「制御工学」　第５章演習問題解答

１．(1)

インパルス応答

$$Y(s)=\frac{5}{s^2+5s+6}=\frac{5}{s+2}-\frac{5}{s+3} \qquad y(t)=L^{-1}[Y(s)]=5\left(e^{-2t}-e^{-3t}\right)$$ （答）

ステップ応答

$$Y(s)=\frac{5}{s^2+5s+6}\frac{1}{s}=\frac{5}{6s}-\frac{5}{2(s+2)}+\frac{5}{3(s+3)} \qquad y(t)=L^{-1}[Y(s)]=\frac{5}{6}-\frac{5}{2}e^{-2t}+\frac{5}{3}e^{-3t}$$

（答）

(2)

インパルス応答

$$Y(s)=\frac{5}{s^2+5s+6}=\frac{5}{s+2}+\frac{5}{s+3} \qquad y(t)=L^{-1}[Y(s)]=\frac{1}{2}+\frac{3}{2}e^{-2t}$$ （答）

ステップ応答

$$Y(s)=\frac{1+2s}{s(2+s)}\frac{1}{s}=\frac{3}{4s}+\frac{1}{2s^2}-\frac{3}{4(s+2)} \qquad y(t)=L^{-1}[Y(s)]=\frac{3}{4}-\frac{1}{2}t+\frac{3}{4}e^{-2t}$$ （答）

(3)

インパルス応答

$$Y(s)=\frac{2}{(s+1)^2} \qquad y(t)=L^{-1}[Y(s)]=2te^{-t}$$ （答）

ステップ応答

$$Y(s)=\frac{2}{(s+1)^2}\frac{1}{s}=\frac{2}{s}-\frac{2}{s+1}-\frac{2}{(s+1)^2} \qquad y(t)=L^{-1}[Y(s)]=2\left(1-e^{-t}-te^{-t}\right)$$ （答）

(4)

インパルス応答

$$Y(s)=\frac{2s}{1+4s}=\frac{1}{2}-\frac{1}{2(1+4s)} \qquad y(t)=L^{-1}[Y(s)]=\frac{1}{2}\left(\delta(t)-\frac{1}{4}e^{-\frac{t}{4}}\right)$$ （答）

ステップ応答

$$Y(s)=\frac{2s}{1+4s}\frac{1}{s} \qquad y(t)=L^{-1}[Y(s)]=\frac{1}{2}e^{-\frac{t}{4}}$$ （答）

２．(1)

$$Y(s)=L[y(t)]=\frac{4}{3}\left(\frac{1}{s+1}-\frac{1}{s+4}\right)=\frac{4}{(s+1)(s+4)}$$

$$G(s)=\frac{4}{s^2+5s+4}$$ （答）

(2)

$$Y(s)=\frac{4}{(s+1)(s+4)}\frac{1}{s}=\frac{1}{s}-\frac{4}{3(s+1)}+\frac{1}{3(s+4)}$$

$$y(t)=L^{-1}\left[Y(s)\right]=1-\frac{4}{3}e^{-t}+\frac{1}{3}e^{-4t}$$ （答）

３．

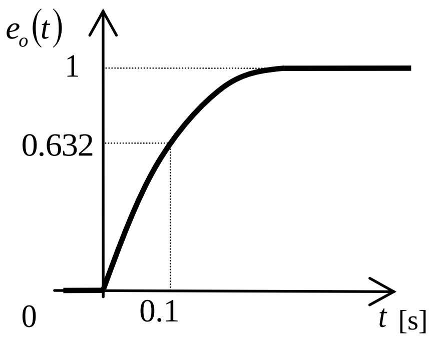
回路図より，入力e_iから出力e_oまでの伝達関数は次式で求まる。

$$\frac{E_o(s)}{E_i(s)}=\frac{1}{RCs+1}$$

ステップ応答を求めると

$$E_o(s)=\frac{1}{RCs+1}\frac{1}{s}=\frac{1}{s}-\frac{1}{s+\frac{1}{RC}}=\frac{1}{s}-\frac{1}{s+10}$$

$$e_o(t)=L^{-1}[E_o(s)]=1-e^{-10t}$$ （答）



（答）

４．

力のつり合いより次式が求まる。

$$Kx_1(t)=D(\dot{x}_2-\dot{x}_1)$$

ラプラス変換により入出力間の伝達関数を求める。

$$\frac{X_1(s)}{X_2(s)}=\frac{s}{s+\frac{K}{D}}$$

大きさ 0.2 m のステップ入力に対する応答は

$$X_1(s) = \frac{s}{s+64}\frac{0.2}{s} = \frac{0.2}{s+64}$$

$$x_1(t) = L^{-1}[X_1(s)] = 0.2e^{-64t} \qquad （答）$$

５．

力学モデルより運動方程式は次式で求まる。

$$M\ddot{x} + Kx = f$$

ラプラス変換して入力 f から出力 x までの伝達関数を求めると

$$\frac{X(s)}{F(s)} = \frac{1}{Ms^2 + K} = \frac{1}{M\omega_n}\frac{\omega_n}{s^2 + \omega_n{}^2}$$

ここで、$\omega_n = \sqrt{\dfrac{K}{M}}$ である。

ラプラス逆変換により、インパルス応答は以下のように求まる。

$$x(t) = L^{-1}[X(s)] = \frac{1}{M\omega_n}\sin\omega_n t \qquad （答）$$

６．

図の RLC 直列回路より次式が得られる。

$$e = Ri + \frac{dL}{dt} + \frac{1}{C}\int i\,dt$$

ラプラス変換して入力 e から出力 i までの伝達関数を求めると

$$\frac{I(s)}{E(s)} = \frac{Cs}{LCs^2 + RCs + 1} = C\frac{\frac{1}{LC}s}{s^2 + \frac{R}{L}s + \frac{1}{LC}}$$

大きさ 5 V のステップ入力を $E(s)$ に代入すると次式が得られる。

$$I(s) = C\frac{\frac{1}{LC}s}{s^2 + \frac{R}{L}s + \frac{1}{LC}}\frac{5}{s} = 5C\frac{\frac{1}{LC}}{s^2 + \frac{R}{L}s + \frac{1}{LC}}$$

式(5-30)と係数比較より RLC 直列回路の減衰比 ζ，固有角周波数 ω_n とゲイン K は以下のように求まる。

$$\omega_n = \sqrt{\frac{1}{LC}} = 1000 \text{ rad/s} \quad , \quad \zeta = \frac{R}{2\omega_n L} = 0.2 \quad , \quad K = 5C = 2.5\times10^{-3}$$

減衰比 ζ は 1 より小さいので、応答は式 5-33 を用いて以下のように求まる。

$$i(t) = 2.5\frac{e^{-200t}}{\sqrt{1-0.04}}\sin\left(1000\sqrt{1-0.04}\,t\right) \qquad （答）$$