「制御工学」　第 9 章演習問題解答

１．

ゲイン k を用いたときの閉ループ伝達関数は，$G(s)=\dfrac{k}{s^2+2s+k}$。これが二重根 s=-1 を持つ条件は k=1。（答）

また，閉ループのピークゲインは題意より $\dfrac{1}{2\zeta}=10$ で，G(s)の分母より $2\varsigma\sqrt{k}=2$。したがって k=400。（答）

２．

略

３．

$e(\infty)=v_0/k_v \leqq 0.01v_0$ より $k_v \geqq 100$。最終値の定理より

$$e(\infty)=\lim_{s\to 0} s\frac{1}{1+G(s)K_c(s)}\frac{1}{s}=\lim_{s\to 0}\frac{1}{1+G(s)K_c(s)}$$

$$\lim_{s\to 0}G(s)=\lim_{s\to 0}\frac{1.98}{(s+2)(s+1)}=0.99$$

$$\lim_{s\to 0}K_c(s)=\lim_{s\to 0}k\frac{1+\alpha Ts}{1+Ts}=k$$

となるので

$$e(\infty)=\frac{-0.99}{1+0.99k}\geq -0.01$$

$$k\geq 98$$

k=100 としたとき $kG(s)$のゲイン交差周波数 ω_{gc} は、ω_{gc}=14rad/s、位相は－168deg。位相余裕は 12deg で、目標とする位相余裕に 28deg 足りないので位相進め角 ϕ_m=30deg とする。

$$\sin 30=\frac{\alpha-1}{\alpha+1}\rightarrow \alpha=3$$

位相補償コントローラによって、一巡伝達関数のゲインは $10\log\alpha$=4.8dB 上昇する。このため、ボード線図より位相補償後のゲイン交差周波数 ω_m は 18.5dB となるので

$$\omega_m=18.5=\frac{1}{T\sqrt{\alpha}}\text{より}\mathrm{T}=0.03$$

よって得られたコントローラは

$$K_c(s)=100\frac{1+0.093s}{1+0.031s}$$　（答）

となる。

4.

位相遅れ補償コントローラは、以下の式で表すことができる。

$$Kc(s) = k\frac{1+\alpha Ts}{1+Ts}$$

最終値の定理より、$e(\infty) = \frac{v}{k_v} < 0.1v$ となる。よって $k_v > 10$ である。

$$kv = \lim_{s\to 0} sG(s)K_c(s) = \lim_{s\to 0} \frac{sk}{s(s+1)}\frac{1+\alpha Ts}{1+Ts} = k$$

$$\therefore k = 10$$

$k = 10$ のとき、$kP(s) = \frac{10}{s(s+1)}$ となる。ボード線図より、位相余裕 45deg にマージンを追加し、51deg の点を ω_{gc} とすると、

$$\omega_{gc} = 0.8\,\mathrm{rad/s}$$

となる。このときのゲインは 19. 8 dB である。位相遅れコントローラにより、ゲインを 19. 8 dB 下げる。$-19.8 = 20\log\alpha$ より、

$$\alpha = 0.1$$

となり，$\frac{1}{\alpha T} = \frac{\omega_{gc}}{10}$ より、

$$T = \frac{10}{\alpha\omega_{gc}} = 125$$

となる。ゆえに、コントローラは $K_c(s) = 10\frac{1+12.5s}{1+125s}$。（答）

5.

一次遅れ系では折れ点各周波数で真値と 3dB 異なるため, 制御対象では 12dB 異なるので, $20\log K_c = 12.K_c = 4$ より Kc=4 とすると，ゲインが 0dB となる周波数で位相は 180deg 回る。このときの位相交差周波数 ω_{pc} は 1 rad/s であるから, 周期は $T_c = 2\pi / \omega_{pc}$ =6.28 s となる。

調整則より

K_P=0.6K_c=2.4　（答）

T_I=0.5T_c=3.14、K_I=K_P/T_I=0.76　（答）

T_D=0.125T_c=0.785、K_D=$K_P T_D$=1.9　（答）

６．

伝達関数において，L=1，R=K/T=2/0.5=4。表より Kp=0.3，T_I=2，T_D=0.5。（答）