「熱力学」　第2章　問題解答

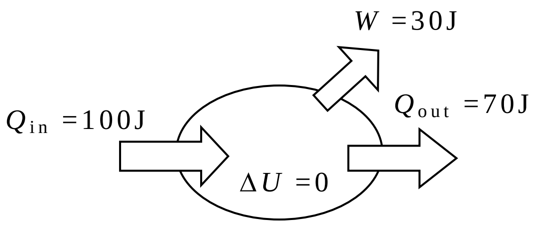
2－1　ドリル問題

問題1　静止系の閉じた系の熱力学第1法則の式を示せ。

静止系で閉じた系の場合，内部エネルギー変化は，熱と仕事の変化と等しくなる。$\Delta U = Q - W$ （答）

問題2　あるエンジンを閉じた系と考える。入力熱量は 100J，排出される熱量は 70 J，内部エネルギー変化は 0 とすると，系から取り出される仕事は何 J か。

$\Delta U = Q - W$ に代入する．熱は系に対して流入方向が正であるので，$Q = 100 - 70 = 30\mathrm{J}$ である。代入すると，$0 = 30 - W$ となる。$W = 30$ J（答）
仕事の値は正の場合，系内から系外に向けての仕事である。



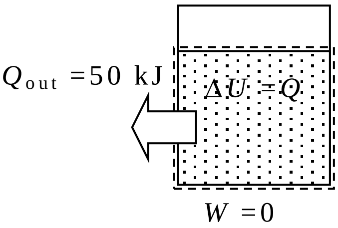
問題3　ある閉じた系の状態1から状態2の変化にともなう内部エネルギー変化 ΔU_{12} は 6 kJ であった。この閉じた系内の物質の質量 m は 20 kg である。比内部エネルギー変化 Δu_{12}[J/kg]を求めよ。

比内部エネルギー u_{12} は，単位質量 1kg あたりの内部エネルギー U_{12} である。したがって，

$$\Delta u_{12} = \frac{\Delta U_{12}}{m} = \frac{6000}{20} = 300 \quad \mathrm{J/kg} \qquad （答）$$

となる。比体積 $v=V/m$，比エンタルピー $h=H/m$，比エントロピー $s=S/m$ なども同じ関係がある。

問題4　ある容器内の水を冷却する。水から取り除かれて周囲へ移動した熱は 50 kJ，その際に体積変化は生じていない。水の質量は 5 kg，比熱を 4.18 kJ/(kg･K)とする。内部エネルギー変化 ΔU と温度変化 ΔT を求めよ。



容器内の水を閉じた系と考えると，体積変化はないので仕事 W=0 である．したがって，内部エネルギー変化は，$\Delta U = Q$ である．

$$\Delta U = Q = -50\,\mathrm{kJ} \quad （答）$$

$Q = mc\Delta T$ の関係があるので，

$$\Delta T = \frac{Q}{mc} = \frac{-50\times 10^3}{5\times 4.18\times 10^3} = -2.4\,\mathrm{K} \quad (答)$$

問題 5　ある質量 m の物体を，地球と火星で同じ高さ z から落下させた。落下にともなうポテンシャルエネルギー(位置エネルギー)は，すべて物体の温度上昇に使われるとする。両者の場合の温度上昇の関係はどのようになるか。火星の重力加速度は地上の $\frac{1}{3}$ とする。

重力によるポテンシャルエネルギー(位置エネルギー)は，$\Delta E_P = mgz$ である。したがって，火星は地球の $\frac{1}{3}$ の値である。一方，物体の温度上昇に使われる熱は $Q = mc\Delta T$ の関係で，両者同じである。$Q = \Delta E_p$ であるので，火星と地球で落下させた場合を比較すると，火星の温度上昇は $\frac{1}{3}$ となる。（答）

問題 6　運動エネルギーは，$\frac{1}{2}mw^2$ で表され，質量 m の単位は[kg]，速度 w の単位は[m/s]である。運動エネルギーの単位が[J]となることを示せ。

エネルギーの単位から考えると，$[\mathrm{J}] = [\mathrm{Nm}] = \left[\mathrm{kg}\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right][\mathrm{m}] = [\mathrm{kg}]\left[\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right]^2$ となり，

$\frac{1}{2}mw^2$ の単位と同じになる。（答）

問題 7　ピストン・シリンダによる閉じた系において，系内の気体の圧力 p が 200kPa の一定条件で，体積 V が 0.03m^3 から 0.05m^3 まで膨張した。この膨張による仕事 W を求めよ。

圧力一定であるので，仕事は次式で求められる。等圧変化は 3-2-2 を参照。

$$W = \int_1^2 p\mathrm{d}V = p(V_2 - V_1) = 200\times 10^3 \times (0.05 - 0.03) = 4000\ \mathrm{J} = 4\ \mathrm{kJ} \quad (答)$$

問題 8　直径 10cm のピストンがある。このピストンが，外部からの力 2000N に釣り合った状態で，体積が増加する方向に距離 3cm 移動した。仕事 W を求めよ。

$F = pA$ の関係を使用する。$A = \dfrac{\pi D^2}{4} = \dfrac{\pi \times 0.1^2}{4} = 7.85 \times 10^{-3}\,\mathrm{m}^2$ であるので，

$p = \dfrac{F}{A} = \dfrac{2000}{7.85 \times 10^{-3}} = 2.55 \times 10^5$ Pa

体積変化は $\Delta V = A\Delta x = 7.85 \times 10^{-3} \times 0.03 = 2.36 \times 10^{-4}$ m^3 であるので，

$W = \int_1^2 p\mathrm{d}V = p(V_2 - V_1) = 2.55 \times 10^5 \times 2.36 \times 10^{-4} = 60.2$ J　（答）

問題 9　準静的過程ではない例を述べなさい。

ピストンが高速で動く場合や，気体がシリンダ内に高速で流入する場合など，気体には不均一な圧力場が作られ，熱力学的平衡ではなく準静的過程ではない。ビーカー内の水が下部から温められ，自然対流を起こしているような系も準静的過程では扱えない。

問題 10　熱力学的平衡とは，どのような平衡が成立している状態か，その条件を述べよ。

熱平衡，力学平衡，化学平衡，相平衡がすべて成立する場合が熱力学平衡である。

2－2　ドリル問題

問題 1　開いた定常流動系において，流入と流出の運動エネルギー，位置エネルギーが小さい際の熱力学第 1 法則の式を示せ。

$\dot{m}\left[(h_2 - h_1) + \dfrac{1}{2}({w_2}^2 - {w_1}^2) + g(z_2 - z_1)\right] = \dot{Q}_{12} - \dot{W}_{t12}$ の式において，

$\dfrac{1}{2}({w_2}^2 - {w_1}^2) + g(z_2 - z_1) = 0$ であるので，

$\dot{m}(h_2 - h_1) = \dot{Q}_{12} - \dot{W}_{t12}$ または，$h_2 - h_1 = q_{12} - w_{t12}$　（答）

問題2　開いた系が適用される実際の工業機器を三つ述べよ。

タービン，圧縮機，ジェットエンジンなどは，開いた定常流動系の例である。シリンダの弁が開いて気体の流入出をともなう系は，開いた非定常流動系である。

問題3　開いた系において，流体の出入りにともなう仕事は，何とよばれるか述べよ。

流動仕事である。（答）
圧力p，押し込まれる流体の体積Vの積，$W_f = pV$と表される。

問題4　内部エネルギーと流動仕事の和として表される状態量は何とよばれるか述べよ。

エンタルピー　（答）

問題5　エンタルピーHと内部エネルギーU，圧力 p，体積 V の関係を示せ。

$H = U + pV$　（答）

エンタルピーは，$H = U + pV$で定義される状態量である。

問題6　仕事は圧力と体積変化の積として表される。ここで圧力の単位[Pa]と体積の単位[m^3]の積が，[J]となることを示せ。

$$[\mathrm{Pa}][\mathrm{m}^3] = \left[\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}\right][\mathrm{m}^3] = [\mathrm{Nm}] = [\mathrm{J}]$$
（答）

問題7　圧力 p=0.1MPa 一定の変化において，内部エネルギー変化はΔU=15 kJ，体積変化ΔV=25m^3 であった。エンタルピー変化ΔHを求めよ。

$$\Delta H = \Delta U + p\Delta V + V\Delta p = 15\times10^3 + 0.1\times10^6 \times 25 + 0 = 2.52\times10^6\,\mathrm{J} = 2.52\mathrm{MJ}$$
（答）

問題8　蒸気タービンの入口の比エンタルピーは 3200 kJ/kg，出口の比エンタルピーは 2500 kJ/kg である。流量は 5 kg/s である。タービンは断熱であり，運動エネルギーと位置エネルギーが無視できる場合，こ

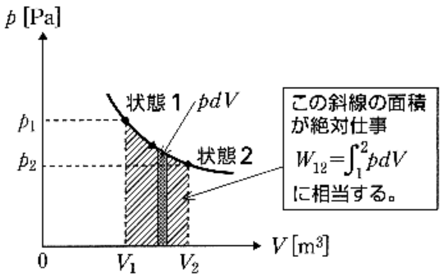
のタービンの仕事率(パワー，動力)を求めよ。

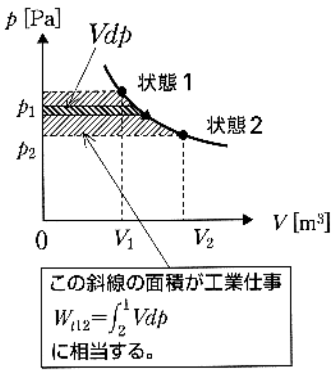
断熱で，運動エネルギーと位置エネルギーが無視できる場合，

$\dot{m}\left[(h_2-h_1)+\frac{1}{2}(w_2{}^2-w_1{}^2)+g(z_2-z_1)\right]=\dot{Q}_{12}-\dot{W}_{t12}$ において，$\frac{1}{2}(w_2{}^2-w_1{}^2)+g(z_2-z_1)$ =0，$\dot{Q}_{12}=0$ であるので，$\dot{m}(h_2-h_1)=-\dot{W}_{t12}$ の関係式となる。

$$\dot{W}_{t12}=-\dot{m}(h_2-h_1)=-5\times\left(2500\times10^3-3200\times10^3\right)=3.5\times10^6\,\mathrm{W}=3.5\mathrm{MW}$$ （答）

問題 9　絶対仕事と工業仕事を p-V 線図上に表せ。また，この図より，絶対仕事は体積変化のない(dV=0)ときに 0 となる。工業仕事が 0 となる条件を述べよ。





工業仕事は，p_1=p_2 の時に面積がなくなり，0 となる。等圧変化(dp=0)の際に 0 となる。(答)

問題 10　100℃の水の比エンタルピーは h' =419.10kJ/kg であり，水蒸気の比エンタルピーは h'' =2675.57kJ/kg である。1 kg の水が等圧条件で，すべて蒸気となるために必要な熱量を求めよ。これらの数値は，p.244 の付表-2 水の飽和表（温度基準）の温度 100℃のところから読み取れる。

$$\Delta H=m(h''-h')=1\times\left(2675.57-419.10\right)=2256.47\mathrm{kJ}=2.26\mathrm{MJ}$$ （答）

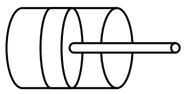
このエンタルピーが与えられると 100℃の水は 100℃の水蒸気となる。この熱量は，蒸発潜熱とよばれる。

第 2 章演習問題

1. 20 g の鉄のかたまりが，速度 500 m/s で水槽内の水に打ち込まれた後に静止した。水槽内の水は断熱されていて，鉄のかたまりの運動エネルギーはすべて水の昇温に使用されたとする。水の質量が 1 kg の場合，温度上昇 ΔT を求めよ。ただし，水の比熱を 4.18 kJ/(kg･K)，鉄のかたまりの比熱分の熱量は小さいとする。

$$\Delta E_K = \frac{1}{2}mw^2 = \frac{1}{2}\times 0.02 \times 500^2 = 2500\,\mathrm{J} \qquad \Delta T = \frac{Q}{mc} = \frac{2500}{1\times 4.18\times 10^3} = 0.60\,\mathrm{K}$$ （答）

2. 標準大気圧(0.101325 MPa)に対して，右図のような断面積 0.5m^2 のピストンが 0.1m ゆっくり移動した。そのときの仕事(絶対仕事)を求めよ。

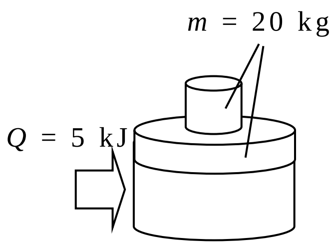


$$W_{12} = \int_1^2 p\mathrm{d}V = p(V_2 - V_1) = 0.101325\times 10^6 \times (0.5\times 0.1) = 5066\,\mathrm{J} = 5.07\,\mathrm{kJ}$$ (答)

3. ある閉じた系に 5 kJ の熱入力があり，そのとき，外部に対して 3000Nm の仕事が行われた。閉じた系内の物質は4 kg である。比内部エネルギー変化を求めよ。

$$\Delta U = Q - W = 5000 - 3000 = 2000\,\mathrm{J} \qquad \Delta u = \Delta U/m = 2000/4 = 500\,\mathrm{J/kg}$$ (答)

4. 右図に示すような気体が封入されたピストン・シリンダ装置がある。シリンダの断面積は 0.02m^2 で，ピストンとおもりの合計は 20kg である。周囲は標準大気圧である。いま，外部より Q = 5kJ 加熱されて，ピストンが 1cm 上方に動いた。ピストンの移動により行われた仕事を求めよ。また，内部エネルギー変化を求めよ。



ピストンにかかる力は，大気圧分 101.3kPa と質量分である。質量分は，

$$p = \frac{F}{A} = \frac{mg}{A} = \frac{20\times 9.8}{0.02} = 9800\,\mathrm{Pa} = 9.8\,\mathrm{kPa}$$

合計で 9.8＋101.3＝111.1 kPa

体積変化 $\Delta V = A\Delta x$ = 0.02×0.01＝0.0002 m^3 であるので，

$$W = \int_1^2 p\mathrm{d}V = p(V_2 - V_1) = 111.1\times 10^3 \times 0.0002 = 22.2\,\mathrm{J}$$ （答）

$$\Delta U = Q - W = 5000 - 22 = 4978\,\mathrm{J} = 4.98\,\mathrm{kJ}$$ （答）

5. 体積が 12 m^3 のある容器内の気体に Q =20kJ の熱を加えたら，圧力が p_1=0.2MPa から p_2=0.3MPa に，温度は 350K から 380K に変化した。容器の体積は変化していない。この変化にともなう，内部エネルギー変化ΔUと，エンタルピー変化ΔHを求めよ。

体積一定で仕事をしていないので W=0。

$\Delta U = Q = 20\,\mathrm{kJ}$ （答）

$$\Delta H = \Delta U + p\Delta V + V\Delta p = 20\times 10^3 + 0 + 12\times\left(0.3\times 10^6 - 0.2\times 10^6\right)$$

$$= 1.22\times 10^6\,\mathrm{J} = 1.22\,\mathrm{MJ}$$ （答）

6. 定常流れ系に関する熱力学第 1 法則の式 2-15 より，下記に示される非圧縮性流体に関するベルヌーイの式を導け。ここで，ベルヌーイの式が導かれる条件は，流体の密度 ρ [kg/m^3]が一定で，流体に温度変化はなく，流れにともなうエネルギー損失，外部との熱，仕事のやりとりのない流れである。

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho w_1{}^2 + \rho g z_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho w_2{}^2 + \rho g z_2$$

$(U_2 - U_1) + (p_2V_2 - p_1V_1) + \frac{1}{2}m(w_2{}^2 - w_1{}^2) + mg(z_2 - z_1) = Q_{12} - W_{t12}$において，$\dot{Q}_{12} = 0$，$\dot{W}_{t12} = 0$，であり，温度変化がないので $U_2 - U_1 = 0$ である。$(p_2V_2 - p_1V_1) + \frac{1}{2}m(w_2{}^2 - w_1{}^2) + mg(z_2 - z_1) = 0$であり，$pV = m\dfrac{p}{\rho}$であるので，$m(\dfrac{p_2}{\rho_2} - \dfrac{p_1}{\rho_1}) + \dfrac{1}{2}m(w_2{}^2 - w_1{}^2) + mg(z_2 - z_1) = 0$。変形するとベルヌーイの式が導かれる。（答）

7. あるタービンにおいては，位置エネルギー項は小さく，Q_{12}=0 の関係がある。このタービンに関しては，式 2-17 より，

$$\dot{m}\left[(h_2 - h_1) + \frac{1}{2}(w_2{}^2 - w_1{}^2)\right] = -\dot{W}_{t12}$$

が成り立つ。タービンの入口，出口の比エンタルピー変化 $h_2 - h_1 = -$

500kJ/kg，入口の流速 w_1=10m/s，出口の流速 w_2=40m/s，質量流量 $\dot{m}$=10kg/s のとき，このタービンより得られる工業仕事 $\dot{W}_{t12}$ を求めよ。また，得られた仕事 $\dot{W}_{t12}$ の正負の値より，仕事が系内から系外，あるいは系外から系内に行われるものかを判断せよ。

$$\dot{W}_{t12} = -\dot{m}\left[(h_2 - h_1) + \frac{1}{2}(w_2{}^2 - w_1{}^2)\right] = -10 \times \left[-500 \times 10^3 + \frac{1}{2}\left(40^2 - 10^2\right)\right]$$
$$= 4.99 \times 10^6 \mathrm{J} = 4.99\mathrm{MJ}$$

（答）

仕事の計算結果は正である。正であるので系内から系外への仕事である。（答）