



じつきょう

数学資料

No. 64

「数学 I」の新内容“データの分析”について

広島工業大学環境学部教授 景山三平

1. はじめに

新学習指導要領では、小学校・中学校及び高等学校での学ぶべき統計に関する多くの内容が新たに盛り込まれた。特に高等学校では、中学校での学習内容を受ける形で必修科目「数学 I」（3 単位）の中に“データの分析”という内容が入った。結局、小学校 1 年から中学校そして高等学校 1 年まですべての児童・生徒が系統的に統計教育を受けることになり、現在の統計教育の内容が一層充実するはずである。

高等学校の先生も統計を避けては通れない。しかも平成 27 年度からのセンター試験では統計内容が必修問題として新たに出題されると思われる。ここでは「数学 I」の“データ分析”に関する内容に限定し、その指導上の留意点を述べたい。

2. 位置づけ

中学校では、従来の 3 領域から数と式、図形、関数、資料の活用の 4 領域に分類され、確率以外の統計の内容（1, 3 年）が新たに入った。不確定的な現象を取り上げる新たな領域が位置づいたことになる。これらの領域構成に対応して高等学校では、新しい 6 科目構成の中で唯一必修科目である「数学 I」にも統計内容が入った。そこでは基礎的な統計活用能力の育成を重要視しているが、これにより中学校と

の接続や内容の系統性を一層重視したことになる。

前節で高等学校 1 年まではすべての児童・生徒が系統的に統計教育を受けることになると述べたが、その「数学 I」の内容である記述統計に関しては、中学校 1 年で学んだ内容からつながるものであり、2 年間のブランクの後の学習になることを十分に意識することが肝要である。

3. 内容のポイント

中学校 1 年では高等学校での現行科目、数学基礎、数学 B から移行する内容を学んでいる。これをベースに「数学 I」“データの分析”では記述統計の内容を更に学ぶが、統計の神髄である推測統計の内容ではないことをまず留意する必要がある。中学校での学習をすこし概観すると、目的に応じて資料を収集し、コンピュータを用いるなどして表やグラフに整理し、代表値や資料の散らばりに着目してその資料の傾向を読み取れるよう、記述統計の考え方でデータの現状把握を行うことを目指している。集団としての特性を記述するために、考察対象となった各個体について調査・実験を通して観測し、得られたデータを整理・要約できるようにデータの視覚化・数量化の手法の学びが中心である。コンピュータを用いて計算時間を短縮し、統計資料の中から本来の価値ある情報の読み取

も く じ

論説	学校紹介	
「数学 I」の新内容“データの分析”について…… 1	宮城県石巻高等学校……………	10
紹介 ～中学校の統計教育～	学校紹介	
1 年「資料の活用」の実践…………… 4	福島県立磐城高等学校……………	13
紹介 ～高等学校の課題学習～	ワンポイント教材	
早い時期に実施する課題学習について…………… 7	新版数学 A 課題学習	
	「油分け算」を三垂線座標で解く……………	16

りや知見の活用に授業時間をどの程度確保できるかが課題であろう。そこで必ず実施してほしいことは、3つの代表値(平均値, 中央値, 最頻値)の関係やそれぞれのよさについての考察である。

このような背景の下で高等学校の数学について考えると、分布の特徴を捉える種々の統計量(特性値)について、(1)1次元分布において、中心的な位置を示す量として、平均値, 中央値(第2四分位数), 最頻値, またその量の回りの散らばり度合いを示す量として、分散, 標準偏差や範囲, 四分位範囲がある。この際に、箱ひげ図を通して分布の特徴を多角的に理解できるような指導が重要となる。(2)2次元分布において、2つの周辺分布は1次元なので前述の特性値は使えるが、2つの変量の変動を同時に考えるために新たな概念として相関という関係性を捉えるものがある。これを区間 $[-1, +1]$ の値をとる相関係数 r として数量的に表現している。この尺度は2つの変量の間線形的な関係を測る量でデータの現状分析を行うものであるが、この量を基にしたの線形予測式の作成につながる興味深い回帰の概念は高等学校では扱わない。一部言葉の表現を、(ア) $r = \pm 1$ に近いとき強い正(負)の相関がある。このとき散布図の点は右上(下)がりの直線に沿って分布する傾向が強くなる。(イ) r が0に近いとき相関は弱い。と整理・統一したいものである。

高等学校で大切なことの1つは、単位の統一や、単位を無く(無名数化, 標準化)し解釈・比較を意味あるものにするために、分散に対しては標準偏差, 共分散に対しては相関係数が利用されていること、相関係数は線形1次変換に関して不変であることを理解することである。また、特性値の必要性和求め方、及びその意味と特徴を理解することも大切である。

例えば、平均の概念はすべてのデータが同じウェイト(重要度, 意味など)をもつときに有用なものであることは、加重平均(重み付き平均)から説明すると分かりやすい。このように考えるとサラリーマンの年間所得額の分布での中心的傾向を表す特性値には平均値より中央値が適切であることが分布の偏りからわかる。平均的なサラリーマンは実際には存在しないのである。時間があれば、はずれ値, 標準化(偏差値), 相関関係と因果関係の話題にも触れ

てほしい。

選択科目「数学活用」(2単位)の中にも、“社会生活における数理的な考察”という内容がある。この中に“データの分析”があり、身近な事象に対して目的に応じてデータを収集し、表計算ソフトなどを用いて処理し、データ間の傾向を捉え予測や判断できることを目指している。多くの高校生が「数学I」とともにぜひ履修することを望みたい。

4. 教授上のポイント

「数学I」は4つの分野の内容で構成されていて3単位としては盛りたくさんの科目である。この意味で、“データの分析”に十分な学習時間がとれるか心配である。この内容は中学校で扱っている資料の平均や散らばりの考えを更に発展させて、データの散らばりや偏り、2変量データの相関を学ぶことになっている。指導事項を概観すると“統計の基本的な考えを理解するとともに、それを用いてデータを適宜コンピュータなどを用い整理・分析し、傾向を把握できるようにする”ことを目指している。

内容を見ると、データの散らばり(四分位範囲, 分散及び標準偏差などの意味について理解し、それらを用いてデータの傾向を把握し、説明すること)、とデータの相関(散布図や相関係数の意味を理解し、それらを用いて2つのデータの相関を把握し説明すること)になっている。中学校との接続を意識し、分散や標準偏差, 散布図や相関係数などを扱い、データを整理・分析し、データの傾向を把握するための基礎的な知識や技能を身につけることを目指している。ここで特に大切なことは、2つのデータの相関の把握に、相関係数の値のみで数量的理解と散布図を用いての視覚的理解を同時に行うことである。この思考展開を的確に行えば相関という直線的な関係の把握に誤解が生ずることはない。

とにかく高等学校で一番大切なことは数量的理解(特性値の必要性和その値の意味)と視覚的理解(ヒストグラム, 箱ひげ図や散布図の(特性値に対応した)適切な解釈)の同時展開で、両者の関連を適切に把握することである。これは今回の学習指導要領改訂の趣旨に一番合致する活動である。

ここで、話題の四分位数について述べる。その定

義の仕方はただ一通りであるが、その求め方は多種存在するということである。それ故、教科書の方法で求めた値と表計算ソフトで求めた値が異なるのは普通であり、それは間違いではないという認識が必要となる。これらの数値のわずかな違いに一喜一憂しないことが大切である。木を見て森を見るような扱いになるため、四分位数の値の導出は入試には出題されないことが予想される。

今回、各教科書上での四分位数の求め方は離散型のデータ（ほとんどが整数値表示）に対してばかりで各社同じ方法を提示している。筆者はこの種のデータに対しては、教科書での求め方は適切であると考えている。将来身長のような連続型データに対しての四分位数の求め方まで記述されるようになるのと他の問題が生じる。また、四分位範囲は散布度の1つの尺度として範囲以上に十分な意味を見出せるが、四分位偏差の方は、その導入の意図が読めない。不要であろう。

教授上の目線で大切なことは、くり返し観測できるという不確定的な現象の捉え方を含めた統計概念の真の実践的理解とコンピュータ利用促進である。無駄とも思える統計値の手計算は高等学校では極力排除すべきである。

興味深いデータに関心があるものの、実際にデータ収集を実施する時間がない先生は、Web情報（サイト：日本統計学会統計教育委員会、総務省統計局）の利用を勧めたい。しかし、これも他人作成のものなので生徒に真の統計活用能力を醸成することにはつながらないかもしれない。

現在検定済みである教科書「数学I」において、本年度その占有率が97.2%の5社の見本本における内容“データの分析”を見たが、各社様々で工夫もあり楽しく読んだ。度数分布表からの例えば四分位数の導出計算は5社中1社（試み）のみ、また2社には四分位偏差の適切とは思えない図的表示がある。相関に関しては、関係表現に“相関がある”と“相関関係がある”の二通りがあるが前者で十分である。また1社に相関係数の値が±1のときの解説に“完全な相関関係である”と記述され、同時にその散布図まで記載されているのには驚いた。統計は不確定的な現象を考察対象としており、誤差を含んでいる

ことが前提であるため、数学としてはよいが統計としては不適切である。表計算ソフトやグラフ電卓を使用する記述の説明は2社のみであった。恐らく、この項は各社とも「数学活用」の教科書の記述内容とも関連していると信じたい。

5. 物の見方・考え方

統計的な物の見方・考え方は、個人の経験に基づく知識や知恵を多面的に用いながら、目的に沿う適切で有効な情報を選択し、利用・活用することによってなされる活動である。今回、中学校で各学年の内容に数学的活動が位置づいたことは大きい。ただ、数学的活動（確定的な現象が主な対象）と統計的活動（不確定的な現象が対象）における活動方法の違いが学習指導要領に明確に記述されていないことが懸念される。どちらがどちらを包括するという関係ではなく、規則性（不変性）を見つけることでは同じであるが、思考プロセスは同一ではないことの理解が大切である。すなわち、数学は基本的には演繹的思考で展開されるが、統計は帰納的思考が主である。統計学の本質は、帰納的推論の中に演繹的論理の過程を導入することにより科学的な結論を導く点にある。論理的な考え方は演繹的推論につきるといふ捉え方は適切ではないが、従前の演繹的論理だけで統計内容を教えれば、生徒は全く統計的な物の見方・考え方を理解することはできないであろう。要は、統計を数学のように教えないことである。

統計は数学ではなく、人間としての常識の学であり泥臭いものである。この際、数学的な物の見方・考え方と統計的な物の見方・考え方を明確に理解することが重要となる。結局、統計内容を教科『数学』の中で教えるという現在の学習指導要領での枠決めが問題を大きくしている。

6. おわりに

統計の書は多種存在するが、統計に馴染みのない先生には中学校1年用の7社の教科書の精読をまず勧めたい。これらの内容の完全理解が「数学I」“データ分析”の適切な授業実施への第一歩になるはずである。更に自分の学校で採用していない他社の「数学I」の教科書も、各種乱読すると良い。