

## 「熱力学」 第3章 問題解答

### 3-1 ドリル問題

問題1 質量5 kgの酸素が1気圧( $p=1.01325 \times 10^5 \text{Pa}$ ), 300Kの際の体積 $V[\text{m}^3]$ と比体積 $v[\text{m}^3/\text{kg}]$ を求めよ。酸素は理想気体と考え, 気体定数は, 表3-1の値を用いよ。

$$V = \frac{mRT}{p} = \frac{5 \times 259.82 \times 300}{1.01325 \times 10^5} = 3.85 \text{ m}^3 \text{ (答)}$$

$$v = \frac{V}{m} = \frac{3.85}{5} = 0.769 \text{ m}^3/\text{kg} \text{ (答)}$$

問題2 温度が一定のとき, 理想気体の圧力と密度の間には, どのような関係があるか述べてよ。

$p = \rho RT$ において,  $T$ が一定,  $R$ も一定値であるので, 圧力と密度は比例関係にある。(答)

問題3 体積 $100\text{m}^3$ のタンク中に, 圧力 $5\text{MPa}$ , 温度 $350\text{K}$ の空気が入っている。この空気の密度 $\rho[\text{m}^3/\text{kg}]$ と, 質量 $m[\text{kg}]$ を求めよ。

$$\rho = \frac{p}{RT} = \frac{5 \times 10^6}{286.99 \times 350} = 49.78 \text{ kg/m}^3 \quad 49.8 \text{ kg/m}^3 \text{ (答)}$$

$$m = \rho V = 49.78 \times 100 = 4978 \text{ kg} \quad 4980 \text{ kg (答)}$$

問題4 一般気体定数  $R_0$  [ $\text{J}/(\text{mol} \cdot \text{K})$ ]と, 気体定数  $R$  [ $\text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ ], モル質量  $M$  [ $\text{kg}/\text{mol}$ ]の関係を示せ。また, 分子量とモル質量の関係を述べよ。

$$R_0 = RM \text{ (答)}$$

分子量は無次であるが, モルあたりの質量とすると  $\text{g}/\text{mol}$  と等しい。 $\text{kg}$ あたりのモル質量とすると, 分子量の数値の  $1/1000$  がモル質量  $M[\text{kg}/\text{mol}]$ となる(p.55の側註【4】を参考)。(答)

問題5 二酸化炭素( $\text{CO}_2$ )の分子量は44である。質量  $m=5\text{kg}$  に相当するモル数  $n$  を求めよ。

分子量が 44 であるので，モル質量  $M=44\times 10^{-3}\text{kg/mol}$  である。モル数  $n$ ，質量  $m$  とすると  $n=m/M=5/44\times 10^{-3}=114\text{mol}$  (答)

**問題 6** 水素が 1500 L のボンベ容器に封入されている。最初， $25^\circ\text{C}$  の状態で 10MPa であったが，水素が漏れ，後に圧力は  $10^\circ\text{C}$  で 8MPa となっていた。漏れた水素の質量は何 kg であるか求めよ。

$V=1500\text{L}=1.5\text{m}^3$  である。

$$\text{最初の質量 } m_1 = \frac{pV}{RT} = \frac{10\times 10^6 \times 1500 \times 10^{-3}}{4124 \times (25 + 273.15)} = 12.20\text{kg}$$

$$\text{漏れ後の質量 } m_2 = \frac{pV}{RT} = \frac{8\times 10^6 \times 1500 \times 10^{-3}}{4124 \times (10 + 273.15)} = 10.28\text{kg}$$

$$\text{漏れた質量 } m_1 - m_2 = 12.20 - 10.28 = 1.92\text{kg} \quad (\text{答})$$

**問題 7** 定圧比熱  $c_p$  と定積比熱  $c_v$  の値を比較して，大きい値はどちらであるか述べなさい。また，その理由の説明となる現象を簡単に述べよ。

定圧比熱  $c_p$  の方が常に大きい。ピストン・シリンダ系を加熱すると，定圧変化は定積変化と比較して，外部に膨張仕事を行う分多くの熱が必要であり，比熱の値も大きいことが理解できる。(答)

**問題 8** ヘリウムの定圧比熱  $c_p=5.197\text{kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K})$ ，気体定数  $R=2076.9\text{J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$  である。理想気体に対するマイヤーの関係を用いて，定積比熱  $c_v$  を求めよ。

マイヤーの関係  $c_p - c_v = R$  に代入，

$$c_v = c_p - \bar{R} = 5197 - 2076.9 = 3120\text{J}/(\text{kg}\cdot\text{K}) \quad (\text{答})$$

**問題 9** 体積一定の条件で，質量  $m=10\text{kg}$  の気体に熱が加えられ，温度が  $200\text{K}$  上昇した。気体の定積比熱は  $c_v=0.744\text{kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K})$  である。内部エネルギー変化  $\Delta U$  を求めよ。

$$Q = \Delta U = mc_v \Delta T = 10 \times 0.744 \times 10^3 \times 200 = 1.49 \times 10^6 \text{J} = 1.49\text{MJ} \quad (\text{答})$$

問題 10 圧力一定の条件で, 質量  $m=10\text{kg}$  の気体に熱が加えられ, 温度が  $200\text{K}$  上昇した。気体の定圧比熱は  $c_p=1.040\text{ kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K})$  である。エンタルピー変化  $\Delta H$  を求めよ。また, 問題 9 で求めた  $\Delta U$  との差は何か。

$$Q = \Delta H = mc_p \Delta T = 10 \times 1.040 \times 10^3 \times 200 = 2.08 \times 10^6 \text{ J} = 2.08 \text{ MJ} \quad (\text{答})$$

$\Delta U$  との差は, 膨張仕事。(答)

問題 11 ある気体の比熱比  $\kappa=1.293$ , 気体定数  $R=488.2\text{ J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$  である。定圧比熱  $c_p$  と定積比熱  $c_v$  を求めよ。

$$c_p = \frac{\kappa}{\kappa-1} R = \frac{1.293}{1.293-1} \times 488.2 = 2154\text{ J}/(\text{kg}\cdot\text{K}) = 2.15\text{ kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K}) \quad (\text{答})$$

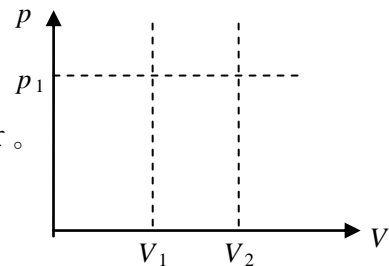
$$c_v = \frac{1}{\kappa-1} R = \frac{1}{1.293-1} \times 488.2 = 1666\text{ J}/(\text{kg}\cdot\text{K}) = 1.67\text{ kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K}) \quad (\text{答})$$

問題 12 ジュールの気体の自由膨張の実験より導かれた, 温度だけの関数である二つの状態量は何か述べよ。

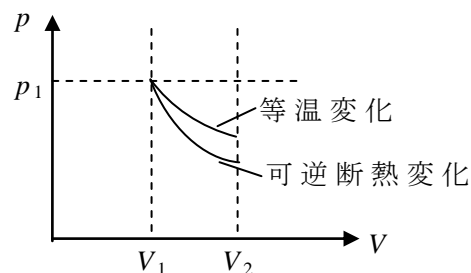
内部エネルギー, エンタルピー (答)

### 3 - 2 ドリル問題

問題 1 圧力  $p_1$ , 体積  $V_1$  から体積  $V_2$  まで気体が膨張する。等温変化の場合, 可逆断熱変化の場合の変化を,  $p$ - $V$ 線図上に示せ。



可逆断熱変化の方が傾きが大きい。



問題 2 等積変化における熱  $Q_{12}$  が,  $Q_{12} = \frac{1}{\kappa-1}(p_2V_2 - p_1V_1)$  となることを式 3-37より求めよ。

$c_v = \frac{R}{\kappa-1}$  の関係を代入すると,

$$Q_{12} = mc_v(T_2 - T_1) = m \frac{R}{\kappa-1}(T_2 - T_1) = \frac{1}{\kappa-1}(p_2V_2 - p_1V_1) \quad (\text{答})$$

問題 3 ある理想気体が, 最初の体積から 5 倍となるまで, 500K の等温過程で膨張した。気体の質量を 2kg, 気体定数を 259.82J/(kg・K) とする。気体が外部になす仕事  $W_{12}$ , 気体に加えらるる熱  $Q_{12}$  を求めよ。

問題より  $V_2 = 5V_1$  である。等温変化の仕事の式に代入する。

$$W_{12} = mRT \ln \frac{V_2}{V_1} = 2 \times 259.82 \times 500 \times \ln 5 = 418.2 \times 10^3 \text{ J} = 418 \text{ kJ} \quad (\text{答})$$

等温変化では,  $\Delta U = 0$  であるので,  $W_{12} = Q_{12}$  である。

$$Q_{12} = 418 \text{ kJ} \quad (\text{答})$$

問題 4 等圧変化にともなう熱  $Q_{12}$  は, エンタルピー変化  $H_2 - H_1$  と等しい。0.2MPa の等圧で, 理想気体に熱が 30kJ 加えられ, 体積変化  $V_2 - V_1 = 0.05 \text{ m}^3$  の場合, 内部エネルギー変化 ( $U_2 - U_1$ ) を求めよ。

$Q_{12} = H_2 - H_1 = (U_2 - U_1) + p(V_2 - V_1)$  の関係を用いる。

$$(U_2 - U_1) = H_2 - H_1 - p(V_2 - V_1) = 30 \times 10^3 - 0.2 \times 10^6 \times 0.05 = 20000 \text{ J} = 20 \text{ kJ} \quad (\text{答})$$

問題 5 理想気体が可逆断熱変化により膨張した。最初の体積の 4 倍まで膨張したとき, 最初 300K の気体は何度になるか求めよ。  $\kappa = 1.4$  とする。

$$T_1 V_1^{\kappa-1} = T_2 V_2^{\kappa-1} \text{ より, } T_2 = T_1 \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{\kappa-1} = 300 \times \left( \frac{1}{4} \right)^{1.4-1} = 172 \text{ K} \quad (\text{答})$$

問題 6 あるガソリンエンジンのシリンダ内では, 気体の圧縮過程が, 理想気体の可逆断熱変化により近似できる。今, 圧縮比\*が 10, 圧縮前の圧力が大気圧 ( $p = 101.325 \text{ kPa}$ ), 温度 300K, 空気の物性値が使えるとして, 圧縮後の圧力と温度を求めよ。また空気 1kg あたりの圧縮過程に必要な仕事を求めよ。

\* 圧縮比：圧縮前の気体の体積を  $V_1$ ，圧縮後の気体の体積を  $V_2$  とすると，圧縮比  $\varepsilon$  は  $\varepsilon = \frac{V_1}{V_2}$  と定義される。圧縮比が 10 ということは，体積を  $\frac{1}{10}$  まで圧縮することを意味している。

$$p_2 = p_1 \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^\kappa = 101.325 \times 10^3 \times 10^{1.399} = 2.54 \times 10^6 \text{ Pa} = 2.54 \text{ MPa} \quad (\text{答})$$

$$T_2 = T_1 \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{\kappa-1} = 300 \times (10)^{1.399-1} = 752 \text{ K} \quad (\text{答})$$

$$w_{12} = \frac{RT_1}{\kappa-1} \left\{ 1 - \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{\kappa-1} \right\} = \frac{286.99 \times 300}{1.399-1} (1 - 10^{1.399-1}) = -325 \text{ kJ/kg} \quad (\text{答})$$

**問題 7** 可逆断熱変化，等積変化，等圧変化，により理想気体の温度を  $T_1$  から  $T_2$  まで，上昇させたい ( $T_2 > T_1$ )。気体に加える熱量の大きい順に示せ。また気体が外部にする仕事の大きい順に示せ。

可逆断熱  $q_{12} = 0$ ，等積  $q_{12} = c_v(T_2 - T_1)$ ，等圧  $q_{12} = c_p(T_2 - T_1)$  であるので，気体に加える熱量の大きい順は，等圧変化 > 等積変化 > 可逆断熱変化。(答)

可逆断熱  $w_{12} = c_v(T_1 - T_2) < 0$ ，等積  $w_{12} = 0$ ，等圧  $w_{12} = R(T_2 - T_1) > 0$  であるので，気体が外部にする仕事の大きい順は，等圧変化 > 等積変化 > 可逆断熱変化。(答)

**問題 8** ピストン・シリンダ系において，ピストンの移動速度がより速いときは，可逆断熱変化，等温変化のどちらの変化になりやすいか。その理由も述べよ。

移動速度がより速いとき，系境界を通して熱を交換する時間が短く，断熱的に行われる可逆断熱変化になりやすい。無限にゆっくりであると，シリンダが完全に断熱されていない際，系周囲との熱交換により等温変化になる。(答)

**問題 9** ガスタービンや蒸気タービンは開いた流動系である。タービンにおける膨張過程を可逆断熱変化とすると，工業仕事は何の差として表

されるか述べよ。

$W_{r12} = -\int_1^2 V dp = mc_p (T_1 - T_2) = (H_1 - H_2)$  の関係より、工業仕事は、エンタルピー差であることが理解できる。(答)

閉じた系の絶対仕事は、内部エネルギー差である。

**問題 10** ポリトロップ指数  $n=1.2$  の際のポリトロップ変化と、比熱比  $k=1.4$  における可逆断熱変化を比較する。圧縮過程により温度  $T_1$  から  $T_2$  になる場合、系に加えられる仕事  $W_{12}$  はどちらの変化のほうが大きいか述べよ。また、ポリトロップ変化における熱  $Q_{12}$  は系に流入するか、放出されるか、述べよ。

$$\text{可逆断熱 } W_{r12} = \frac{mR}{\kappa-1} (T_1 - T_2) < 0 \quad \text{ポリトロップ } W_{p12} = \frac{mR}{n-1} (T_1 - T_2) < 0$$

$$\frac{W_{r12}}{W_{p12}} = \frac{n-1}{\kappa-1} = \frac{1.2-1}{1.4-1} = \frac{1}{2}$$

となる。系に加えられる仕事の値（絶対値）は、ポリトロップ変化のほうが大きい。(答)

可逆断熱変化  $Q_{r12} = 0$ 、ポリトロップ変化  $Q_{p12} = mc_v \frac{n-\kappa}{n-1} (T_2 - T_1)$  において、 $T_2 - T_1 > 0$  であるので、 $Q_{p12} < 0$  である。熱は系から放出される。(答)

### 3 - 3 ドリル問題

**問題 1** 質量比が、窒素  $g_{N_2}=0.4$ 、水素  $g_{H_2}=0.6$  の混合気体がある。全圧が  $0.1\text{MPa}$  のときの、それぞれの分圧を求めよ。

分圧はモル分率に比例する。

$$M = \frac{1}{\frac{g_{N_2}}{M_{N_2}} + \frac{g_{H_2}}{M_{H_2}}} = \frac{1}{\frac{0.4}{28.013 \times 10^{-3}} + \frac{0.6}{2.016 \times 10^{-3}}} = 3.21 \times 10^{-3} \text{ kg/mol}$$

$$x_{N_2} = \frac{M}{M_{N_2}} g_{N_2} = \frac{3.21 \times 10^{-3}}{28.013 \times 10^{-3}} \times 0.4 = 0.0458$$

$$p_{N_2} = x_{N_2} p = 0.0458 \times 0.1 \times 10^6 = 4580 \text{ Pa} = 4.6 \text{ kPa} \quad (\text{答})$$

$$x_{H_2} = \frac{M}{M_{H_2}} g_{H_2} = \frac{3.21 \times 10^{-3}}{2.016 \times 10^{-3}} \times 0.6 = 0.9554$$

$$p_{H_2} = x_{H_2} p = 0.9554 \times 0.1 \times 10^6 = 95540 \text{ Pa} = 95.4 \text{ kPa} \quad (\text{答})$$

**問題 2** 体積  $50 \text{ m}^3$  の容器がある。この容器に、ヘリウム  $2 \text{ kg}$ 、窒素  $5 \text{ kg}$  が封入されている。温度は  $350 \text{ K}$  である。次の問いに答えよ。

(1) ヘリウムの分圧を求めよ。

(2) 全圧を求めよ。

(3) この混合気体の温度を  $400 \text{ K}$  まで温度を上昇させた。そのときの全圧を求めよ。ただし体積は変化しないとする。

$$(1) \quad p_{He} = \frac{m_{He} R_{He} T}{V} = \frac{2 \times 2076.9 \times 350}{50} = 29077 \text{ Pa} = 29.1 \text{ kPa} \quad (\text{答})$$

(2)

$$p_{N_2} = \frac{m_{N_2} R_{N_2} T}{V} = \frac{5 \times 296.79 \times 350}{50} = 10388 \text{ Pa} = 10.39 \text{ kPa}$$

$$p = p_{He} + p_{N_2} = 29077 + 10388 = 39465 \text{ Pa} = 39.5 \text{ kPa} \quad (\text{答})$$

$$(3) \quad R = \frac{2}{7} \times 2076.9 + \frac{5}{7} \times 296.79 = 805.4$$

$$p = \frac{mRT}{V} = \frac{7 \times 805.4 \times 400}{50} = 45102 \text{ Pa} = 45.1 \text{ kPa} \quad (\text{答})$$

**問題 3** ある燃焼排気ガスを分析したところ、質量比は、 $\text{CO}_2:20\%$ 、 $\text{CO}:1\%$ 、 $\text{O}_2:4\%$ 、 $\text{N}_2:75\%$  であった。この気体の定積比熱を求めよ。

$$c_v = \sum_{i=1}^N g_i c_{vi} = 0.2 \times 0.661 + 0.01 \times 0.746 + 0.04 \times 0.655 + 0.75 \times 0.744 = 0.724 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$$

(答)

**問題 4** 火星の大気は、容積比で、二酸化炭素  $95\%$ 、窒素  $3\%$ 、アルゴン  $2\%$  である。この混合気体の気体定数を求めよ。また、定圧比熱を求めて、地球の空気と比較せよ。

$$M = x_{CO_2} M_{CO_2} + x_{N_2} M_{N_2} + x_{Ar} M_{Ar} = 0.95 \times 44.01 + 0.03 \times 28.013 + 0.02 \times 39.948 = 43.449 \text{ g/mol}$$

$$R = \frac{M_{CO_2}}{M} x_{CO_2} R_{CO_2} + \frac{M_{N_2}}{M} x_{N_2} R_{N_2} + \frac{M_{Ar}}{M} x_{Ar} R_{Ar}$$

$$= \frac{44.01}{43.449} \times 0.95 \times 188.91 + \frac{28.013}{43.449} \times 0.03 \times 296.79 + \frac{39.948}{43.449} \times 0.02 \times 208.1 = 191 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$$

(答)

$$c_p = \frac{M_{CO_2}}{M} x_{CO_2} c_{pCO_2} + \frac{M_{N_2}}{M} x_{N_2} c_{pN_2} + \frac{M_{Ar}}{M} x_{Ar} c_{pAr}$$

$$= \frac{44.01}{43.449} \times 0.95 \times 0.850 + \frac{28.013}{43.449} \times 0.03 \times 1.040 + \frac{39.948}{43.449} \times 0.02 \times 0.520 = 0.848 \text{ kJ/(kg} \cdot \text{K)}$$

(答)

### 3 - 4 ドリル問題

**問題 1** 理想気体の圧力  $p$  が 2 倍となったとき，単位体積あたりの気体の分子数  $\frac{N}{V}$  が変わらない場合，気体分子の運動速度は何倍となるか求めよ。

$$p = \frac{2}{3} \frac{N}{V} \left( \frac{1}{2} m \overline{v^2} \right)$$

より，運動速度の 2 乗が 2 倍になる。1.41 倍。(答)

**問題 2** 理想気体では，気体分子の運動速度が 2 倍となると，絶対温度は何倍となるか述べよ。

$$T = \frac{2}{3k} \left( \frac{1}{2} m \overline{v^2} \right)$$

より，4 倍。(答)

**問題 3** 2 原子気体の自由度  $\nu=5$  の場合，比熱比が 1.4 となることを示せ。また，多原子気体の自由度  $\nu=6$  に対して 1.33 となることを示せ。

$$2 \text{ 原子気体の自由度 } \nu=5 \text{ であるので， } \kappa = \frac{c_p}{c_v} = \frac{\frac{(\nu+2)}{2} R_0}{\frac{\nu}{2} R_0} = \frac{(\nu+2)}{\nu} = \frac{7}{5} = 1.4$$

(答)

$$\text{多原子気体の自由度 } \nu=6 \text{ であるので， } \kappa = \frac{c_p}{c_v} = \frac{\frac{(\nu+2)}{2} R_0}{\frac{\nu}{2} R_0} = \frac{(\nu+2)}{\nu} = \frac{8}{6} = 1.33$$

(答)

**問題 4** 私たちの周囲の空気を構成する気体分子もある速度で運動している。窒素とした場合、300Kにおける2乗平均速度を求めよ。ただし、窒素のモル質量は、 $28 \times 10^{-3} \text{ kg/mol}$ とする。また、例題で求めたヘリウムの速度と比較して、両者にどのような関係があるか示せ。

$$m = \frac{M}{N_A} = \frac{28 \times 10^{-3}}{6.022 \times 10^{23}} = 4.65 \times 10^{-26} \text{ kg}$$

$$\sqrt{v^2} = \left( \frac{3kT}{m} \right)^{\frac{1}{2}} = \left( \frac{3 \times 1.381 \times 10^{-23} \times 300}{4.65 \times 10^{-26}} \right)^{\frac{1}{2}} = 517 \text{ m/s} \quad (\text{答})$$

2乗平均速度は、モル質量の $-1/2$ 乗に比例する。窒素のヘリウムに対するモル質量は7倍であり、速度は $\frac{1}{\sqrt{7}}$ 倍である。(答)

**問題 5** 単原子気体と2原子気体、それぞれ1molを同じ熱量で加熱した。どちらの気体の温度上昇が大きいか述べよ。

単原子気体と2原子気体の自由度は、それぞれ3と5であるので、2原子気体の方のモル比熱が大きい。同じ熱量であるので、単原子気体の方が温度上昇は大きい。(答)

**問題 6** アボガドロ数とボルツマン定数から一般気体定数を求めよ。

$$R_0 = kN_A = 1.381 \times 10^{-23} \times 6.022 \times 10^{23} = 8.316 \text{ J/(mol} \cdot \text{K)} \quad (\text{答})$$

**問題 7** 10molのヘリウムの温度が20K上昇した。内部エネルギー変化を求めよ。

ヘリウムは単原子気体で

$$\Delta U = \frac{\nu}{2} n R_0 \Delta T = \frac{3}{2} n R_0 \Delta T = \frac{3}{2} \times 10 \times 8.314 \times 20 = 2494 \text{ J} = 2.49 \text{ kJ} \quad (\text{答})$$

**問題 8** ある容器に窒素が5molが封入されている。温度は400Kである。1分子あたりの平均運動エネルギーと内部エネルギーを求めよ。ただし、窒素の自由度 $\nu=5$ とする。

$$\left(\frac{1}{2}mv^2\right) = \frac{5}{2}kT = \frac{5}{2} \times 1.381 \times 10^{-23} \times 400 = 1.38 \times 10^{-20} \text{J} \quad (\text{答})$$

$$U = \frac{v}{2}nR_0T = \frac{5}{2}nR_0T = \frac{5}{2} \times 5 \times 8.314 \times 400 = 41570 \text{J} = 41.6 \text{kJ} \quad (\text{答})$$

### 第 3 章 章末問題

1. ある教室の大きさは、 $10 \text{m} \times 20 \text{m} \times 3 \text{m}$  である。標準状態 ( $101.325 \text{kPa}$ ,  $298 \text{K}$ ) のとき、教室に入っている空気 (理想気体) の質量  $m [\text{kg}]$  を求めよ。また、教室内の天井に近い空気は  $298 \text{K}$ 、床に近い空気は  $308 \text{K}$  であるとする。それぞれの場所の空気の密度  $\rho_{298}$ ,  $\rho_{308}$  を求めよ。

$$m = \frac{pV}{RT} = \frac{101.325 \times 10^3 \times 10 \times 20 \times 3}{286.99 \times 298} = 711 \text{kg} \quad (\text{答})$$

$$\rho_{298} = \frac{p}{RT} = \frac{101.325 \times 10^3}{286.99 \times 298} = 1.19 \text{kg/m}^3 \quad (\text{答})$$

$$\rho_{308} = \frac{p}{RT} = \frac{101325}{286.99 \times 308} = 1.15 \text{kg/m}^3 \quad (\text{答})$$

2. 高層気象観測用の風船を飛ばす。高度  $30 \text{km}$  に達した時点で、風船内のヘリウム (理想気体) の体積がちょうど直径  $20 \text{m}$  の球と同じになるように設計したい。高度  $30 \text{km}$  における大気の温度  $-46^\circ \text{C}$ 、圧力  $1 \text{kPa}$  とする。風船に入れるヘリウムの質量を求めよ。

$$\text{風船が膨張した際の体積 } V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3} \times 3.14 \times 10^3 = 4187 \text{m}^3$$

$$m = \frac{pV}{RT} = \frac{1000 \times 4187}{2076.9 \times 227.15} = 8.88 \text{kg} \quad (\text{答})$$

3. ある理想気体  $5 \text{kg}$  を、圧力一定と体積一定の条件で、温度差  $50 \text{K}$  上昇させるために必要な熱量をそれぞれ測定した。測定結果より、両者の差は  $130 \text{kJ}$  であった。この気体の気体定数を求めよ。

$$R = c_p - c_v = \frac{Q_p}{m\Delta T_p} - \frac{Q_v}{m\Delta T_v} = \frac{130 \times 10^3}{5 \times 50} = 520 \text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K}) \quad (\text{答})$$

4. ピストン・シリンダ内に酸素（理想気体）が入っている。最初の圧力は 0.4MPa, 温度 350K, 体積は 0.05m<sup>3</sup> である。このシリンダ内には 200Ω のヒータが入っており, 100V の電圧が 3 分間流された。この装置から外部への熱損失はなく, ピストンとシリンダの熱容量も無視できるとする。

(1) ピストンを動かさない場合, 気体の温度は何度となるか求めよ。

(2) 圧力を一定の条件でピストンを動かした場合, 気体の温度は何度となるか求めよ。

$$\text{ヒータに流れた電流} = 100\text{V}/200\Omega = 0.5\text{A}$$

$$\text{加えられた熱} = 100\text{V} \times 0.5\text{A} \times (3 \times 60)\text{秒} = 9000\text{ J} = 9\text{ kJ}$$

$$\text{酸素の質量は, } m = \frac{pV}{RT} = \frac{0.4 \times 10^6 \times 0.05}{259.82 \times 350} = 0.220\text{kg}$$

$$(1) \Delta T = \frac{Q}{mc_v} = \frac{9000}{0.220 \times 0.655 \times 10^3} = 62.5\text{K} \quad T = 350 + 62.5 = 413\text{K} \quad (\text{答})$$

$$(2) \Delta T = \frac{Q}{mc_p} = \frac{9000}{0.220 \times 0.915 \times 10^3} = 44.7\text{K} \quad T = 350 + 44.7 = 395\text{K} \quad (\text{答})$$

5. ある船舶用の大型ディーゼルエンジンは, シリンダ内の空気（理想気体）を体積 0.8m<sup>3</sup> から 0.05m<sup>3</sup> まで圧縮している。圧縮前の空気は 300K, 101.3kPa である。この圧縮過程を可逆断熱変化と仮定して, 圧縮後の空気の圧力と温度を求めよ。また, 圧縮に必要な仕事を求めよ。

$$p_2 = p_1 \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^\kappa = 101.3 \times 10^3 \times \left( \frac{0.8}{0.05} \right)^{1.399} = 4.90 \times 10^6 \text{ Pa} = 4.90\text{MPa} \quad (\text{答})$$

$$T_2 = T_1 \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{\kappa-1} = 300 \times \left( \frac{0.8}{0.05} \right)^{1.399-1} = 907\text{K} \quad (\text{答})$$

$$W_{12} = \frac{1}{\kappa-1} (p_1 V_1 - p_2 V_2) = \frac{1}{1.4-1} (101.3 \times 10^3 \times 0.8 - 4.90 \times 10^6 \times 0.05) \\ = -409.9 \times 10^3 \text{ J} = -410\text{kJ} \quad (\text{答})$$

6. ある圧縮機は, 25°C, 101.3kPa の空気（理想気体）0.5kg/s を吸入し, 連続的に 0.5MPa まで圧縮している。圧縮過程が可逆断熱変化の場合, 時間あたりの圧縮に要する工業仕事である仕事率（動力）を求めよ。また, 等温変化の場合の仕事率を求めよ。

$$T_2 = T_1 \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = (25 + 273.15) \times \left( \frac{0.5 \times 10^6}{101.3 \times 10^3} \right)^{\frac{1.399-1}{1.399}} = 470.1\text{K}$$

$$\dot{W}_{12} = \dot{m} c_p (T_1 - T_2) = 0.5 \times 1.006 \times 10^3 \times (298.15 - 470.1) = -8.65 \times 10^4 \text{ W} = -86.5 \text{ kW}$$

(答)

$$1 \text{ 秒間あたりの吸い込み体積は, } V = \frac{mRT}{p} = \frac{0.5 \times 286.99 \times 298.15}{101.3 \times 10^3} = 0.422 \text{ m}^3$$

$$W_{12} = p_1 V_1 \ln \frac{p_1}{p_2} = 101.3 \times 10^3 \times 0.422 \times \ln \frac{101.3 \times 10^3}{0.5 \times 10^6} = -68.25 \times 10^3 \text{ J}$$

$$1 \text{ 秒あたりであるので, } \dot{W}_{12} = -68.3 \text{ kW} \quad (\text{答})$$

7. 空気と水蒸気を理想気体の混合として考える。体積分率で水蒸気が 1.5%，空気が 98.5%である混合気体\*の密度を求めよ。標準大気圧で 298K の場合とする。また空気の値と比較せよ。

\*空気中に水蒸気を含む気体は**湿り空気**とよばれる。湿り空気は 7-3-1 で学ぶ。

体積分率はモル比であるので,  $x_{\text{air}}=0.985$ ,  $x_{\text{H}_2\text{O}}=0.015$

$$M = x_{\text{air}} M_{\text{air}} + x_{\text{H}_2\text{O}} M_{\text{H}_2\text{O}} = 0.985 \times 28.97 + 0.015 \times 18.015 = 28.806 \text{ g/mol}$$

$$R = \frac{M_{\text{air}}}{M} x_{\text{air}} R_{\text{air}} + \frac{M_{\text{H}_2\text{O}}}{M} x_{\text{H}_2\text{O}} R_{\text{H}_2\text{O}} = \frac{28.97}{28.806} \times 0.985 \times 286.99 + \frac{18.015}{28.806} \times 0.015 \times 461.50$$

$$= 288.62 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$$

$$\rho = \frac{p}{RT} = \frac{101.3 \times 10^3}{288.62 \times 298} = 1.18 \text{ kg/m}^3 \quad (\text{答})$$

空気(水蒸気を含まない)の値は,  $1.185 \text{ kg/m}^3$ 。水蒸気を含む空気は, 重いイメージがあるが, 密度は小さい。(答)