「熱力学」　第５章　問題解答

５－１ドリル問題

問題１　内燃機関と外燃機関の違いを説明せよ。

燃料の燃焼が機関の内部で行われるものが内燃機関であり，外部から熱供給を行うものが外燃機関である。

問題２　容積形と速度形の違いを説明せよ。

容積形では，密閉空間内で作動流体の圧縮と膨張が間欠的に繰り返されることで仕事を発生させる。速度形では，作動流体が常に流れており，連続的に圧縮と膨張を行うことにより仕事を発生させる。

問題３　理想サイクルとは何か説明せよ。

摩擦や流動などによる不可逆損失がなく，すべての状態変化が準静的過程であるという理想的なサイクルのこと。

問題４　空気標準サイクルとは何か説明せよ。

以下のような仮定のもとで構成されたサイクルで，とくに空気を作動流体とする理想的なサイクルのこと。
(1) 内燃機関を閉鎖系と考える。
(2) 作動流体は比熱が変化しない理想気体とする。
(3) すべての状態変化は準静的に進行する。
(4) 燃焼の過程は外部からの加熱の過程に置き換える。
(5) 排気の過程は外部への放熱の過程に置き換える。この過程で作動流体の状態は，最初の状態に完全に戻る。

５－２ドリル問題

問題１　オットーサイクルにおいて，状態①の温度が T_1＝300K，状態②の温度が T_2＝750K であるとき，このサイクルの熱効率 η を求めよ。ただし，空気標準サイクルと考える。

式 5-4 と式 5-7 より T_1 と T_2 の比は次のように圧縮比 ε で表すことができる。

$$\frac{T_2}{T_1}=\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\kappa-1}=\varepsilon^{\kappa-1}$$

これを式 5-9 に代入すれば，熱効率 η を求めることができる。

$$\eta=1-\frac{1}{\varepsilon^{\kappa-1}}=1-\frac{T_1}{T_2}=1-\frac{300}{750}=0.6$$ (答)

問題２　オットーサイクルにおいて，状態③の温度が T_3＝2000K，状態④の温度が T_4＝830K であるとき，このサイクルの熱効率 η を求めよ。ただし，空気標準サイクルと考える。

可逆断熱変化における体積 V と温度 T の関係から，圧縮比 ε について次の値を得る。

$$\varepsilon^{\kappa-1}=\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\kappa-1}=\left(\frac{V_4}{V_3}\right)^{\kappa-1}=\frac{T_3}{T_4}=\frac{2000}{830}=2.4096$$

これより，熱効率 η は次のように求められる。

$$\eta=1-\frac{1}{\varepsilon^{\kappa-1}}=1-\frac{1}{2.4096}=0.585$$ (答)

問題３　オットーサイクルにおいて，状態①の圧力が p_1＝80kPa，状態②の圧力が p_2＝2.0MPa であるとき，このサイクルの圧縮比 ε と熱効率 η を求めよ。ただし，空気標準サイクルとし，比熱比は κ＝1.4 とする。

①→②は可逆断熱圧縮であるので，圧力と体積との間に次の関係が成り立つ。

$$p_1V_1^{\kappa}=p_2V_2^{\kappa}$$

よって，圧縮比 ε が次のように求められる。

$$\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\kappa}=\varepsilon^{\kappa}=\frac{p_2}{p_1}\quad\rightarrow\quad\varepsilon=\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{1/\kappa}=\left(\frac{2000}{80}\right)^{1/1.4}=9.966$$ (答)

式 5-9 より熱効率 η は次のように求められる。

$$\eta=1-\frac{1}{\varepsilon^{\kappa-1}}=1-\frac{1}{9.966^{1.4-1}}=0.601$$ (答)

問題４　オットーサイクルにおいて，状態③の圧力が p_3＝5.5MPa，状態④の圧力が p_4＝275kPa であるとき，このサイクルの圧縮比 ε と熱効率 η を求めよ。ただし，空気標準サイクルとし，比熱比は κ＝1.4 とする。

可逆断熱変化における体積 V と圧力 p の関係から，圧縮比 ε は次のように求められる。

$$\varepsilon = \frac{V_1}{V_2} = \frac{V_4}{V_3} = \left(\frac{p_3}{p_4}\right)^{1/\kappa} = \left(\frac{5.5}{0.275}\right)^{1/1.4} = 8.498 = 8.5$$

(答)

これより，熱効率 η は次のように求められる。

$$\eta = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{\kappa-1}} = 1 - \frac{1}{8.498^{1.4-1}} = 0.575$$

(答)

問題５　オットーサイクルにおいて，熱効率 η が 0.6 以上となるために必要となる最低の圧縮比 ε を求めよ。ただし，空気標準サイクルとし，比熱比は κ ＝1.4 とする。

熱効率 η が 0.6 以上になることは,

$$\eta = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{\kappa-1}} \geq 0.6$$

と表される。すなわち，圧縮比 ε は次の関係を満たす。

$$\varepsilon \geq \left(\frac{1}{0.4}\right)^{1/(1.4-1)} = 9.88$$

よって，最低の圧縮比 ε は 9.9 であることがわかる。(答)

問題６　オットーサイクルの熱効率 η が，温度 T_1，T_2，T_3，T_4 を用いて次のように表せることを示せ。

$$\eta = 1 - \frac{T_1}{T_2} = 1 - \frac{T_4}{T_3}$$

①→②と③→④の可逆断熱変化について，次の関係が成り立つ。

$$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\kappa-1} = \left(\frac{1}{\varepsilon}\right)^{\kappa-1} = \frac{1}{\varepsilon^{\kappa-1}}$$

$$\frac{T_4}{T_3} = \left(\frac{V_3}{V_4}\right)^{\kappa-1} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\kappa-1} = \left(\frac{1}{\varepsilon}\right)^{\kappa-1} = \frac{1}{\varepsilon^{\kappa-1}}$$

よって，熱効率 η は次のように表される。

$$\eta = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{\kappa-1}} = 1 - \frac{T_1}{T_2} = 1 - \frac{T_4}{T_3}$$

(答)

問題７　オットーサイクルにおいて，状態①の圧力が p_1＝100kPa，温度が T_1＝300K，体積が V_1＝600cm^3，状態②における体積が V_2＝60cm^3，状態③における温度が T_3＝2000K であった。以下の問いに答えよ。ただし，空気標準サイクルとして考えるものとし，比熱比は κ＝1.4，気体定数は R＝287J/(kg・K)とする。

(1) 状態②から状態③までの等積過程における加熱量 Q_H を求めよ。

(2) 状態④の温度 T_4 を求めよ。

(3) サイクルの正味の仕事 W を求めよ。

(4) サイクルの熱効率 η を求めよ。

(1) 理想気体の状態式から，作動流体の質量 m が次のように求められる。

$$m = \frac{p_1 V_1}{R T_1} = \frac{100 \times 10^3 \times 600 \times 10^{-6}}{287 \times 300} = 6.969 \times 10^{-4}\,\mathrm{kg}$$

①→②は可逆断熱変化であるので，状態②の温度 T_2 は次のように求められる。

$$T_2 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\kappa - 1} = 300 \times \left(\frac{600}{60} \right)^{1.4-1} = 753.6\mathrm{K}$$

定積比熱 c_v は次のように求められる。

$$c_v = \frac{R}{\kappa - 1} = \frac{287}{1.4 - 1} = 717.5\mathrm{J/(kg \cdot K)}$$

よって，加熱量 Q_H は次のように求められる。

$$Q_H = m c_v \left(T_3 - T_2 \right) = 6.969 \times 10^{-4} \times 717.5 \times \left(2000 - 753.6 \right) = 623\mathrm{J}$$ (答)

(2) ③→④は可逆断熱変化であるので，状態④の温度 T_4 は次のように求められる。

$$T_4 = T_3 \left(\frac{V_3}{V_4} \right)^{\kappa - 1} = T_3 \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^{\kappa - 1} = 2000 \times \left(\frac{60}{600} \right)^{1.4-1} = 796\mathrm{K}$$ (答)

(3) (2)より，放熱量 Q_L は次のように求められる。

$$Q_L = m c_v \left(T_4 - T_1 \right) = 6.969 \times 10^{-4} \times 717.5 \times \left(796.2 - 300 \right) = 248\mathrm{J}$$

これより，正味の仕事 W は次のように求められる.

$$W = Q_H - Q_L = 623 - 248 = 375\mathrm{J}$$ (答)

(4) 熱効率 η は次のように求められる。

$$\eta = \frac{W}{Q_H} = \frac{375}{623} = 0.602$$ (答)

問題８　オットーサイクルにおいて，状態①の温度が T_1＝300K，加熱量が Q_H＝700J，作動流体の質量が m＝7.0×10^{-4}kg，圧縮比が ε ＝9 であった。以下の問いに答えよ。ただし，空気標準サイクルとして考えるものとし，比熱比は κ ＝1.4，気体定数は R＝287J/(kg・K)とする。

(1) 状態③の温度 T_3 を求めよ。

(2) サイクルの正味の仕事 W を求めよ。

(3) サイクルの熱効率 η を求めよ。

(1) ①→②は可逆断熱変化であることから，状態②の温度 T_2 は次のように求められる。

$$T_2 = T_1\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\kappa-1} = T_1\varepsilon^{\kappa-1} = 300\times9^{1.4-1} = 722.5\mathrm{K}$$

定積比熱 c_v は次のように求められる。

$$c_v = \frac{R}{\kappa-1} = \frac{287}{1.4-1} = 717.5\mathrm{J/(kg\cdot K)}$$

②→③は等積変化であることから，状態③の温度 T_3 は次のように求められる。

$$T_3 = T_2 + \frac{Q_H}{mc_v} = 722.5 + \frac{700}{7.0\times10^{-4}\times717.5} = 2116\mathrm{K}$$

(答)

(2) ③→④は可逆断熱変化であることから，状態④の温度 T_4 は次のように求められる。

$$T_4 = T_3\left(\frac{V_3}{V_4}\right)^{\kappa-1} = T_3\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\kappa-1} = T_3\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)^{\kappa-1} = 2116\times\left(\frac{1}{9}\right)^{1.4-1} = 878.7\mathrm{K}$$

よって，放熱量 Q_L は次のように求められる。

$$Q_L = mc_v\left(T_4 - T_1\right) = 7.0\times10^{-4}\times717.5\times\left(878.7-300\right) = 291\mathrm{J}$$

これより，正味の仕事 W は次のように求められる。

$$W = Q_H - Q_L = 700 - 291 = 409\mathrm{J}$$

(答)

(3) 熱効率 η は次のように求められる。

$$\eta = \frac{W}{Q_H} = \frac{409}{700} = 0.584$$

(答)

問題９　オットーサイクルにおいて，状態①の温度が T_1＝300K，放熱量が Q_L＝240J，作動流体の質量が m＝6.0×10^{-4}kg，圧縮比が ε ＝8 であった。以下の問いに答えよ。ただし，空気標準サイクルとして考えるものとし, 比熱比は κ ＝1.4, 気体定数は R＝287J/(kg･K)とする。

(1) サイクルの正味の仕事 W を求めよ。

(2) サイクルの熱効率 η を求めよ。

(1) 作動流体の定積比熱 c_v は次のように求められる。

$$c_v = \frac{R}{\kappa - 1} = \frac{287}{1.4 - 1} = 717.5\mathrm{J/(kg \cdot K)}$$

④→①は等積変化であることから，状態④の温度 T_4 は次のように求められる。

$$T_4 = T_1 + \frac{Q_L}{mc_v} = 300 + \frac{240}{6.0 \times 10^{-4} \times 717.5} = 857.5\mathrm{K}$$

③→④は可逆断熱変化であることから，状態③の温度 T_3 は次のように求められる。

$$T_3 = T_4\left(\frac{V_4}{V_3}\right)^{\kappa-1} = T_4\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\kappa-1} = T_4\varepsilon^{\kappa-1} = 857.5 \times 8^{1.4-1} = 1970\mathrm{K}$$

同様に，①→②は可逆断熱変化であることから，状態②の温度 T_2 は次のように求められる。

$$T_2 = T_1\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\kappa-1} = T_1\varepsilon^{\kappa-1} = 300 \times 8^{1.4-1} = 689.2\mathrm{K}$$

②→③は等積変化であることから，加熱量 Q_H は次のように求められる。

$$Q_H = mc_v\left(T_3 - T_2\right) = 6.0 \times 10^{-4} \times 717.5 \times \left(1970 - 689.2\right) = 551\mathrm{J}$$

よって，サイクルの正味の仕事 W は次のように求められる。

$$W = Q_H - Q_L = 551 - 240 = 311\mathrm{J}$$ (答)

(2) 熱効率 η は次のように求められる。

$$\eta = \frac{W}{Q_H} = \frac{311}{551} = 0.564$$ (答)

問題 10 オットーサイクルにおいて，圧縮比が ε ＝8 であり，状態①の圧力が p_1＝100kPa，温度が T_1＝300K である。状態②から状態③までの加熱の過程において q_H＝900kJ/kg の熱供給を行う。作動流体の質量は m＝0.0024kg である。このサイクルの正味の仕事 W と熱効率 η を求めよ。ただし, 空気標準サイクルとし, 比熱比は κ ＝1.4, 気体定数は R＝287J/(kg・K)とする。

比熱比 κ と気体定数 R から，空気の定積比熱 c_v が次のように求められる。

$$c_v = \frac{R}{\kappa - 1} = \frac{287}{1.4 - 1} = 717.5\mathrm{J/(kg \cdot K)}$$

①→②は可逆断熱圧縮であるので, 状態②の圧力 p_2 と温度 T_2 がそれぞれ次のように求められる。

$$p_2 = p_1\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\kappa} = p_1\varepsilon^{\kappa} = 100\times 8^{1.4} = 1837.9\text{kPa}$$

$$T_2 = T_1\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\kappa-1} = T_1\varepsilon^{\kappa-1} = 300\times 8^{(1.4-1)} = 689.2\text{K}$$

加熱量を求める式 5-1 の両辺を作動流体の質量で割ると，単位質量あたりの加熱量に関する式に書き換えることができる。

$$Q_H = mc_v\left(T_3 - T_2\right)[\text{J}] \quad \rightarrow \quad q_H = c_v\left(T_3 - T_2\right)[\text{J/kg}]$$

これより，状態③の温度 T_3 が次のように求められる。

$$T_3 = T_2 + \frac{q_H}{c_v} = 689.2 + \frac{900\times 10^3}{717.5} = 1943.6\text{K}$$

③→④は可逆断熱膨張であるので，状態④の温度 T_4 は次のように求められる。

$$T_4 = T_3\left(\frac{V_3}{V_4}\right)^{\kappa-1} = T_3\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\kappa-1} = T_3\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)^{\kappa-1} = 1943.6\times\left(\frac{1}{8}\right)^{(1.4-1)} = 846.0\text{K}$$

加熱量 Q_H と放熱量 Q_L はそれぞれ次のように求められる。

$$Q_H = mq_H = 0.0024\times 900\times 10^3 = 2160\text{J}$$

$$Q_L = mc_v\left(T_4 - T_1\right) = 0.0024\times 717.5\times\left(846 - 300\right) = 940.2\text{J}$$

これより，正味の仕事 W は次のように求められる。

$$W = Q_H - Q_L = 2160 - 940.2 = 1220\text{J}$$ (答)

さらに，熱効率 η は次のように求められる。

$$\eta = \frac{W}{Q_H} = \frac{1220}{2160} = 0.565$$ (答)

5－3 ドリル問題

問題 1　ディーゼルサイクルにおいて，圧縮比が ε ＝20 であり，状態①の温度が T_1＝350K，状態③の温度が T_3＝2100K である。このサイクルの熱効率 η を求めよ。ただし，空気標準サイクルとし，比熱比は κ ＝1.4 とする。

状態②における温度 T_2 は式 5-14 により求められる。

$$T_2 = T_1\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\kappa-1} = T_1\varepsilon^{\kappa-1} = 350\times 20^{(1.4-1)} = 1160\text{K}$$

式 5-20 より締切比 σ を求めると次のようになる。

$$\sigma = \frac{V_3}{V_2} = \frac{T_3}{T_2} = \frac{2100}{1160} = 1.81$$

よって，式 5-22 より，熱効率 η は次のように求められる。

$$\eta = 1-\left(\frac{1}{\varepsilon^{\kappa-1}}\right)\frac{\sigma^{\kappa}-1}{\kappa(\sigma-1)} = 1-\left(\frac{1}{20^{1.4-1}}\right)\frac{1.81^{1.4}-1}{1.4\times(1.81-1)} = 0.656$$

(答)

問題２　ディーゼルサイクルにおいて，状態①の体積が V_1＝960cm^3，状態②の体積が V_2＝60cm^3，状態③の体積が V_3＝120cm^3 である。このサイクルの熱効率 η を求めよ。ただし，空気標準サイクルとし，比熱比は κ ＝1.4 とする。

圧縮比 ε と締切比 σ は次のように求められる。

$$\varepsilon = \frac{V_1}{V_2} = \frac{960}{60} = 16$$

$$\sigma = \frac{V_3}{V_2} = \frac{120}{60} = 2.0$$

よって，熱効率 η は次のように求められる。

$$\eta = 1-\left(\frac{1}{\varepsilon^{\kappa-1}}\right)\frac{\sigma^{\kappa}-1}{\kappa(\sigma-1)} = 1-\left(\frac{1}{16^{1.4-1}}\right)\frac{2^{1.4}-1}{1.4\times1.0} = 0.614$$

(答)

問題３　問題 1 において，状態①の体積が V_1＝1080cm^3 のときの熱効率を求めよ。

締切比 σ は変わらず，圧縮比 ε のみが次の値になる。

$$\varepsilon = \frac{V_1}{V_2} = \frac{1080}{60} = 18$$

よって，熱効率 η は次のように求められる。

$$\eta = 1-\left(\frac{1}{\varepsilon^{\kappa-1}}\right)\frac{\sigma^{\kappa}-1}{\kappa(\sigma-1)} = 1-\left(\frac{1}{18^{1.4-1}}\right)\frac{2.0^{1.4}-1}{1.4\times1.0} = 0.632$$

(答)

問題４　ディーゼルサイクルにおいて，状態①の体積が V_1＝800cm^3，状態②の体積が V_2＝40cm^3，温度が T_2＝980K，状態③の温度が T_3＝1960K である。このサイクルの熱効率 η を求めよ。

ただし，空気標準サイクルとし，比熱比は κ ＝1.4 とする。

圧縮比 ε と締切比 σ は次のように求められる。

$$\varepsilon = \frac{V_1}{V_2} = \frac{800}{40} = 20$$

$$\sigma = \frac{V_3}{V_2} = \frac{T_3}{T_2} = \frac{1960}{980} = 2.0$$

よって，熱効率 η は次のように求められる。

$$\eta = 1 - \left(\frac{1}{\varepsilon^{\kappa-1}}\right)\frac{\sigma^{\kappa}-1}{\kappa(\sigma-1)} = 1 - \left(\frac{1}{20^{1.4-1}}\right)\frac{2^{1.4}-1}{1.4\times 1.0} = 0.647$$

(答)

問題５　問題４において，状態③の温度が T_3＝1470K のときの熱効率を求めよ。

圧縮比 ε は変わらず，締切比 σ のみが次の値になる。

$$\sigma = \frac{V_3}{V_2} = \frac{T_3}{T_2} = \frac{1470}{980} = 1.5$$

よって，熱効率 η は次のように求められる。

$$\eta = 1 - \left(\frac{1}{\varepsilon^{\kappa-1}}\right)\frac{\sigma^{\kappa}-1}{\kappa(\sigma-1)} = 1 - \left(\frac{1}{20^{1.4-1}}\right)\frac{1.5^{1.4}-1}{1.4\times 0.5} = 0.671$$

(答)

問題６　ディーゼルサイクルにおいて，状態①の温度が T_1＝300K，状態②の温度が T_2＝960K，状態③の温度が T_3＝1920K である。このサイクルの圧縮比 ε，締切比 σ，熱効率 η を求めよ。ただし，空気標準サイクルとし，比熱比は κ ＝1.4 とする。

可逆断熱変化における体積 V と温度 T の関係から，圧縮比 ε は次のように求められる。

$$\varepsilon = \frac{V_1}{V_2} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{1/(\kappa-1)} = \left(\frac{960}{300}\right)^{1/(1.4-1)} = 18.32 = 18.3$$

(答)

状態②→状態③は等圧変化であり，締切比 σ は温度比で表されるので，次のように求められる。

$$\sigma = \frac{V_3}{V_2} = \frac{T_3}{T_2} = \frac{1920}{960} = 2.0$$

(答)

これより，熱効率 η は次のように求められる。

$$\eta = 1 - \left(\frac{1}{\varepsilon^{\kappa-1}}\right)\frac{\sigma^{\kappa}-1}{\kappa(\sigma-1)} = 1 - \left(\frac{1}{18.32^{1.4-1}}\right)\frac{2^{1.4}-1}{1.4\times 1.0} = 0.634$$

(答)

問題７　ディーゼルサイクルにおいて，状態①の圧力が p_1＝100kPa，状態②の圧力が p_2＝6.2MPa である。締切比が σ ＝2.0 のとき，このサイクルの熱効率 η を求めよ。ただし，空気標準サイクルとし，比熱比は κ ＝1.4 とする。

可逆断熱変化における体積 V と圧力 p の関係から，圧縮比 ε は次のように求められる。

$$\varepsilon = \frac{V_1}{V_2} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{1/\kappa} = \left(\frac{6.2}{0.1}\right)^{1/1.4} = 19.07$$

これより，熱効率 η は次のように求められる。

$$\eta = 1 - \left(\frac{1}{\varepsilon^{\kappa-1}}\right)\frac{\sigma^{\kappa}-1}{\kappa(\sigma-1)} = 1 - \left(\frac{1}{19.07^{1.4-1}}\right)\frac{2^{1.4}-1}{1.4\times1.0} = 0.640$$

(答)

問題８　圧縮比が ε ＝16 のディーゼルサイクルにおいて，状態①の圧力が p_1＝200kPa，温度が T_1 ＝400K，体積が V_1＝2400cm^3 である。また，状態③の温度が T_3＝2200K である。このサイクルの正味の仕事 W と熱効率 η を求めよ。ただし，空気標準サイクルとし，比熱比は κ ＝1.4，気体定数は R＝287J/(kg･K)とする。

①→②の過程は可逆断熱変化であるので, 式 5-14 より温度 T_2 を次のように求めることができる。

$$T_2 = T_1\frac{V_1^{\kappa-1}}{V_2^{\kappa-1}} = T_1\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\kappa-1} = T_1\varepsilon^{\kappa-1} = 400\times16^{(1.4-1)} = 1212.6\text{K}$$

作動流体の質量 m は，状態①の圧力 p_1＝200×10^{3}Pa，体積 V_1＝2400×10^{-6}m^3，温度 T_1＝400K の条件から理想気体の状態式を用いて次のように求められる。

$$m = \frac{p_1V_1}{RT_1} = \frac{\left(200\times10^3\right)\times\left(2400\times10^{-6}\right)}{287\times400} = 4.1812\times10^{-3}\text{kg}$$

状態②における体積 V_2 は次のように求められる。

$$V_2 = \frac{V_1}{\varepsilon} = \frac{2400}{16} = 150\text{cm}^3 = 150\times10^{-6}\text{m}^3$$

理想気体の状態式から，圧力 p_2 は次のように求められる。

$$p_2 = \frac{mRT_2}{V_2} = \frac{\left(4.1812\times10^{-3}\right)\times287\times1212.6}{150\times10^{-6}} = 9.7008\times10^6\text{Pa} = 9.70\text{MPa}$$

締切比 σ は式 5-20 のように，温度の比で与えられるので，次のように求められる。

$$\sigma = \frac{V_3}{V_2} = \frac{T_3}{T_2} = \frac{2200}{1212.6} = 1.814$$

比熱比 κ と気体定数 R から，空気の定圧比熱 c_p と定積比熱 c_v が次のように求められる。

$$c_p = \frac{\kappa R}{\kappa - 1} = \frac{1.4 \times 287}{1.4 - 1} = 1004.5\mathrm{J/(kg \cdot K)}$$

$$c_v = \frac{R}{\kappa - 1} = \frac{287}{1.4 - 1} = 717.5\mathrm{J/(kg \cdot K)}$$

②→③の過程における加熱量 Q_H は式 5-11 より次のように求められる。

$$Q_H = mc_p(T_3 - T_2) = (4.1812 \times 10^{-3}) \times 1004.5 \times (2200 - 1212.6) = 4147\mathrm{J}$$

締切比 σ がわかっているので，状態③における体積 V_3 は次のように求められる。

$$V_3 = \sigma V_2 = 1.814 \times 150 = 272.1\mathrm{cm^3}$$

③→④の過程は可逆断熱変化であり，状態④における体積は $V_4 = V_1 = 2400\mathrm{cm^3}$ であることがわかっているので，式 5-15 より，温度 T_4 を次のように求めることができる。

$$T_4 = T_3 \frac{V_3^{\kappa-1}}{V_4^{\kappa-1}} = T_3 \left(\frac{V_3}{V_4}\right)^{\kappa-1} = 2200 \times \left(\frac{272.1}{2400}\right)^{(1.4-1)} = 920.9\mathrm{K}$$

また，圧力 p_4 については，理想気体の状態式から次のように求めることができる。

$$p_4 = \frac{mRT_4}{V_4} = \frac{(4.1812 \times 10^{-3}) \times 287 \times 920.9}{2400 \times 10^{-6}} = 4.605 \times 10^5 \mathrm{Pa} = 460.5\mathrm{kPa}$$

状態④から状態①までの等積過程における放熱量 Q_L は次のように求められる。

$$Q_L = mc_v(T_4 - T_1) = (4.1812 \times 10^{-3}) \times 717.5 \times (920.9 - 400) = 1563\mathrm{J}$$

以上の計算結果から，サイクルの正味の仕事 W は式 5-23 により次のように求められる。

$$W = Q_H - Q_L = 4147 - 1563 = 2584\mathrm{J} \quad \text{(答)}$$

また，サイクルの熱効率 η は次のように求められる。

$$\eta = \frac{W}{Q_H} = \frac{2584}{4147} = 0.623 \quad \text{(答)}$$

問題 9　ディーゼルサイクルで，締切比が σ ＝2.0 のとき，熱効率が η ＞0.5 となるための圧縮比の条件を求めよ。ただし，空気標準サイクルとし，比熱比は κ ＝1.4 とする。

ディーゼルサイクルの熱効率は式 5-22 で与えられるので，次の関係が成り立てばよい。

$$\eta = 1 - \left(\frac{1}{\varepsilon^{\kappa-1}}\right)\frac{\sigma^\kappa - 1}{\kappa(\sigma - 1)} > 0.5 \quad \rightarrow \quad \left(\frac{1}{\varepsilon^{\kappa-1}}\right)\frac{\sigma^\kappa - 1}{\kappa(\sigma - 1)} < 0.5$$

ここで，

$$\frac{\sigma^{\kappa}-1}{\kappa(\sigma-1)}=\frac{2.0^{1.4}-1}{1.4\times(2.0-1)}=1.1707$$

であるので，圧縮比は次の関係を満たせばよい。

$$\varepsilon^{\kappa-1}>\frac{1.1707}{0.5}\quad\rightarrow\quad\varepsilon>\left(\frac{1.1707}{0.5}\right)^{1/(\kappa-1)}=\left(\frac{1.1707}{0.5}\right)^{1/(1.4-1)}=8.389$$

よって，圧縮比を 8.4 よりも大きくすれば，熱効率が 0.5 よりも高くなることがわかる。(答)

問題 10　ディーゼルサイクルにおいて，状態①における圧力が p_1＝100kPa，温度が T_1＝300K，体積が V_1＝1200cm^3, 状態②における体積が V_2＝60cm^3, 状態③における体積が V_3＝90cm^3 であった。このサイクルについて，以下の問いに答えよ。ただし，空気標準サイクルとし，比熱比は κ ＝1.4，気体定数は R＝287J/(kg･K)とする。

(1) 状態②における圧力 p_2 と温度 T_2 を求めよ。

(2) 状態③における圧力 p_3 と温度 T_3 を求めよ。

(3) 加熱量 Q_H を求めよ。

(4) 状態④における圧力 p_4 と温度 T_4 を求めよ。

(5) 放熱量 Q_L を求めよ。

(6) このサイクルの正味の仕事 W を求めよ。

(7) このサイクルの熱効率 η を求めよ。

(1) ①→②の過程は可逆断熱変化であるので，p_2 と T_2 は次のように求められる。

$$p_2=p_1\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\kappa}=100\times\left(\frac{1200}{60}\right)^{1.4}=6628.9\text{kPa}=6.63\text{MPa}$$

(答)

$$T_2=T_1\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\kappa-1}=300\times\left(\frac{1200}{60}\right)^{1.4-1}=994\text{K}$$

(答)

(2) ②→③の過程は等圧変化であるので，p_3 と T_3 は次のように求められる。

$$p_3=p_2=6628.9\text{kPa}=6.63\text{MPa}$$ (答)

$$T_3=T_2\left(\frac{V_3}{V_2}\right)=994.3\times\left(\frac{90}{60}\right)=1492\text{K}$$

(答)

(3) 状態①について，理想気体の状態式から空気の質量 m を求めることができる。

$$m=\frac{p_1V_1}{RT_1}=\frac{100\times10^3\times1200\times10^{-6}}{287\times300}=1.394\times10^{-3}\text{kg}$$

定圧比熱 c_p は次のように求めることができる。

$$c_p = \frac{\kappa}{\kappa - 1} R = \frac{1.4}{0.4} \times 287 = 1004.5\mathrm{J/(kg \cdot K)}$$

これらより，加熱量 Q_H は次のように求められる。

$$Q_H = mc_p\left(T_3 - T_2\right) = 1.394 \times 10^{-3} \times 1004.5 \times \left(1491.5 - 994.3\right) = 696\mathrm{J} \quad \text{(答)}$$

(4) ③→④の過程は可逆断熱変化であるので，p_4 と T_4 は次のように求められる。

$$p_4 = p_3\left(\frac{V_3}{V_4}\right)^{\kappa} = p_3\left(\frac{V_3}{V_1}\right)^{\kappa} = 6628.9 \times \left(\frac{90}{1200}\right)^{1.4} = 176\mathrm{kPa} \quad \text{(答)}$$

$$T_4 = T_3\left(\frac{V_3}{V_4}\right)^{\kappa-1} == T_3\left(\frac{V_3}{V_1}\right)^{\kappa-1} = 1491.5 \times \left(\frac{90}{1200}\right)^{1.4-1} = 529\mathrm{K} \quad \text{(答)}$$

(5) 定積比熱 c_v を求めると次のようになる。

$$c_v = \frac{1}{\kappa - 1} R = \frac{1}{0.4} \times 287 = 717.5\mathrm{J/(kg \cdot K)}$$

放熱量 Q_L は次のように求められる。

$$Q_L = mc_v\left(T_4 - T_1\right) = 1.394 \times 10^{-3} \times 717.5 \times \left(529.2 - 300\right) = 229\mathrm{J} \quad \text{(答)}$$

(6) 正味の仕事 W は次のように求められる。

$$W = Q_H - Q_L = 696.2 - 229.2 = 467\mathrm{J} \quad \text{(答)}$$

(7) 熱効率 η は次のように求められる。

$$\eta = \frac{W}{Q_H} = \frac{467}{696.2} = 0.671 \quad \text{(答)}$$

5－4 ドリル問題

問題 1　ブレイトンサイクルにおいて，状態①の温度が T_1＝300K，状態②の温度が T_2＝600K であるとき，このサイクルの熱効率 η を求めよ。ただし，空気標準サイクルと考える。

式 5-40 と式 5-43 より T_1 と T_2 の値は次のように圧力比 γ で表すことができる。

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{(\kappa-1)/\kappa} = \gamma^{(\kappa-1)/\kappa}$$

これを式 5-45 に代入すれば熱効率 η を求めることができる。

$$\eta = 1 - \frac{1}{\gamma^{(\kappa-1)/\kappa}} = 1 - \frac{T_1}{T_2} = 1 - \frac{300}{600} = 0.5$$

(答)

問題２　ブレイトンサイクルにおいて，状態①の圧力が p_1＝101.3kPa，状態③の圧力が p_3＝600kPa であるとき，このサイクルの熱効率 η を求めよ。ただし，空気標準サイクルとし，比熱比は κ ＝1.4 とする。

圧力比 γ が次のように求められる。

$$\gamma = \frac{p_2}{p_1} = \frac{p_3}{p_1} = \frac{600}{101.3} = 5.923$$

よって，熱効率 η は次のように求められる。

$$\eta = 1 - \frac{1}{\gamma^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}} = 1 - \frac{1}{5.923^{\frac{1.4-1}{1.4}}} = 0.398$$

(答)

問題３　ブレイトンサイクルにおいて，状態④の圧力が p_4＝100kPa，状態②の圧力が p_2=1.0MPa であるとき，このサイクルの熱効率 η を求めよ。ただし，空気標準サイクルとし，比熱比は κ ＝1.4 とする。

圧力比 γ が次のように求められる。

$$\gamma = \frac{p_2}{p_1} = \frac{p_2}{p_4} = \frac{1000}{100} = 10$$

よって，熱効率 η は次のように求められる。

$$\eta = 1 - \frac{1}{\gamma^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}} = 1 - \frac{1}{10^{\frac{1.4-1}{1.4}}} = 0.482$$

(答)

問題４　ブレイトンサイクルにおいて，状態③と④における作動流体の比体積の比が $\frac{v_3}{v_4} = 0.2$ であるとき，このサイクルの圧力比 γ と熱効率 η を求めよ。ただし，空気標準サイクルとし，比熱比は κ ＝1.4 とする。

③→④は可逆断熱膨張であるので，圧力と比体積の間に次の関係が成り立つ。

$$p_3 {v_3}^{\kappa} = p_4 {v_4}^{\kappa}$$

よって，式 5-43 より圧力比 γ は次のように求められる。

$$\gamma = \frac{p_3}{p_4} = \left(\frac{v_4}{v_3}\right)^{\kappa} = \left(\frac{1}{0.2}\right)^{1.4} = 9.518$$
(答)

熱効率 η は式 5-45 より次のように求められる。

$$\eta = 1 - \frac{1}{\gamma^{(\kappa-1)/\kappa}} = 1 - \frac{1}{9.518^{(1.4-1)/1.4}} = 0.475$$
(答)

問題５　ブレイトンサイクルにおいて，サイクル内の最高温度が 1600K，最低温度が 300K である。圧縮後の作動流体の温度が 600K であるとき，このサイクルの熱効率 η を求めよ。ただし，空気標準サイクルとし，比熱比は κ ＝1.4 とする。

圧縮過程と膨張過程の温度の比は，それぞれが可逆断熱変化であることから，次のように圧力比 γ と比熱比 κ を用いて表される。

圧縮過程： $\dfrac{T_1}{p_1^{(\kappa-1)/\kappa}} = \dfrac{T_2}{p_2^{(\kappa-1)/\kappa}} \quad \rightarrow \quad \dfrac{T_2}{T_1} = \left(\dfrac{p_2}{p_1}\right)^{(\kappa-1)/\kappa} = \gamma^{(\kappa-1)/\kappa}$

膨張過程： $\dfrac{T_3}{p_3^{(\kappa-1)/\kappa}} = \dfrac{T_4}{p_4^{(\kappa-1)/\kappa}} \quad \rightarrow \quad \dfrac{T_3}{T_4} = \left(\dfrac{p_3}{p_4}\right)^{(\kappa-1)/\kappa} = \gamma^{(\kappa-1)/\kappa}$

よって，最低温度 T_1＝300K，圧縮後の温度 T_2＝600K，最高温度 T_3＝1600K より，膨張後の温度 T_4 を求めることができる。

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{T_3}{T_4} \quad \rightarrow \quad T_4 = \frac{T_3\,T_1}{T_2} = \frac{1600 \times 300}{600} = 800\text{K}$$

よって，式 5-39 より熱効率 η は次のように求められる。

$$\eta = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} = 1 - \frac{800 - 300}{1600 - 600} = 0.5$$
(答)

問題６　ブレイトンサイクルにおいて，状態①の圧力が p_1＝100kPa，温度が T_1＝300K であり，状態②の圧力が p_2＝1.5MPa である。加熱量が Q_H＝800kJ であり，作動流体の質量が m＝1.0kg である。このブレイトンサイクルについて，以下の問いに答えよ。ただし，空気標準サイクルとして考えるものとし, 比熱比は κ ＝1.4, 気体定数は R＝287J/(kg･K)とする。

(1) 状態③の温度 T_3 と状態④の温度 T_4 を求めよ。

(2) このサイクルの正味の仕事 W を求めよ。

(3) このサイクルの熱効率 η を求めよ。

(1) ①→②は可逆断熱変化であるので，状態②の温度 T_2 は次のように求められる。

$$T_2 = T_1\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{(\kappa-1)/\kappa} = 300\times\left(\frac{1500}{100}\right)^{(1.4-1)/1.4} = 650.4\mathrm{K}$$

作動流体の定圧比熱 c_p は次のように求められる。

$$c_p = \frac{\kappa}{\kappa-1}R = \frac{1.4}{1.4-1}\times 287 = 1004.5\mathrm{J/(kg\cdot K)}$$

②→③は等圧変化であるので，状態③の温度 T_3 は次のように求められる。

$$T_3 = T_2 + \frac{Q_H}{mc_p} = 650.4 + \frac{800\times 10^3}{1.0\times 1004.5} = 1447\mathrm{K}$$

(答)

③→④は可逆断熱変化であるので，状態④の温度 T_4 は次のように求められる。

$$T_4 = T_3\left(\frac{p_4}{p_3}\right)^{(\kappa-1)/\kappa} = T_3\left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{(\kappa-1)/\kappa} = 1446.8\times\left(\frac{100}{1500}\right)^{(1.4-1)/1.4} = 667\mathrm{K}$$

(答)

(2) 放熱量 Q_L は次のように求められる。

$$Q_L = mc_p(T_4 - T_1) = 1.0\times 1004.5\times(667.4-300) = 369\mathrm{kJ}$$

よって，正味の仕事 W は次のように求められる。

$$W = Q_H - Q_L = 800 - 369 = 431\mathrm{kJ}$$

(答)

(3) 熱効率 η は次のように求められる。

$$\eta = \frac{W}{Q_H} = \frac{431}{800} = 0.539$$

(答)

問題 7　ブレイトンサイクルにおいて，状態①の圧力が p_1＝101.3kPa，温度が T_1＝288.15K，状態③における圧力が p_3＝1.2MPa，温度が T_3＝1800K である。作動流体の質量は m＝0.4kg である。このブレイトンサイクルの正味の仕事 W と熱効率 η を求めよ。ただし，空気標準サイクルとして考えるものとし, 比熱比は κ ＝1.4, 気体定数は R＝287J/(kg･K)とする。

①→②は可逆断熱変化であるので，状態②の温度 T_2 は次のように求められる。

$$T_2 = T_1\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{(\kappa-1)/\kappa} = T_1\left(\frac{p_3}{p_1}\right)^{(\kappa-1)/\kappa} = 288.15\times\left(\frac{1200}{100}\right)^{(1.4-1)/1.4} = 586.1\mathrm{K}$$

同様に，③→④も可逆断熱変化であるので，状態④の温度 T_4 は次のように求められる。

$$T_4 = T_3\left(\frac{p_4}{p_3}\right)^{(\kappa-1)/\kappa} = T_3\left(\frac{p_1}{p_3}\right)^{(\kappa-1)/\kappa} = 1800\times\left(\frac{100}{1200}\right)^{(1.4-1)/1.4} = 885.0\mathrm{K}$$

作動流体の定圧比熱 c_p は次のように求められる。

$$c_p = \frac{\kappa}{\kappa - 1} R = \frac{1.4}{1.4 - 1} \times 287 = 1004.5\,\mathrm{J/(kg \cdot K)}$$

よって，加熱量 Q_H と放熱量 Q_L は次のように求められる。

$$Q_H = mc_p\left(T_3 - T_2\right) = 0.4 \times 1004.5 \times \left(1800 - 586.1\right) = 488\,\mathrm{kJ}$$

$$Q_L = mc_p\left(T_4 - T_1\right) = 0.4 \times 1004.5 \times \left(885.0 - 288.15\right) = 240\,\mathrm{kJ}$$

これより，仕事 W と熱効率 η を求めると次のようになる。

$$W = Q_H - Q_L = 488 - 240 = 248\,\mathrm{kJ}$$ (答)

$$\eta = \frac{W}{Q_H} = \frac{248}{488} = 0.508$$ (答)

問題８　問題 7 において，状態③の温度が T_3＝1600K である場合と T_3＝2000K である場合について，サイクルの正味の仕事 W と熱効率 η をそれぞれ求めよ。また，サイクル内の最高温度である T_3 が，正味の仕事 W と熱効率 η におよぼす影響について考察せよ。ただし，T_3 以外の条件は問題 7 とすべて同一とする。

・T_3＝1600K の場合

状態④における温度 T_4 を求めると次のようになる。

$$T_4 = T_3\left(\frac{p_4}{p_3}\right)^{(\kappa-1)/\kappa} = T_3\left(\frac{p_1}{p_3}\right)^{(\kappa-1)/\kappa} = 1600 \times \left(\frac{100}{1200}\right)^{(1.4-1)/1.4} = 786.7\,\mathrm{K}$$

よって，加熱量 Q_H，放熱量 Q_L，正味の仕事 W，熱効率 η が次のように求められる。

$$Q_H = mc_p\left(T_3 - T_2\right) = 0.4 \times 1004.5 \times \left(1600 - 586.1\right) = 407\,\mathrm{kJ}$$

$$Q_L = mc_p\left(T_4 - T_1\right) = 0.4 \times 1004.5 \times \left(786.7 - 288.15\right) = 200\,\mathrm{kJ}$$

$$W = Q_H - Q_L = 407 - 200 = 207\,\mathrm{kJ}$$ (答)

$$\eta = \frac{W}{Q_H} = \frac{207}{407} = 0.509$$ (答)

・T_3＝2000K の場合

状態④における温度 T_4 を求めると次のようになる。

$$T_4 = T_3\left(\frac{p_4}{p_3}\right)^{(\kappa-1)/\kappa} = T_3\left(\frac{p_1}{p_3}\right)^{(\kappa-1)/\kappa} = 2000\times\left(\frac{100}{1200}\right)^{(1.4-1)/1.4} = 983.3\text{K}$$

よって，加熱量 Q_H，放熱量 Q_L，正味の仕事 W，熱効率 η が次のように求められる。

$$Q_H = mc_p\left(T_3 - T_2\right) = 0.4\times1004.5\times\left(2000-586.1\right) = 568\text{kJ}$$

$$Q_L = mc_p\left(T_4 - T_1\right) = 0.4\times1004.5\times\left(983.3-288.15\right) = 279\text{kJ}$$

$$W = Q_H - Q_L = 568 - 279 = 289\text{kJ}$$ (答)

$$\eta = \frac{W}{Q_H} = \frac{289}{568} = 0.509$$ (答)

以上の結果から，状態①の条件と圧力比 γ が等しければ，正味の仕事 W は，最高温度 T_3 が高いほど大きくなる。熱効率 η は最高温度 T_3 が変化しても変わらない。このことは，圧縮と膨張の過程が可逆断熱変化である理想的なブレイトンサイクルの熱効率は圧力比 γ と比熱比 κ により決まることからも明らかである。（答）

問題９　あるガスタービンでは，圧縮機で p_1＝100kPa，T_1＝300K の空気を吸い込み，p_2＝1.0MPa まで昇圧する。燃焼器で p_3＝p_2＝1.0MPa，T_3＝1600K の高温・高圧の燃焼ガスとし，タービンで燃焼ガスを p_4＝100kPa まで膨張させる。作動流体（空気および燃焼ガス）の質量流量は $\dot{m} = 0.5\text{kg/s}$ である。作動流体は比熱一定の理想気体とし，その比熱比を κ ＝1.4，気体定数を R＝287J/(kg･K)とする。圧縮と膨張の過程が可逆断熱変化であるとし，このガスタービンの単位時間あたりの加熱量 $\dot{Q}_H$ と放熱量 $\dot{Q}_L$ ならびに圧縮機の仕事 $\dot{W}_C$ とタービンの仕事 $\dot{W}_T$ を求めよ。さらに，出力 $\dot{W}$ と熱効率 η を求めよ。

圧縮後の温度 T_2 は，圧縮過程が可逆断熱変化であるので，次のように求められる。

$$T_2 = T_1\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{(\kappa-1)/\kappa} = 300\times\left(\frac{1000}{100}\right)^{(1.4-1)/1.4} = 579.2\text{K}$$

膨張後の燃焼ガスの温度 T_4 は，膨張過程が可逆断熱変化であるので，次のように求められる。

$$T_4 = T_3\left(\frac{p_4}{p_3}\right)^{(\kappa-1)/\kappa} = 1600\times\left(\frac{100}{1000}\right)^{(1.4-1)/1.4} = 828.7\text{K}$$

作動流体の定圧比熱 c_p は次のように求められる。

$$c_p = \frac{\kappa R}{\kappa - 1} = \frac{1.4 \times 287}{1.4 - 1} = 1004.5\mathrm{J/(kg \cdot K)} = 1.0045\mathrm{kJ/(kg \cdot K)}$$

式 5-32～5-35 より，加熱量 $\dot{Q}_H$，放熱量 $\dot{Q}_L$，圧縮機の仕事 $\dot{W}_C$，タービンの仕事 $\dot{W}_T$ は次のように求められる。

$$\dot{Q}_H = mc_p\left(T_3 - T_2\right) = 0.5 \times 1.0045 \times \left(1600 - 579.2\right) = 513\mathrm{kW}$$ (答)

$$\dot{Q}_L = mc_p\left(T_4 - T_1\right) = 0.5 \times 1.0045 \times \left(828.7 - 300\right) = 266\mathrm{kW}$$ (答)

$$\dot{W}_C = mc_p\left(T_2 - T_1\right) = 0.5 \times 1.0045 \times \left(579.2 - 300\right) = 140\mathrm{kW}$$ (答)

$$\dot{W}_T = mc_p\left(T_3 - T_4\right) = 0.5 \times 1.0045 \times \left(1600 - 828.7\right) = 387\mathrm{kW}$$ (答)

正味の仕事 $\dot{W}$ は，式 5-36 より次のように求められる。

$$\dot{W} = \dot{W}_T - \dot{W}_C = 387 - 140 = 247\mathrm{kW}$$ (答)

熱効率 η は単位時間あたりの加熱量 $\dot{Q}_H$ と正味の仕事 $\dot{W}$ から次のように求めることができる。

$$\eta = \frac{\dot{W}}{\dot{Q}_H} = \frac{247}{513} = 0.48$$ (答)

問題 10　あるガスタービンの作動条件は，圧力比が γ ＝5.0，サイクル内の最高温度が 1200K，最低温度が 300K である。作動流体（空気および燃焼ガス）の質量流量は $\dot{m} = 0.6\mathrm{kg/s}$ である。最高温度と最低温度を変えずに，圧力比のみを 2 倍にして γ =10.0 とすることにより得られる単位時間あたりの仕事の増加量を求めよ。ただし，作動流体は比熱一定の理想気体とし，その比熱比を κ ＝1.4，気体定数を R＝287J/(kg･K)とする。また，圧縮と膨張の過程が可逆断熱変化であると仮定する。

作動流体の定圧比熱 c_p は次のように求められる。

$$c_p = \frac{\kappa R}{\kappa - 1} = \frac{1.4 \times 287}{1.4 - 1} = 1004.5\mathrm{J/(kg \cdot K)} = 1.0045\mathrm{kJ/(kg \cdot K)}$$

図５－１９のブレイトンサイクルにおいて，T_3＝1200K，T_1＝300K であるので，①→②および③→④の可逆断熱変化についての関係式から，圧力比が γ ＝5.0 のときの圧縮後の温度 T_2 と膨張後の温度 T_4 を次のように求めることができる。

$$T_2 = T_1 \gamma^{(\kappa - 1)/\kappa} = 300 \times 5^{(1.4-1)/1.4} = 475.1\mathrm{K}$$

$$T_4 = \frac{T_3}{\gamma^{(\kappa-1)/\kappa}} = \frac{1200}{5^{(1.4-1)/1.4}} = 757.7\text{K}$$

これより，γ ＝5.0 の場合の単位時間あたりの仕事 W_5 が次のように求められる。

$$W_5 = W_{T5} - W_{C5} = \dot{m}c_p\left(T_3 - T_4\right) - \dot{m}c_p\left(T_2 - T_1\right) = \dot{m}c_p\left(T_3 - T_4 - T_2 + T_1\right)$$
$$= 0.6 \times 1.0045 \times \left(1200 - 757.7 - 475.1 + 300\right) = 161\text{kW}$$

同様に γ ＝10.0 の場合の温度 T_2 と T_4 を求めると次のようになる。

$$T_2 = T_1\gamma^{(\kappa-1)/\kappa} = 300 \times 10^{(1.4-1)/1.4} = 579.2\text{K}$$

$$T_4 = \frac{T_3}{\gamma^{(\kappa-1)/\kappa}} = \frac{1200}{10^{(1.4-1)/1.4}} = 621.5\text{K}$$

よって，γ ＝10.0 の場合の単位時間あたりの仕事 W_{10} は次のように求められる。

$$W_{10} = W_{T10} - W_{C10} = \dot{m}c_p\left(T_3 - T_4\right) - \dot{m}c_p\left(T_2 - T_1\right) = \dot{m}c_p\left(T_3 - T_4 - T_2 + T_1\right)$$
$$= 0.6 \times 1.0045 \times \left(1200 - 621.5 - 579.2 + 300\right) = 180\text{kW}$$

以上より,圧力比を 2 倍にすることにより得られる仕事の増加量ΔW は次のように求められる。

$$\Delta W = W_{10} - W_5 = 180 - 161 = 19\text{kW} \quad \text{(答)}$$

第 5 章　演習問題

1．オットーサイクルにおいて，最低温度 T_1 と最高温度 T_3 が与えられたとき，最大の仕事が得られる圧縮比を求め，そのときの熱効率 η を求めよ。また，このときの圧縮後の温度 T_2 と膨張後の温度 T_4 を T_1 と T_3 を用いて表し，仕事を求めよ。ただし，作動流体の質量を m，定積比熱を c_v とする。空気標準サイクルとして考えるものとし，圧縮と膨張の過程は可逆断熱変化であるとする。

圧縮後の温度 T_2，膨張後の温度 T_4 は，比熱比 κ と圧縮比 ε により次のように表される。

$$T_2 V_2^{\kappa-1} = T_1 V_1^{\kappa-1} \rightarrow T_2 = T_1\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\kappa-1} = T_1\varepsilon^{\kappa-1}$$

$$T_4 V_4^{\kappa-1} = T_3 V_3^{\kappa-1} \rightarrow T_4 = T_3\left(\frac{V_3}{V_4}\right)^{\kappa-1} = \frac{T_3}{\varepsilon^{\kappa-1}} = T_3\varepsilon^{1-\kappa}$$

等積加熱の過程での入熱量 Q_H と等積冷却の過程での放熱量 Q_L は，次のように表される。

$$Q_H = mc_v\left(T_3 - T_2\right) = mc_v\left(T_3 - T_1\varepsilon^{\kappa-1}\right)$$

$$Q_L = mc_v\left(T_4 - T_1\right) = mc_v\left(T_3\varepsilon^{1-\kappa} - T_1\right)$$

よって，仕事は次のように表される。

$$W = Q_H - Q_L = mc_v\left(T_3 - T_1\varepsilon^{\kappa-1} - T_3\varepsilon^{1-\kappa} + T_1\right)$$

ここで，括弧内を取り出し，関数 $f(\varepsilon)$を次のように定義し，その増減を調べる。

$$f(\varepsilon) = T_3 - T_1\varepsilon^{\kappa-1} - T_3\varepsilon^{1-\kappa} + T_1$$

ε で微分すると次のようになる。

$$\frac{d}{d\varepsilon}f(\varepsilon) = -(\kappa-1)T_1\varepsilon^{\kappa-2} - (1-\kappa)T_3\varepsilon^{-\kappa} = (\kappa-1)\varepsilon^{-\kappa}\left(T_3 - T_1\varepsilon^{2\kappa-2}\right)$$

これより，次の関係を満たす ε が $f(\varepsilon)$，すなわち仕事を最大とする圧縮比となる。

$$T_3 - T_1\varepsilon^{2\kappa-2} = 0$$

よって，仕事を最大とする圧縮比は次のように求められる。

$$\varepsilon = \left(\frac{T_3}{T_1}\right)^{1/(2\kappa-2)}$$

(答)

このときの熱効率 η を求めると次のようになる。

$$\eta = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{\kappa-1}} = 1 - \frac{1}{\left\{\left(\frac{T_3}{T_1}\right)^{1/(2\kappa-2)}\right\}^{\kappa-1}} = 1 - \frac{1}{\left(\frac{T_3}{T_1}\right)^{1/2}} = 1 - \sqrt{\frac{T_1}{T_3}}$$

(答)

このときの T_2 と T_4 を求めると次のようになる。

$$T_2 = T_1\varepsilon^{\kappa-1} = T_1\left(\frac{T_3}{T_1}\right)^{1/2} = \sqrt{T_3 T_1}$$

(答)

$$T_4 = T_3\varepsilon^{1-\kappa} = T_3\left(\frac{T_3}{T_1}\right)^{-1/2} = \sqrt{T_3 T_1}$$

(答)

よって，T_2 と T_4 は等しくなることがわかる。仕事 W は次のように求められる。

$$W = mc_v(T_3 - T_2) - mc_v(T_4 - T_1) = mc_v\left(T_3 - \sqrt{T_3 T_1} - \sqrt{T_3 T_1} + T_1\right)$$
$$= mc_v\left(T_3 - 2\sqrt{T_3 T_1} + T_1\right) = mc_v\left(\sqrt{T_3} - \sqrt{T_1}\right)^2$$

(答)

２．ブレイトンサイクルにおいて，最低温度 T_1 と最高温度 T_3 が与えられたとき，最大の仕事が得られる圧力比における熱効率 η が，「１．」で求めたオットーサイクルの熱効率と一致することを示せ。また，この圧力比における仕事（最大の仕事）が，「１．」で求めたオットーサイクルの最大の仕事の κ 倍（κ は比熱比）になることを示せ。ただし，空気標準サイクルとして考えるものとし，圧縮と膨張の過程は可逆断熱変化であるとする。

圧縮後の温度 T_2 と膨張後の温度 T_4 は，圧力比 γ を用いて次のように表される。

$$T_2 = T_1\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{(\kappa-1)/\kappa} = T_1\gamma^{(\kappa-1)/\kappa}$$

$$T_4 = T_3\left(\frac{p_4}{p_3}\right)^{(\kappa-1)/\kappa} = \frac{T_3}{\gamma^{(\kappa-1)/\kappa}} = T_3\gamma^{-(\kappa-1)/\kappa}$$

作動流体の質量を m，定圧比熱を c_p とすると仕事 W は次のように表される。

$$\begin{aligned} W &= mc_p\left(T_3 - T_2\right) - mc_p\left(T_4 - T_1\right) = mc_p\left(T_3 - T_2 - T_4 + T_1\right) \\ &= mc_p\left(T_3 - T_1\gamma^{(\kappa-1)/\kappa} - T_3\gamma^{-(\kappa-1)/\kappa} + T_1\right) \end{aligned}$$

ここで，括弧内を取り出し，関数 $f(\gamma)$を次のように定義し，その増減を調べる。

$$f(\gamma) = T_3 - T_1\gamma^{(\kappa-1)/\kappa} - T_3\gamma^{-(\kappa-1)/\kappa} + T_1$$

γ で微分すると次のようになる。

$$\frac{d}{d\gamma}f(\gamma) = -T_1\left(\frac{\kappa-1}{\kappa}\right)\gamma^{-1/\kappa} + T_3\left(\frac{\kappa-1}{\kappa}\right)\gamma^{-(2\kappa-1)/\kappa}$$

これより，次の関係を満たす γ が $f(\gamma)$，すなわち仕事を最大とする圧縮比となる。

$$T_3 - T_1\gamma^{(2\kappa-2)/\kappa} = 0$$

仕事を最大とする圧力比は次のように求められる。

$$\gamma = \left(\frac{T_3}{T_1}\right)^{\kappa/(2\kappa-2)}$$

このときの熱効率 η を求めると次のようになる。

$$\eta = 1 - \frac{1}{\gamma^{\kappa-1/\kappa}} = 1 - \frac{1}{\left\{\left(\frac{T_3}{T_1}\right)^{\kappa/(2\kappa-2)}\right\}^{\kappa-1/\kappa}} = 1 - \frac{1}{\left(\frac{T_3}{T_1}\right)^{1/2}} = 1 - \sqrt{\frac{T_1}{T_3}}$$

よって，「１．」のオットーサイクルの場合の熱効率と一致することがわかる。(答)

仕事 W は次のように表される。

$$\begin{aligned} W &= mc_p\left(T_3 - T_1\gamma^{(\kappa-1)/\kappa} - T_3\gamma^{-(\kappa-1)/\kappa} + T_1\right) = mc_p\left\{T_3 - T_1\sqrt{\frac{T_3}{T_1}} - T_3\sqrt{\frac{T_1}{T_3}} + 1\right\} \\ &= mc_p\left(T_3 - 2\sqrt{T_3T_1} + T_1\right) = mc_p\left(\sqrt{T_3} - \sqrt{T_1}\right)^2 \end{aligned}$$

オットーサイクルの仕事と比較すると定圧比熱 c_p と定積比熱 c_v に違いがあるだけである。比熱比の定義から定圧比熱 c_p は定積比熱 c_v の κ 倍である。

$c_p = \kappa c_v$

すなわち，ブレイトンサイクルの仕事 W は，次のように表される。

$$W = \kappa m c_v \left(\sqrt{T_3} - \sqrt{T_1}\right)^2$$

これより明らかなように，ブレイトンサイクルの熱効率はオットーサイクルの熱効率の κ 倍となる。(答)

３．ディーゼルサイクルにおいて，最低温度 T_1 と最高温度 T_3 が与えられたとき，最大の仕事が得られる圧縮比が，「１．」で求めたオットーサイクルの最大の仕事を与える圧縮比と等しくなるために，締切比 σ と比熱比 κ が満たすべき条件を求めよ。また，このときのディーゼルサイクルの熱効率 η と仕事 W を T_3，T_1，κ，c_v，m を用いて表せ。ただし，作動流体の質量を m，定積比熱を c_v，定圧比熱を c_v とする。空気標準サイクルとして考えるものとし，圧縮と膨張の過程は可逆断熱変化であるとする。

圧縮後の温度 T_2，膨張後の温度 T_4 は，比熱比 κ と圧縮比 ε により次のように表される。

$$T_2 V_2^{\kappa-1} = T_1 V_1^{\kappa-1} \rightarrow T_2 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\kappa-1} = T_1 \varepsilon^{\kappa-1}$$

$$T_4 V_4^{\kappa-1} = T_3 V_3^{\kappa-1} \rightarrow T_4 = T_3 \left(\frac{V_3}{V_4}\right)^{\kappa-1} = T_3 \left(\frac{\sigma V_2}{V_1}\right)^{\kappa-1} = T_3 \frac{\sigma^{\kappa-1}}{\varepsilon^{\kappa-1}}$$

等圧加熱の過程での入熱量 Q_H と等積冷却の過程での放熱量 Q_L は，次のように表される。

$$Q_H = m c_p \left(T_3 - T_2\right) = m c_p \left(T_3 - T_1 \varepsilon^{\kappa-1}\right) = m \kappa c_v \left(T_3 - T_1 \varepsilon^{\kappa-1}\right)$$

$$Q_L = m c_v \left(T_4 - T_1\right) = m c_v \left(T_3 \sigma^{\kappa-1} \varepsilon^{1-\kappa} - T_1\right)$$

よって，仕事 W は次のように表される。

$$W = Q_H - Q_L = m c_v \left(\kappa T_3 - \kappa T_1 \varepsilon^{\kappa-1} - T_3 \sigma^{\kappa-1} \varepsilon^{1-\kappa} + T_1\right)$$

ここで，括弧内を取り出し，関数 $f(\varepsilon)$を次のように定義し，その増減を調べる。

$$f(\varepsilon) = \kappa T_3 - \kappa T_1 \varepsilon^{\kappa-1} - T_3 \sigma^{\kappa-1} \varepsilon^{1-\kappa} + T$$

ε で微分すると次のようになる。

$$\frac{d}{d\varepsilon} f(\varepsilon) = -\kappa\left(\kappa-1\right) T_1 \varepsilon^{\kappa-2} - \sigma^{\kappa-1}\left(1-\kappa\right) T_3 \varepsilon^{-\kappa} = \left(\kappa-1\right) \varepsilon^{-\kappa} \left(\sigma^{\kappa-1} T_3 - \kappa T_1 \varepsilon^{2\kappa-2}\right)$$

これより，次の関係を満たす ε が $f(\varepsilon)$，すなわち仕事を最大とする圧縮比となる。

$$\sigma^{\kappa-1} T_3 - \kappa T_1 \varepsilon^{2\kappa-2} = 0$$

よって，仕事を最大とする圧縮比は次のように求められる。

$$\varepsilon = \left(\frac{T_3}{T_1} \ \frac{\sigma^{\kappa-1}}{\kappa} \right)^{1/(2\kappa-2)}$$

これより，オットーサイクルの仕事を最大とする圧縮比と一致するための条件は，次のように求められる。

$$\frac{\sigma^{\kappa-1}}{\kappa} = 1 \rightarrow \sigma^{\kappa-1} = \kappa \rightarrow \sigma = \kappa^{1/(\kappa-1)} \quad \text{(答)}$$

このときのディーゼルサイクルの熱効率 η と仕事 W を求めると次のようになる。

$$\eta = 1 - \left(\frac{1}{\varepsilon^{\kappa-1}} \right) \frac{\sigma^{\kappa}-1}{\kappa(\sigma-1)} = 1 - \sqrt{\frac{T_1}{T_3}} \left[\frac{\kappa^{\kappa/(\kappa-1)}-1}{\kappa^{\kappa/(\kappa-1)}-\kappa} \right] \quad \text{(答)}$$

$$W = mc_v \left(\kappa T_3 - \kappa T_1 \varepsilon^{\kappa-1} - T_3 \sigma^{\kappa-1} \varepsilon^{1-\kappa} + T_1 \right) = mc_v \left(\kappa T_3 - \kappa T_1 \sqrt{\frac{T_3}{T_1}} - \kappa T_3 \sqrt{\frac{T_1}{T_3}} + T_1 \right)$$

$$= mc_v \left(\kappa T_3 - 2\kappa \sqrt{T_3 T_1} + T_1 \right)$$

(答)

4. オットーサイクルにおいて, 圧縮比が $\varepsilon=8$, 圧縮はじめの圧力が p_1＝90kPa, 温度が T_1＝360K, 膨張後の圧力が p_4＝360kPa であるとき，最高圧力 p_3，仕事 W，熱効率 η を求めよ。ただし，空気標準サイクルとして考え，作動流体の質量を m＝1.0kg，定圧比熱を c_p＝1.006kJ/(kg･K), 定積比熱を c_v＝0.719kJ/(kg･K)とする。

比熱比 κ を求めると次のようになる。

$$\kappa = \frac{c_p}{c_v} = \frac{1.006}{0.719} = 1.399$$

状態①から状態②までは可逆断熱変化なので圧縮後の温度 T_2 と圧力 p_2 は次のように求められる。

$$T_2 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\kappa-1} = T_1 \varepsilon^{\kappa-1} = 360 \times 8^{1.399-1} = 825.3\text{K}$$

$$p_2 = p_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\kappa} = p_1 \varepsilon^{\kappa} = 90 \times 8^{1.399} = 1650.7\text{kPa}$$

状態④から状態①までの放熱過程は等積変化なので, 膨張後の温度 T_4 は次のように求められる。

$$T_4 = T_1 \left(\frac{p_4}{p_1} \right) = 360 \times \frac{360}{90} = 1440\text{K}$$

膨張前の温度 T_3 は次のように求められる。

$$T_3 = T_4\left(\frac{V_4}{V_3}\right)^{\kappa-1} = T_4\varepsilon^{\kappa-1} = 1440\times 8^{1.399-1} = 3301.4\mathrm{K}$$

状態②から状態③までの加熱過程は等積変化なので，最高圧力 p_3 は次のように求められる。

$$p_3 = p_2\left(\frac{T_3}{T_2}\right) = 1650.7\times\frac{3301.4}{825.3} = 6603.2\mathrm{kPa} = 6.60\mathrm{MPa}$$

(答)

加熱量 Q_H と放熱量 Q_L は次のように求められる。

$$Q_H = mc_v(T_3 - T_2) = 1.0\times 0.719\times(3301.4 - 825.3) = 1780\mathrm{kJ}$$

$$Q_L = mc_v(T_4 - T_1) = 1.0\times 0.719\times(1440 - 360) = 776.5\mathrm{kJ}$$

よって，仕事 W と熱効率 η は次のように求められる。

$$W = Q_H - Q_L = 1780 - 776.5 = 1003\mathrm{kJ} = 1.00\mathrm{MJ}$$

(答)

$$\eta = 1 - \frac{Q_L}{Q_H} = 1 - \frac{776.5}{1780} = 0.564$$

(答)

５．行程容積が $2100\mathrm{cm}^3$，圧縮比が $\varepsilon=8$ のガソリンエンジンがある。圧縮はじめの圧力は p_1＝100kPa，温度は t_1＝25℃であり，最高温度は t_3＝2000℃である。このエンジンがオットーサイクルで作動するとして，仕事 W と熱効率 η を求めよ。ただし，空気標準サイクルとして考え，気体定数を R＝287J/(kg･K)，比熱比を $\kappa=1.4$ とする。

作動流体の定積比熱 c_v が次のように求められる。

$$c_v = \frac{R}{\kappa-1} = \frac{287}{1.4-1} = 717.5\mathrm{J/(kg\cdot K)}$$

行程容積と圧縮比 ε の定義から次の二つの式が得られる。

$$V_1 - V_2 = 2100$$

$$V_1 = \varepsilon V_2$$

これより，V_1 と V_2 を求めると次のようになる。

$$V_2 = \frac{2100}{\varepsilon-1} = \frac{2100}{8-1} = 300\mathrm{cm}^3 = 0.3\times10^{-3}\mathrm{m}^3$$

$$V_1 = 2100 + 300 = 2400\mathrm{cm}^3 = 2.4\times10^{-3}\mathrm{m}^3$$

圧縮前の状態①に対して理想気体の状態式を用いると作動流体の質量 m が次のように求められる。

$$m=\frac{p_1V_1}{RT_1}=\frac{100\times10^3\times2.4\times10^{-3}}{287\times298.15}=2.805\times10^{-3}\mathrm{kg}$$

圧縮後の温度 T_2 は，p_1＝100kPa，T_1＝298.15K あることから，次のように求められる。

$$T_2=T_1\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\kappa-1}=T_1\varepsilon^{\kappa-1}=298.15\times8^{1.4-1}=685.0\mathrm{K}$$

$$T_4=T_3\left(\frac{V_3}{V_4}\right)^{\kappa-1}=\frac{T_3}{\varepsilon^{\kappa-1}}=\frac{2273.15}{8^{1.4-1}}=989.4\mathrm{K}$$

加熱量 Q_H と放熱量 Q_L は，次のように求められる。

$$Q_H=mc_v\left(T_3-T_2\right)=2.805\times10^{-3}\times717.5\times\left(2273.15-685.0\right)=3196\mathrm{J}$$

$$Q_L=mc_v\left(T_4-T_1\right)=2.805\times10^{-3}\times717.5\times\left(989.4-298.15\right)=1391\mathrm{J}$$

これより，仕事 W と熱効率 η は，それぞれ次のように求められる。

$$W=Q_H-Q_L=3196-1391=1805\mathrm{J}=1.81\mathrm{kJ}$$ (答)

$$\eta=1-\frac{Q_L}{Q_H}=1-\frac{1391}{3196}=0.565$$ (答)

６. オットーサイクルにおいて, 圧縮比 ε ＝8, 圧縮はじめの圧力が p_1＝101.325kPa, 温度 t_1＝20℃, 最高圧力 p_3＝8.5MPa のとき仕事 W と熱効率 η を求めよ。作動流体の質量は m＝1.0kg とする。ただし，空気標準サイクルとして考え，作動流体の定圧比熱を c_p＝1.006kJ/(kg･K)，気体定数を R＝287J/(kg･K)とする。

作動流体の定積比熱 c_v と比熱比 κ は次のように求められる。

$$c_v=c_p-R=1.006-0.287=0.719\mathrm{kJ/(kg\cdot K)}$$

$$\kappa=\frac{c_p}{c_v}=\frac{1.006}{0.719}=1.399$$

圧縮後の温度 T_2 と圧力 p_2 は，次のように求められる。

$$T_2=T_1\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\kappa-1}=T_1\varepsilon^{\kappa-1}=293.15\times8^{1.399-1}=672.1\mathrm{K}$$

$$p_2 = p_1\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\kappa} = p_1\varepsilon^{\kappa} = 101.325\times 8^{1.399} = 1858.4\text{kPa}$$

状態②から状態③までは等積変化であるので，最高温度 T_3 が次のように求められる。

$$T_3 = T_2\left(\frac{p_3}{p_2}\right) = 672.1\times\frac{8500}{1858.4} = 3074.1\text{K}$$

膨張後の温度は次のように求められる。

$$T_4 = T_3\left(\frac{V_3}{V_4}\right)^{\kappa-1} = \frac{T_3}{\varepsilon^{\kappa-1}} = \frac{3074.1}{8^{1.399-1}} = 1340.9\text{K}$$

加熱量 Q_H と放熱量 Q_L を求めると次のようになる。

$$Q_H = mc_v\left(T_3 - T_2\right) = 1.0\times 0.719\times\left(3074.1 - 672.1\right) = 1727\text{kJ}$$

$$Q_L = mc_v\left(T_4 - T_1\right) = 1.0\times 0.719\times\left(1340.9 - 293.15\right) = 753.3\text{kJ}$$

以上より，仕事 W と熱効率 η を求めると次のようになる。

$$W = Q_H - Q_L = 1727 - 753.3 = 973.7\text{kJ} = 0.974\text{MJ}$$ (答)

$$\eta = 1 - \frac{Q_L}{Q_H} = 1 - \frac{753.3}{1727} = 0.564$$ (答)

7．圧縮比が ε ＝18 のディーゼルエンジンがある。作動流体の単位質量あたりの加熱量が q_H＝1400kJ/kg，圧縮はじめの圧力が p_1＝100kPa，温度が t_1＝25℃，体積が V_1＝1800cm^3 である。サイクル内の最高温度 T_3，仕事 W と熱効率 η を求めよ。ただし，空気標準サイクルとして考え，気体定数を R＝287J/(kg･K)，比熱比を κ ＝1.4 とする。

作動流体の定積比熱 c_v と定圧比熱 c_p は次のように求められる。

$$c_v = \frac{R}{\kappa - 1} = \frac{287}{1.4 - 1} = 717.5\text{J/(kg}\cdot\text{K)}$$

$$c_p = \frac{\kappa R}{\kappa - 1} = \frac{1.4\times 287}{1.4 - 1} = 1004.5\text{J/(kg}\cdot\text{K)}$$

圧縮前の状態①に対して理想気体の状態式を用いると作動流体の質量 m が次のように求められる。

$$m = \frac{p_1 V_1}{RT_1} = \frac{100\times 10^3\times 1.8\times 10^{-3}}{287\times 298.15} = 2.104\times 10^{-3}\text{kg}$$

圧縮後の温度 T_2 は，p_1＝100kPa，T_1＝298.15K あることから，次のように求められる。

$$T_2 = T_1\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\kappa-1} = T_1\varepsilon^{\kappa-1} = 298.15\times 18^{1.4-1} = 947.4\mathrm{K}$$

状態②から③までの加熱量は，等圧変化であることを考慮すると作動流体の質量 m，定圧比熱 c_p，温度変化 T_3−T_2 により求めることができる。

$$Q_H = mq_H = mc_p\left(T_3 - T_2\right)$$

これより，最高温度 T_3 を求めると次のようになる。

$$T_3 = T_2 + \frac{q_H}{c_p} = 947.4 + \frac{1400\times10^3}{1004.5} = 2341\mathrm{K}$$

(答)

締切比 σ は次のように求められる。

$$\sigma = \frac{V_3}{V_2} = \frac{T_3}{T_2} = \frac{2341}{947.4} = 2.471$$

膨張後の温度 T_4 を求めると次のようになる。

$$T_4 = T_3\left(\frac{V_3}{V_4}\right)^{\kappa-1} = T_3\left(\frac{\sigma V_2}{V_1}\right)^{\kappa-1} = T_3\left(\frac{\sigma}{\varepsilon}\right)^{\kappa-1} = 2341\times\left(\frac{2.471}{18}\right)^{1.4-1} = 1058\mathrm{K}$$

以上より，加熱量 Q_H と放熱量 Q_L は次のように求められる。

$$Q_H = mq_H = 2.104\times10^{-3}\times1400\times10^3 = 2946\mathrm{J}$$

$$Q_L = mc_v\left(T_4 - T_1\right) = 2.104\times10^{-3}\times717.5\times\left(1058 - 298.15\right) = 1147\mathrm{J}$$

よって，仕事 W と熱効率 η は次のように求められる。

$$W = Q_H - Q_L = 2946 - 1147 = 1799\mathrm{J} = 1.80\mathrm{kJ}$$

(答)

$$\eta = 1 - \frac{Q_L}{Q_H} = 1 - \frac{1147}{2946} = 0.611$$

(答)

８．ディーゼルサイクルにおいて，圧縮比が ε ＝16，圧縮はじめの温度が t_1＝20℃，最高温度が t_3＝2500℃であるとき，仕事 W と熱効率 η を求めよ。ただし，空気標準サイクルとして考え，作動流体の質量を m＝1.0kg，定圧比熱を c_p＝1.006kJ/(kg･K)，気体定数を R＝287J/(kg･K)とする。

作動流体の定積比熱 c_v と比熱比 κ は次のように求められる。

$$c_v = c_p - R = 1.006 - 0.287 = 0.719\mathrm{kJ/(kg\cdot K)}$$

$$\kappa = \frac{c_p}{c_v} = \frac{1.006}{0.719} = 1.399$$

圧縮後の温度 T_2 は，次のように求められる。

$$T_2 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\kappa - 1} = T_1 \varepsilon^{\kappa - 1} = 293.15 \times 16^{1.399-1} = 886.2\text{K}$$

ディーゼルサイクルの加熱過程は等圧変化であるので，状態②と状態③の温度と体積の間には次の関係が成り立つ。

$$\frac{p_2 V_2}{T_2} = \frac{p_3 V_3}{T_3} \rightarrow V_3 = V_2 \left(\frac{T_3}{T_2} \right)$$

膨張後の温度は次のように求められる。

$$T_4 = T_3 \left(\frac{V_3}{V_4} \right)^{\kappa - 1} = T_3 \left(\frac{V_2}{V_1} \frac{T_3}{T_2} \right)^{\kappa - 1} = T_3 \left(\frac{1}{\varepsilon} \frac{T_3}{T_2} \right)^{\kappa - 1} = 2773.15 \times \left(\frac{1}{16} \times \frac{2773.15}{886.2} \right)^{1.399-1}$$
$$= 1446.1\text{K}$$

加熱量 Q_H と放熱量 Q_L を求めると次のようになる。

$$Q_H = mc_p \left(T_3 - T_2 \right) = 1.0 \times 1.006 \times \left(2773.15 - 886.2 \right) = 1898.3\text{kJ}$$

$$Q_L = mc_v \left(T_4 - T_1 \right) = 1.0 \times 0.719 \times \left(1446.1 - 293.15 \right) = 829.0\text{kJ}$$

よって，このサイクルの仕事 W と熱効率 η は次のように求められる。

$$W = Q_H - Q_L = 1898.3 - 829.0 = 1069\text{kJ} = 1.07\text{MJ}$$ (答)

$$\eta = 1 - \frac{Q_L}{Q_H} = 1 - \frac{829.0}{1898.3} = 0.563$$ (答)

９．ブレイトンサイクルにおいて，圧縮はじめの圧力が p_1＝200kPa，温度が t_1＝30℃，圧縮後の圧力が p_2＝1.2MPa，膨張後の温度が t_4＝380℃である。作動流体の質量は m＝1.0kg である。このサイクルの仕事 W と熱効率 η を求めよ。ただし，空気標準サイクルとして考え，圧縮と膨張の過程は可逆断熱変化とし，気体定数を R＝287J/(kg･K)，定圧比熱を c_p＝1.006kJ/(kg･K)とする。

比熱比 κ は次のように求められる。

$$\kappa = \frac{c_p}{c_v} = \frac{c_p}{c_p - R} = \frac{1.006}{1.006 - 0.287} = 1.399$$

圧力比γは次のように求められる。

$$\gamma = \frac{p_2}{p_1} = \frac{1200}{200} = 6$$

圧縮後の温度T_2は次のように求められる。

$$T_2 = T_1\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{(\kappa-1)/\kappa} = T_1\gamma^{(\kappa-1)/\kappa} = 303.15 \times 6^{(1.399-1)/1.399} = 505.3\text{K}$$

膨張前の温度T_3は次のように求められる。

$$T_3 = T_4\left(\frac{p_3}{p_4}\right)^{(\kappa-1)/\kappa} = T_4\gamma^{(\kappa-1)/\kappa} = 653.15 \times 6^{(1.399-1)/1.399} = 1088.8\text{K}$$

加熱量Q_Hと放熱量Q_Lは次のように求められる。

$$Q_H = mc_p(T_3 - T_2) = 1.0 \times 1.006 \times (1088.8 - 505.3) = 587.0\text{kJ}$$

$$Q_L = mc_p(T_4 - T_1) = 1.0 \times 1.006 \times (653.15 - 303.15) = 352.1\text{kJ}$$

よって，仕事Wと熱効率ηは次のように求められる。

$$W = Q_H - Q_L = 587.0 - 352.1 = 234.9\text{kJ} = 0.235\text{MJ}$$ (答)

$$\eta = 1 - \frac{Q_L}{Q_H} = 1 - \frac{352.1}{587.0} = 0.400$$ (答)

10. 圧力比がγ＝4 で，ブレイトンサイクルで作動するガスタービンがある。圧縮はじめの圧力がp_1＝100kPa，温度がt_1＝25℃であり，タービン入口温度がt_3＝900℃である。また，作動流体の質量流量が$\dot{m} = 0.15\text{kg/s}$である。このガスタービンの出力$\dot{W}$と熱効率$\eta$を求めよ。ただし，空気標準サイクルとして考え，圧縮と膨張の過程は可逆断熱変化とし，気体定数をR＝287J/(kg･K)，比熱比をκ＝1.4 とする。

作動流体の定圧比熱c_pを求めると次のようになる。

$$c_p = \frac{\kappa R}{\kappa - 1} = \frac{1.4 \times 287}{1.4 - 1} = 1004.5\text{J/(kg}\cdot\text{K)}$$

圧縮後の温度T_2と膨張後の温度T_4は次のように求められる。

$$\frac{T_1}{p_1^{(\kappa-1)/\kappa}} = \frac{T_2}{p_2^{(\kappa-1)/\kappa}} \rightarrow T_2 = T_1\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{(\kappa-1)/\kappa} = T_1\gamma^{(\kappa-1)/\kappa} = 298.15 \times 4^{(1.4-1)/1.4} = 443.0\text{K}$$

$$\frac{T_3}{p_3^{(\kappa-1)/\kappa}} = \frac{T_4}{p_4^{(\kappa-1)/\kappa}} \to T_4 = T_3\left(\frac{p_4}{p_3}\right)^{(\kappa-1)/\kappa} = \frac{T_3}{\gamma^{(\kappa-1)/\kappa}} = \frac{1173.15}{4^{(1.4-1)/1.4}} = 789.5\mathrm{K}$$

単位質量あたりの加熱量$\dot{Q}_H$と放熱量$\dot{Q}_L$が次のように求められる。

$$\dot{Q}_H = \dot{m}c_p\left(T_3 - T_2\right) = 0.15\times1004.5\times\left(1173.15-443.0\right) = 110.0\mathrm{kW}$$

$$\dot{Q}_L = \dot{m}c_p\left(T_4 - T_1\right) = 0.15\times1004.5\times\left(789.5-298.15\right) = 74.03\mathrm{kW}$$

これより，出力$\dot{W}$と熱効率ηは次のように求められる。

$$\dot{W} = \dot{Q}_H - \dot{Q}_L = 110.0 - 74.03 = 36.0\mathrm{kW}$$ (答)

$$\eta = 1 - \frac{\dot{Q}_L}{\dot{Q}_H} = 1 - \frac{74.03}{110.0} = 0.327$$ (答)