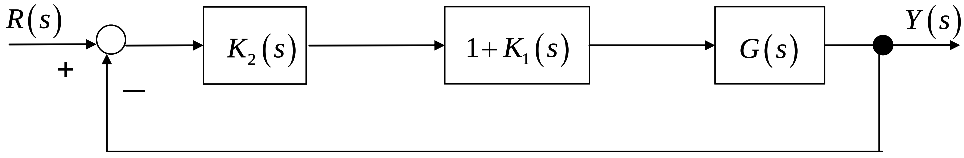


求める伝達関数は，次式のようになる。

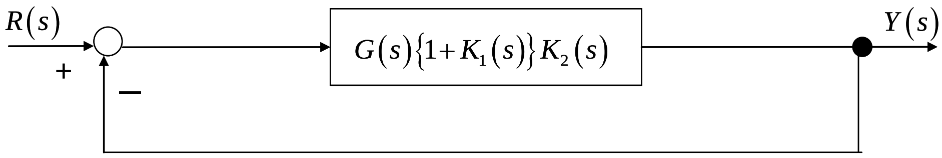
$$G_{yr}(s)=\frac{G(s)K_1(s)}{1+K_1(s)\{G(s)+K_2(s)\}} \qquad \text{（答）}$$

２．（２）

内側の並列結合を整理すると，次図を得る。



３つの直列結合を簡単化すると，システムは次図の単純なフィードバック結合になる。

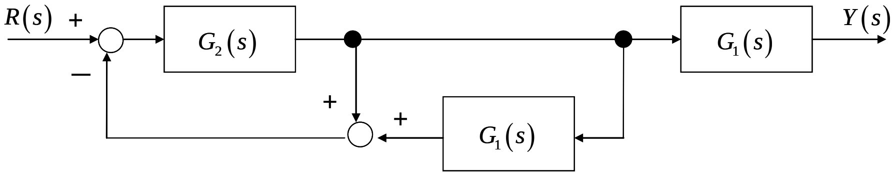


求める伝達関数は，次式のようになる。

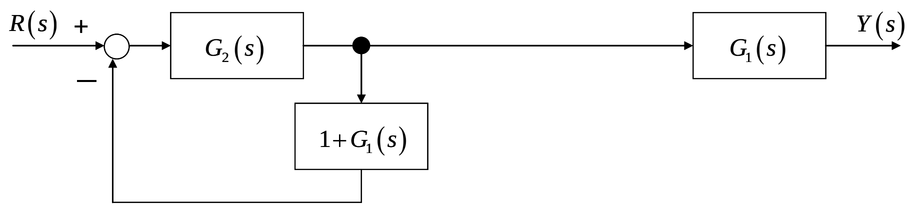
$$G_{yr}(s)=\frac{G(s)\{1+K_1(s)\}K_2(s)}{1+G(s)\{1+K_1(s)\}K_2(s)} \qquad \text{（答）}$$

３．（１）

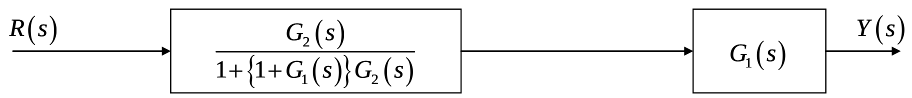
$G_1(s)$に対して表４－１の１番目の等価変換を適用すると，次図を得る。



中央の並列結合を整理すると，次図のようになる。



左半分のフィードバック結合を整理すると，次図を得る。

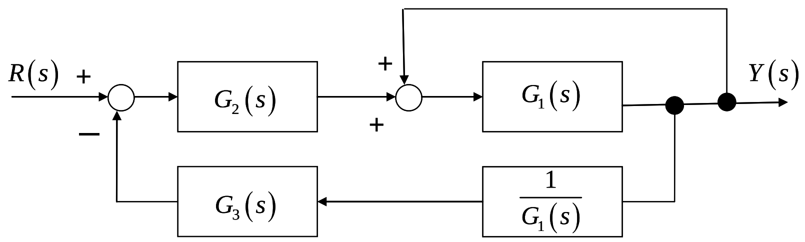


求める伝達関数は，次式のようになる。

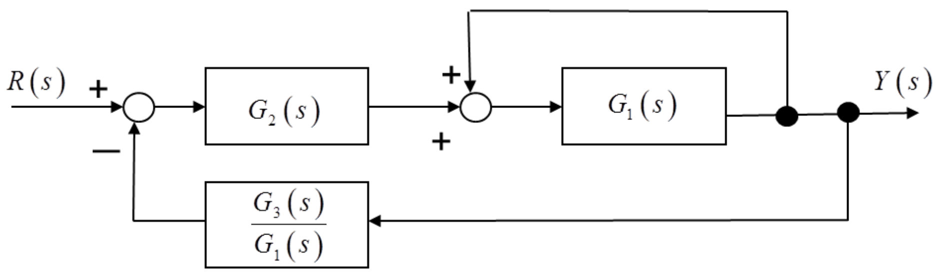
$$G_{yr}(s)=\frac{G_1(s)G_2(s)}{1+\{1+G_1(s)\}G_2(s)}$$ （答）

３．（２）

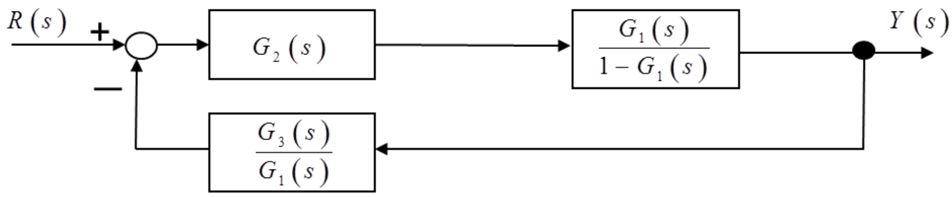
$G_1(s)$ に対して表４－１の２番目の等価変換を適用すると,次図を得る。



３番目の等価変換を用いると，次図のようになる。



内側のフィードバック結合を整理すると，次図を得る。



求める伝達関数は，次式のようになる。

$$G_{yr}(s)=\frac{G_1(s)G_2(s)}{1-G_1(s)+G_2(s)G_3(s)}\qquad（答）$$

４．（１）

入力は外力$f(t)$，出力は変位 $x(t)$である。次式について考える。

$$M\frac{d^2x(t)}{dt^2}=f(t)-f_1(t)-f_2(t)$$

$$f_1(t)=Kx(t)$$

$$f_2(t)=C\frac{dx(t)}{dt}$$

これらをラプラス変換すると，次式を得る。

$$Ms^2X(s)=F(s)-F_1(s)-F_2(s)\qquad（４－３７）$$

$$F_1(s)=KX(s)\qquad（４－３８）$$

$$F_2(s)=CsX(s)\qquad（４－３９）$$

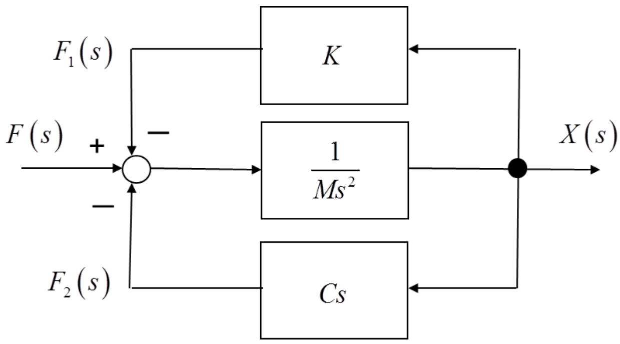
ただし，伝達関数の定義より，全ての信号の初期値は 0 である。次に，システム全体の出力$X(s)$から入力$F(s)$に向かって，入出力関係式を並び替えるために，式変形を施す。式 4-37 を基準に考えると，次の順番の 3 式を得る。

$$X(s)=\frac{1}{Ms^2}\{F(s)-F_1(s)-F_2(s)\}$$

$$F_1(s)=KX(s)$$

$$F_2(s)=CsX(s)$$

これらの式を組み合わせると，ブロック線図は下図のようになる。



（答）

[別解 1]

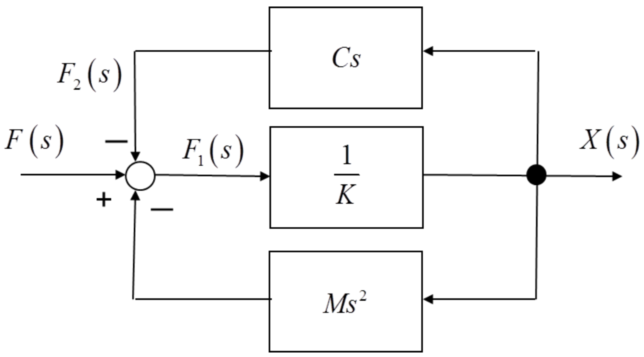
式 4-38 を基準に考えると，次の順番の 3 式を得る。

$$X(s)=\frac{1}{K}F_1(s)$$

$$F_1(s)=F(s)-F_2(s)-Ms^2X(s)$$

$$F_2(s)=CsX(s)$$

これらの式を組み合わせると，ブロック線図は下図のようになる。



（答）

[別解 2]

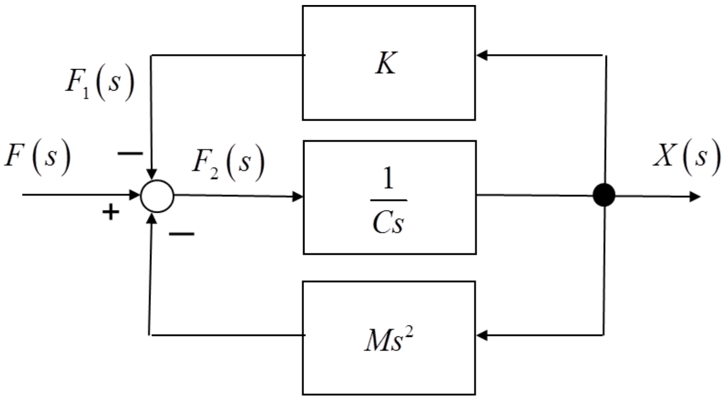
式 4-39 を基準に考えると，次の順番の 3 式を得る。

$$X(s)=\frac{1}{Cs}F_2(s)$$

$$F_2(s)=F(s)-F_1(s)-Ms^2X(s)$$

$$F_1(s)=KX(s)$$

これらの式を組み合わせると，ブロック線図は下図のようになる。



（答）

４．（２）

入力は電圧$e_i(t)$，出力は電圧$e_o(t)$である。次式について考える。

$$i(t)=i_1(t)+i_2(t)$$

$$e_i(t)-e_o(t)=R_1 i(t)$$

$$e_o(t)=R_2 i_1(t)$$

$$e_o(t)=\frac{1}{C}\int_0^t i_2(\tau)d\tau$$

これらをラプラス変換すると，次式を得る。

$$I(s)=I_1(s)+I_2(s)$$

$$E_i(s)-E_o(s)=R_1 I(s) \qquad （４－４０）$$

$$E_o(s)=R_2 I_1(s) \qquad （４－４１）$$

$$E_o(s)=\frac{1}{Cs}I_2(s) \qquad （４－４２）$$

ただし，伝達関数の定義より，全ての信号の初期値は 0 である。次に，システム全体の出力$E_o(s)$から入力$E_i(s)$に向かって，入出力関係式を並び替えるために，式変形を施す。式 4-40 を基準に考えると，次の順番の 4 式を得る

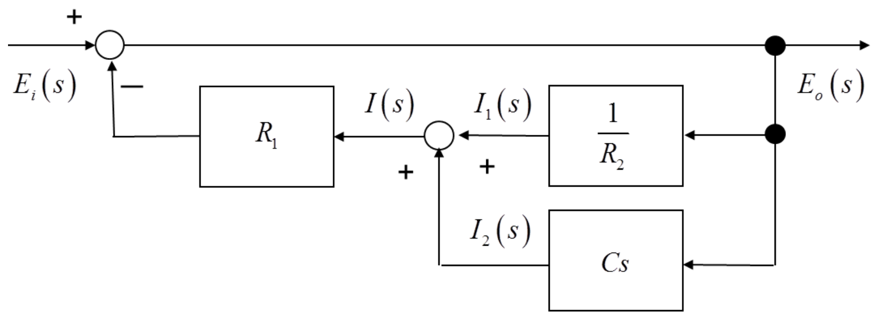
$$E_o(s)=E_i(s)-R_1 I(s)$$

$$I(s)=I_1(s)+I_2(s)$$

$$I_1(s) = \frac{1}{R_2} E_o(s)$$

$$I_2(s) = CsE_o(s)$$

これらの式を組み合わせると，ブロック線図は下図のようになる。



（答）

[別解 1]

式 4-41 を基準に考えると，次の順番の 4 式を得る。

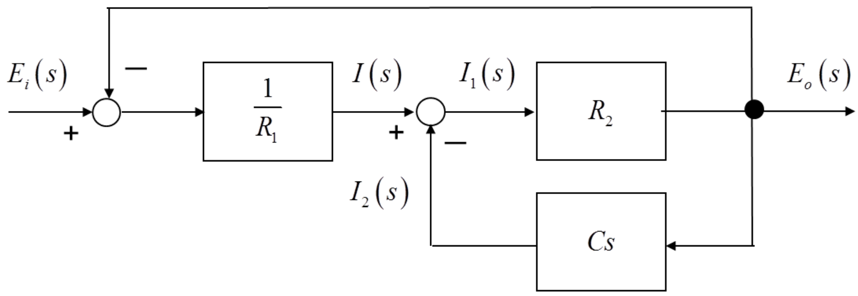
$$E_o(s) = R_2 I_1(s)$$

$$I_1(s) = I(s) - I_2(s)$$

$$I(s) = \frac{1}{R_1}\left\{E_i(s) - E_o(s)\right\}$$

$$I_2(s) = CsE_o(s)$$

これらの式を組み合わせると，ブロック線図は下図のようになる。



（答）

[別解２]

式 4-42 を基準に考えると，次の順番の 4 式を得る。

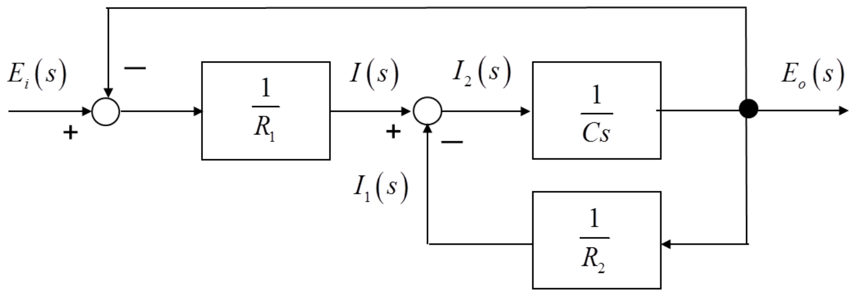
$$E_o(s)=\frac{1}{Cs}I_2(s)$$

$$I_2(s)=I(s)-I_1(s)$$

$$I(s)=\frac{1}{R_1}\{E_i(s)-E_o(s)\}$$

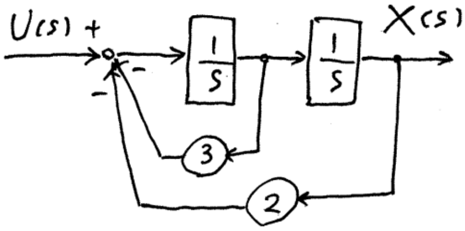
$$I_1(s)=\frac{1}{R_2}E_o(s)$$

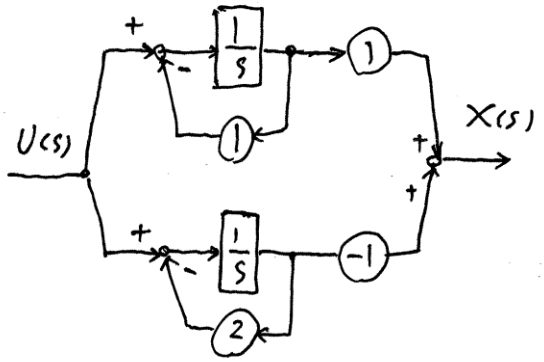
これらの式を組み合わせると，ブロック線図は下図のようになる。



（答）

５．解答例





６．解答例